Komplexní čísla

D: **Komplexním číslem** se nazývá výraz tvaru $a+bi$, kde *a*, *b* jsou reálná čísla a *i* je číslo, pro které platí $i^2=-1$. V komplexním čísle $a+bi$ se číslo *a* nazývá **reálná část**, číslo *b* **imaginární část** a číslo *i* **imaginární jednotka**.
D: Zápis komplexního čísla *z* ve tvaru $a+bi$ se nazývá **algebraický tvar komplexního čísla** *z*.
Čísla $a+bi$, pro které je $b\neq 0$, se nazývají **imaginární**, je-li navíc ještě $a=0$ nazývají se **ryze imaginární**.
Čísla $a+bi$, pro které je $b=0$, jsou čísla reálná.

Operace s komplexními čísly a jejich vlastnosti

1. sčítání - pro každá dvě komplexní čísla $z_1=a+bi$ a $z_2=c+di$ platí: $z_1+z_2=(a+bi)+(c+ci)=(a+c)+(b+d)i$
2. násobení - pro každá dvě komplexní čísla $z_1=a+bi$ a $z_2=c+di$ platí: $z_1.z_2=(a+bi).(c+ci)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

Poznámka: Sčítání a násobení komplexních čísel se tedy provádí analogicky jako sčítání a násobení polynomů.

3. opačné číslo - ke každému komplexnímu číslu $z=a+bi$ existuje číslo z' tak, že platí: $z+z'=0$; číslo $z'=-a-bi$ je číslo opačné k číslu *z*.
4. rozdíl z_1-z_2 komplexních čísel z_1, z_2 je součet čísla z_1 a čísla opačného ke komplexnímu číslu z_2: $z_1-z_2=z_1+(-z_2)$
5. rovnost dvou komplexních čísel $a+bi$ a $c+di$ nastává právě tehdy, když $a=c\wedge b=d$
6. číslo komplexně sdružené (komplexní číslo sdružené) s číslem $z=a+bi$ je číslo $\overline{z}=a-bi$

V: Součin komplexního čísla *z* a čísla $\overline{z}$ s ním sdruženého je reálné nezáporné číslo, přičemž rovnost $z.\overline{z}=0$ nastává pouze pro případ $z=0$.
Důkaz: dosazením

7. podíl $\frac{z_1}{z_2}$ komplexních čísel z_1 a $z_2\neq 0$ je součin čísla z_1 a čísla převráceného k číslu z_2;
   postup: $\frac{z_1}{z_2}=\frac{z_1}{z_2}.\frac{\overline{z_2}}{\overline{z_2}}$

V: Pro libovolná komplexní čísla $z, z_1, z_2, z_3\neq 0$ platí: $\overline{-z}-\overline{z}$, $\overline{z_1\pm z_2}=\overline{z_1}\pm\overline{z_2}$, $\overline{z_1.z_2}=\overline{z_1}.\overline{z_2}$ a $\overline{\left(\frac{z}{z_3}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z_3}}$.
Důkaz: rozepsáním

Příklady: Nechť $z_1=3-i$ a $z_2=2+5i$ jsou komplexní čísla. Potom:

$z_1+z_2=3-i+2+5i=5+4i$

$z_1.z_2=(3-i).(2+5i)=6+15i-2i-5i^2=6+15i-2i+5=11+13i$

$z_1'=-3+i$, $z_2'=-2-5i$

$z_1-z_2=3-i-(2+5i)=3-i-2-5i=-5-6i$

$\overline{z_1}=3+i$, $\overline{z_2}=2-5i$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{3-i}{2+5i}=\frac{3-i}{2+5i}.\frac{2-5i}{2-5i}=\frac{6-15i-2i+5i^2}{4-25i^2}=\frac{6-15i-2i-5}{4+25}=\frac{1-17i}{29}=\frac{1}{29}-\frac{17}{29}i$$