Mocninné funkce

D: Funkce f definovaná předpisem $y = x^n$:

pro $x \in \mathbb{R}$, kde $n \in \mathbb{Z}^+$;

pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, kde $n = 0$;

pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, kde $n \in \mathbb{Z}^-$;

pro $x \in \langle 0; \infty)$, kde $n \in \mathbb{R} \wedge n \in (0; 1)$;

se nazývá <u>mocninná funkce</u>.

Jednotlivé typy mocninných funkcí nyní rozebereme.

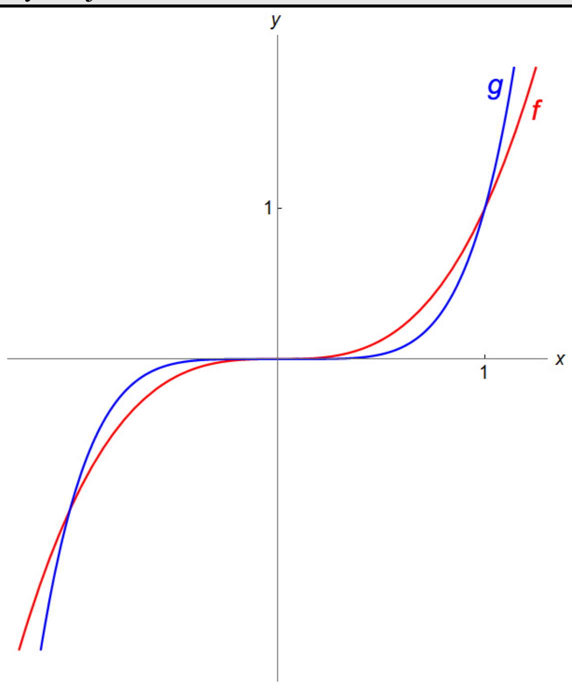
Mocninné funkce definované předpisem $y = x^n$ pro $x \in \mathbb{R}$ a $n \in \mathbb{Z}^+$ jsou např. funkce $f: y = x^3$, $g: y = x^5$, $h: y = x^2$ a $j: y = x^4$. Jak je zřejmé na základě obr. 1 a obr. 2, grafy mocninných funkcí se v tomto případě liší v závislosti na *n*.

Pro lichá *n* je funkce neomezená, lichá, rostoucí na celém definičním oboru, konkávní pro $x \in (-\infty; 0)$, konvexní pro $x \in (0; \infty)$; $H = \mathbb{R}$ (viz obr. 1).

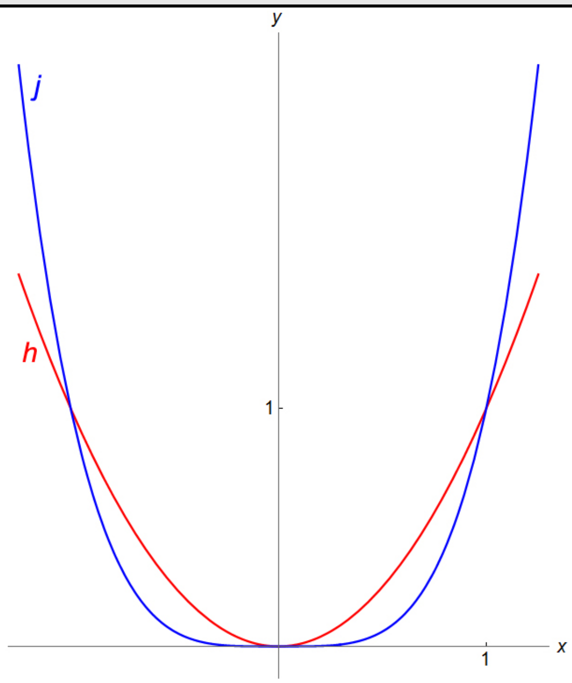
Všechny funkce se protínají v bodech $[-1; -1]$, $[0; 0]$ a $[1; 1]$. Všechny funkce se přimykají v okolí bodu $[0; 0]$ k ose *x* - s rostoucím *n* stále více. Od bodu $[-1; -1]$ (resp. $[1; 1]$) pak s rostoucím *n* rychleji klesají (resp. rostou).

Pro sudá *n* je funkce omezená zdola, sudá, klesající pro $x \in (-\infty; 0)$, rostoucí pro $x \in (0; \infty)$, konvexní na celém definičním oboru; $H = \langle 0; \infty)$ (viz obr. 2).

Všechny funkce se protínají v bodech $[-1; 1]$, $[0; 0]$ a $[1; 1]$. Všechny funkce se přimykají v okolí bodu $[0; 0]$ k ose *x* - s rostoucím *n* stále více. Od bodu $[-1; 1]$ a od bodu $[1; 1]$ pak s rostoucím *n* rychleji rostou.

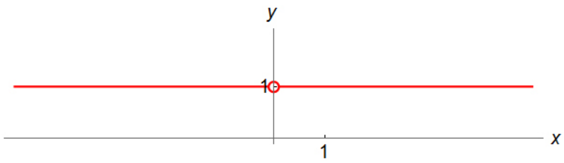


obr. 1



obr. 2

Mocninné funkce definované předpisem $y = x^n$ pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ a $n = 0$ je funkce $u: y = x^0 = 1$, která je identicky rovna jedné. Jak je zřejmé na základě obr. 3, funkce je omezená, sudá, konstantní na celém definičním oboru; $H = \{1\}$.



obr. 3

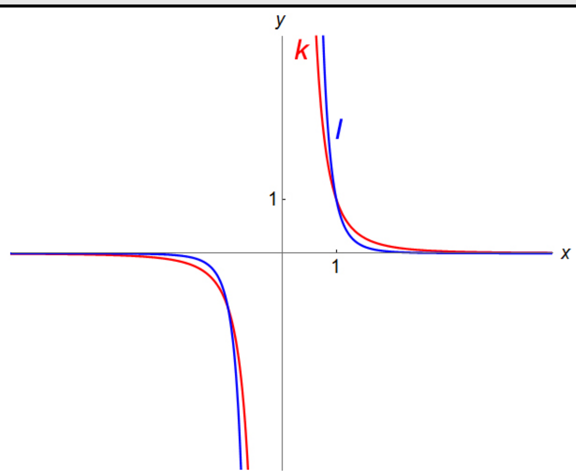
Mocninné funkce definované předpisem $y = x^n$ pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ a $n \in \mathbb{Z}^-$ jsou např. funkce $k: y = x^{-3}$, $l: y = x^{-5}$, $m: y = x^{-2}$ a $n: y = x^{-4}$. Jak je zřejmé na základě obr. 4 a obr. 5, grafy mocninných funkcí se v tomto případě liší v závislosti na *n*.

Pro lichá *n* je funkce neomezená, lichá, klesající na celém definičním oboru, konkávní pro $x \in (-\infty; 0)$, konvexní pro $x \in (0; \infty)$; $H = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (viz obr. 4).

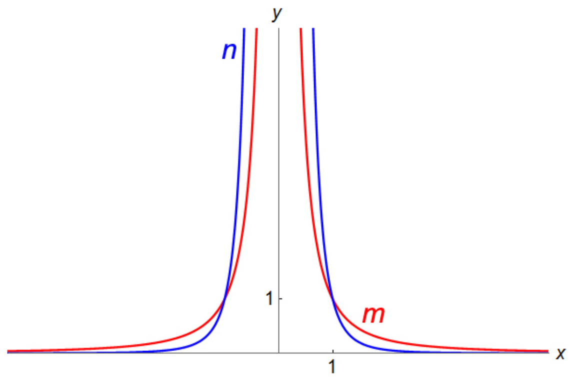
Všechny funkce se protínají v bodech $[-1; -1]$ a $[1; 1]$. Všechny funkce se pro extrémně malá a pro extrémně velká *x* přimykají k ose *x*. Na intervalu $(-1; 0)$ (resp. $(0; 1)$) pak s klesajícím *n* rychleji klesají (resp. rostou).

Pro sudá *n* je funkce omezená zdola, sudá, rostoucí pro $x \in (-\infty; 0)$, klesající pro $x \in (0; \infty)$, konvexní na celém definičním oboru; $H = \langle 0; \infty)$ (viz obr. 5).

Všechny funkce se protínají v bodech $[-1; 1]$ a $[1; 1]$. Všechny funkce se pro extrémně malá a pro extrémně velká *x* přimykají k ose *x*. Na intervalu $(-1; 0)$ a $(0; 1)$ pak s klesajícím *n* rychleji rostou.



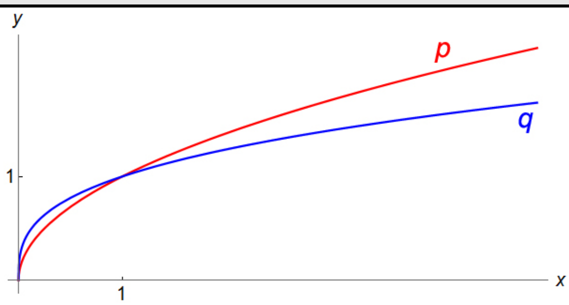
obr. 4



obr. 5

Mocninné funkce definované předpisem $y = x^n$ pro $x \in \langle 0; \infty)$ a $n \in \mathbb{R} \wedge n \in (0; 1)$ jsou např. funkce $p: y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ a $q: y = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$. Jak je zřejmé na základě obr. 6, funkce je omezená zdola, ani lichá ani sudá, rostoucí na celém definičním oboru, konkávní na celém definičním oboru; $H = \langle 0; \infty)$.

Všechny funkce se protínají v bodech $[0; 0]$ a $[1; 1]$. Všechny funkce se přimykají v okolí bodu $[0; 0]$ k ose *y* - s rostoucím *n* stále více. Od bodu $[1; 1]$ pak s klesajícím *n* rychleji rostou.



obr. 6