© *Jaroslav Reichl*

Derivace a primitivní funkce elementárních funkcí

Funkce	Derivace funkce	Primitivní funkce
$y = k$; $k \in \mathbb{R}$	$y' = 0$	$F(x) = kx + C$; $C \in \mathbb{R}$
$y = x^n$ (x závisí na volbě n)	$y' = nx^{n-1}$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$; $n \neq -1$; $C \in \mathbb{R}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	$F(x) = -\cos x + C$; $C \in \mathbb{R}$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	$F(x) = \sin x + C$; $C \in \mathbb{R}$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	
$y = \operatorname{cotg} x$	$y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	
$y = e^x$	$y' = e^x$	$F(x) = e^x + C$; $C \in \mathbb{R}$
$y = a^x$	$y' = a^x . \ln a$	$F(x) = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$; $C \in \mathbb{R}$
$y = \ln x$	$y' = \dfrac{1}{x}$	
$y = \log_a x$	$y' = \dfrac{1}{x . \ln a}$	

V prvním sloupečku tabulky jsou uvedené elementární funkce, ve druhém sloupečku jsou jejich derivace a ve třetím sloupečku tabulky jsou jejich primitivní funkce (tj. „integrál“). Na tabulku lze ale nahlížet také tak, že můžeme vyjít ze druhého sloupečku - pohled do prvního sloupečku nám pak ukáže primitivní funkci (tj. „integrál“) příslušné funkce ze druhého sloupečku.

Pravidla pro derivování součtu, rozdílu, součinu a rozdílu funkcí

Nechť $y = f(x)$ a $y = g(x)$ jsou derivovatelné funkce na určitém intervalu. Potom:

$$\left(f(x) \pm g(x)\right)' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$\left(f(x).g(x)\right)' = f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$$

$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{g^2(x)}$, je-li navíc $g(x) \neq 0$ pro všechna přípustná x.

Derivace složené funkce

Nechť má funkce $z = g(x)$ derivaci v bodě x_0 a funkce $y = f(z)$ derivaci v bodě $z_0 = g(x_0)$. Potom má složená funkce $y = f(g(x))$ derivaci v bodě x_0 a platí: $\left[f(g(x_0))\right]' = f'(g(x_0)).g'(x_0)$.