<u>Komplexní čísla</u>

<u>**D:**</u> **Komplexním číslem** se nazývá výraz tvaru $a+bi$, kde a, b jsou reálná čísla a i je číslo, pro které platí $i^2=-1$. V komplexním čísle $a+bi$ se číslo a nazývá **reálná část**, číslo b **imaginární část** a číslo i **imaginární jednotka**.

<u>**D:**</u> Zápis komplexního čísla z ve tvaru $a+bi$ se nazývá **algebraický tvar komplexního čísla** z.

Čísla $a+bi$, pro které je $b \neq 0$, se nazývají **imaginární**, je-li navíc ještě $a=0$ nazývají se **ryze imaginární**. Čísla $a+bi$, pro které je $b=0$, jsou čísla reálná.

<u>Operace s komplexními čísly a jejich vlastnosti</u>

1. <u>sčítání</u> - pro každá dvě komplexní čísla $z_1=a+bi$ a $z_2=c+di$ platí: $z_1+z_2=(a+b\cdot \mathrm{i})+(c+d\cdot \mathrm{i})=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$
2. <u>násobení</u> - pro každá dvě komplexní čísla $z_1=a+bi$ a $z_2=c+di$ platí: $z_1.z_2=(a+b\cdot \mathrm{i}).(c+d\cdot \mathrm{i})=(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}$

<u>Poznámka:</u> *Sčítání a násobení komplexních čísel se tedy provádí analogicky jako sčítání a násobení polynomů.*

3. <u>opačné číslo</u> - ke každému komplexnímu číslu $z=a+bi$ existuje číslo z' tak, že platí: $z+z'=0$; číslo $z'=-a-bi$ je číslo opačné k číslu z.
4. <u>rozdíl</u> z_1-z_2 komplexních čísel z_1, z_2 je součet čísla z_1 a čísla opačného ke komplexnímu číslu z_2: $z_1-z_2=z_1+(-z_2)$
5. <u>rovnost</u> dvou komplexních čísel $a+bi$ a $c+di$ nastává právě tehdy, když $a=c \wedge b=d$
6. <u>číslo komplexně sdružené</u> (komplexní číslo sdružené) s číslem $z=a+bi$ je číslo $\bar{z}=a-bi$

<u>**V:**</u> Součin komplexního čísla z a čísla $\bar{z}$ s ním sdruženého je reálné nezáporné číslo, přičemž rovnost $z.\bar{z}=0$ nastává pouze pro případ $z=0$.

<u>Důkaz:</u> dosazením

7. <u>podíl</u> $\frac{z_1}{z_2}$ komplexních čísel z_1 a $z_2 \neq 0$ je součin čísla z_1 a čísla převráceného k číslu z_2; postup: $\frac{z_1}{z_2}=\frac{z_1}{z_2}.\frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_2}$

<u>**V:**</u> Pro libovolná komplexní čísla $z, z_1, z_2, z_3 \neq 0$ platí: $\overline{-z}=-\bar{z}$, $\overline{z_1 \pm z_2}=\overline{z_1} \pm \overline{z_2}$, $\overline{z_1.z_2}=\overline{z_1}.\overline{z_2}$ a $\overline{\left(\frac{z}{z_3}\right)}=\frac{\bar{z}}{\overline{z_3}}$.

<u>Důkaz:</u> rozepsáním

<u>Příklady:</u> Nechť $z_1=3-i$ a $z_2=2+5i$ jsou komplexní čísla. Potom:

$z_1+z_2=3-i+2+5i=5+4i$

$z_1.z_2=(3-i).(2+5i)=6+15i-2i-5i^2=6+15i-2i+5=11+13i$

$z_1'=-3+i$, $z_2'=-2-5i$

$z_1-z_2=3-i-(2+5i)=3-i-2-5i=1-6i$

$\overline{z_1}=3+i$, $\overline{z_2}=2-5i$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{3-i}{2+5i}=\frac{3-i}{2+5i}.\frac{2-5i}{2-5i}=\frac{6-15i-2i+5i^2}{4-25i^2}=\frac{6-15i-2i-5}{4+25}=\frac{1-17i}{29}=\frac{1}{29}-\frac{17}{29}i$$