PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky
Panská 3
Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2021

Komplexní čísla

sbírka úloh z matematiky

Jaroslav Reichl

Obsah

1. Operace s komplexními čísly ***3***
2. Absolutní hodnota komplexních čísel ***3***
3. Gaussova rovina ***4***
4. Goniometrický tvar komplexních čísel ***5***
5. Exponenciální tvar komplexních čísel ***6***
6. Lineární rovnice ***7***
7. Kvadratické rovnice ***8***
8. Binomické rovnice ***9***
9. … a něco navíc ***9***
Řešení
1. Operace s komplexními čísly ***10***
2. Absolutní hodnota ***10***
3. Gaussova rovina ***10***
4. Goniometrický tvar komplexních čísel ***11***
5. Exponenciální tvar komplexních čísel ***12***
6. Lineární rovnice ***13***
7. Kvadratické rovnice ***13***
8. Binomické rovnice ***14***
9. … a něco navíc ***16***

1. Operace s komplexními čísly

Jsou dána komplexní čísla $a = 3 - \mathrm{j}$, $b = -2 + 3\mathrm{j}$, $c = 1 + \mathrm{j}$ a $d = -4 - 2\mathrm{j}$. Vypočtěte:

1.1 $a + b$;

1.2 $c - d$;

1.3 $a \cdot d$;

1.4 $c - b \cdot d$;

1.5 $a' - \overline{b}$;

1.6 $a + \overline{b} \cdot c'$;

1.7 $\dfrac{a}{b}$;

1.8 $\dfrac{c}{b'}$;

1.9 $\dfrac{d}{\overline{a}}$;

1.10 $\dfrac{3a - d}{c}$;

1.11 $\dfrac{c \cdot a'}{2\overline{d}}$;

1.12 $\dfrac{a - 2\overline{b}}{4c + d}$.

1.13 Vypočtěte: $2 + \dfrac{3 - \mathrm{j}}{1 + \mathrm{j}}$.

1.14 Vypočtěte: $\dfrac{2 - 3\mathrm{j}}{2 + \mathrm{j}} - 3\mathrm{j}$.

1.15 Vypočtěte: $\dfrac{2 - \mathrm{j}}{\mathrm{j}} - \dfrac{1 + 2\mathrm{j}}{1 - \mathrm{j}}$.

1.16 Vypočtěte: $\dfrac{1 + \mathrm{j}}{1 - \mathrm{j}} + \dfrac{1 - \mathrm{j}}{1 + \mathrm{j}}$.

1.17 Vypočtěte: $\dfrac{2 + \mathrm{j}}{\mathrm{j}} + \dfrac{\mathrm{j}}{\mathrm{j} + 1} - \dfrac{2\mathrm{j} + 1}{\mathrm{j} - 1}$.

2. Absolutní hodnota komplexních čísel

Vypočtěte absolutní hodnotu zadaných komplexních čísel:

2.1 $4 + 2\mathrm{j}$;

2.2 $-3 + 4\mathrm{j}$;

2.3 $5 - 2\mathrm{j}$;

2.4 $-12\mathrm{j}$;

2.5 $\sqrt{3} - \mathrm{j}$;

2.6 $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4}\mathrm{j}$;

2.7 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j}$;

2.8 $\dfrac{\sqrt{5}}{4} - \dfrac{1}{2}\mathrm{j}$

2.9 $\dfrac{1}{3\mathrm{j}}$;

2.10 $\dfrac{1 + 2\mathrm{j}}{2 - \mathrm{j}}$;

2.11 $\dfrac{2 + \mathrm{j}}{3 - \mathrm{j}} + \dfrac{3}{\mathrm{j}}$;

2.12 $\dfrac{\overline{3\mathrm{j} - 2} \cdot (\mathrm{j} - 1)}{1 - 2\mathrm{j}}$;

2.13 $\dfrac{(2 + \mathrm{j}) \cdot (3 - \mathrm{j})'}{1 - \mathrm{j}}$;

2.14 $\dfrac{(4 + 3\mathrm{j})' \cdot \overline{1 - 2\mathrm{j}}}{5(2 - \mathrm{j})}$;

2.15 $\dfrac{3 - 2\mathrm{j} \cdot \overline{1 - 2\mathrm{j}}}{1 + 2\mathrm{j}} + 3\mathrm{j}$.

2.16 Zjistěte, zda komplexní číslo $z = \dfrac{2\mathrm{j} + 4}{2 + \mathrm{j}}$ je komplexní jednotkou.

2.17 Zjistěte, zda komplexní číslo $k = \dfrac{\overline{3-\mathrm{j}}}{1+2\mathrm{j}}$ je komplexní jednotkou.

2.18 Zjistěte, zda komplexní číslo $r = 4\dfrac{2+\mathrm{j}}{4+8\mathrm{j}}$ je komplexní jednotkou.

2.19 Zjistěte, zda komplexní číslo $q = \dfrac{\mathrm{j}-1}{2+\mathrm{j}} + 1$ je komplexní jednotkou.

2.20 Určete reálnou část a komplexního čísla $m = a + \dfrac{3}{5}\mathrm{j}$ tak, aby komplexní číslo m bylo komplexní jednotkou.

2.21 Určete imaginární část b komplexního čísla $p = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} + b\mathrm{j}$ tak, aby komplexní číslo p bylo komplexní jednotkou.

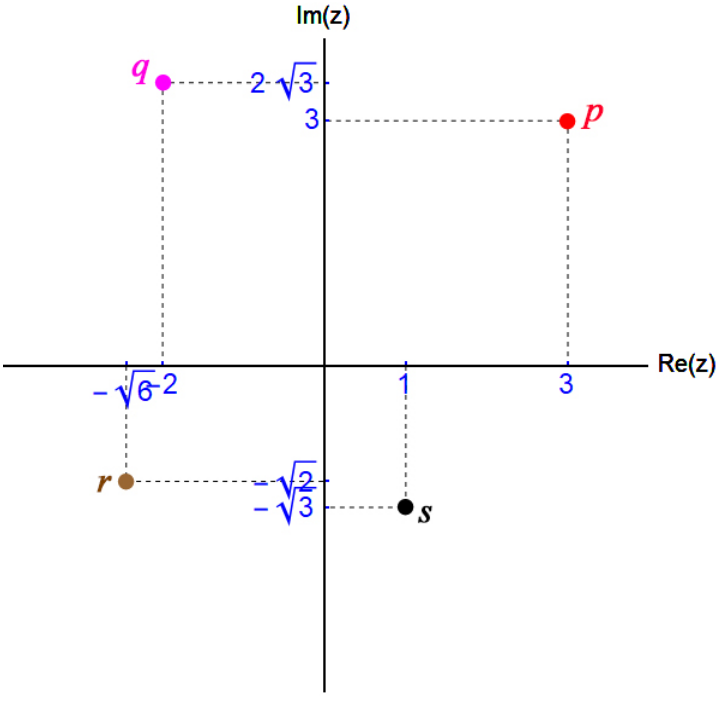
2.22 Určete reálnou část c komplexního čísla $u = c + 2\mathrm{j}$ tak, aby komplexní číslo u bylo komplexní jednotkou.

2.23 Určete imaginární část d komplexního čísla $q = \sqrt{2} - d\mathrm{j}$ tak, aby absolutní hodnota komplexního čísla q byla rovna třem.

2.24 Určete reálnou část a komplexního čísla $k = a - 4\mathrm{j}$ tak, aby absolutní hodnota komplexního čísla k byla rovna pěti.

3. Gaussova rovina

3.1 Zapište v algebraickém tvaru komplexní čísla zobrazená na obr. 1.



obr. 1

Zobrazte v Gaussově rovině komplexní čísla:

3.2 $a = 2 + 3\mathrm{j}$;

3.3 $b = 2\mathrm{j}$;

3.4 $c = -3 + \mathrm{j}$;

3.5 $d = -3\mathrm{j}$;

3.6 $e = -1 - \mathrm{j}$;

3.7 $f = 1 - 4\mathrm{j}$.

Vypočtete argument komplexních čísel:

3.8 $z = 1 - \mathrm{j}$;

3.9 $r = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j}$;

3.10 $m = -3 + \sqrt{3}\mathrm{j}$;

3.11 $p = -\sqrt{3} - \mathrm{j}$;

3.12 $u = \sqrt{2} + \sqrt{2}\mathrm{j}$;

3.13 $k = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}\mathrm{j}$.

4. Goniometrický tvar komplexních čísel

Vyjádřete zadané komplexní číslo v goniometrickém i algebraickém tvaru:

4.1 $z = 2 + 2\mathrm{j}$;

4.2 $r = -3 + 3\sqrt{3}\mathrm{j}$;

4.3 $u = -\sqrt{15} - \sqrt{5}\mathrm{j}$;

4.4 $p = \sqrt{3} - \mathrm{j}$;

4.5 $c = 3\left(\cos\frac{2}{3}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{2}{3}\pi\right)$;

4.6 $w = 4\left(\cos\frac{7}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7}{6}\pi\right)$;

4.7 $q = \cos\frac{7}{4}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7}{4}\pi$;

4.8 $s = \sqrt{5}\left(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$;

4.9 $v = -4\left(\cos\frac{5}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5}{6}\pi\right)$;

4.10 $d = \sqrt{2}\left(\cos\frac{4}{3}\pi - \mathrm{j}\cdot\sin\frac{4}{3}\pi\right)$;

4.11 $a = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} - \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7}{6}\pi\right)$;

4.12 $t = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} - \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5}{6}\pi\right)$;

4.13 $g = 3\left(\cos\frac{3}{4}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5}{4}\pi\right)$;

4.14 $b = 2\left(\cos\frac{2}{3}\pi - \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)$;

4.15 $n = \sqrt{5}\left(\sin\frac{2}{3}\pi - \mathrm{j}\cdot\cos\frac{2}{3}\pi\right)$;

4.16 $m = 3\sqrt{2}\left(\sin\frac{11}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{11}{6}\pi\right)$;

4.17 $a = 3\cos\frac{\pi}{6} - 3\sqrt{3}\cdot\mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}$.

Vypočtěte součin daných komplexních čísel:

4.18 $a = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$ a $b = 3\left(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$;

4.19 $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{8} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{8}\right)$ a $v = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$;

4.20 $k = \cos\frac{\pi}{12} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{12}$ a $l = 5\left(\cos\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\pi\right)$;

4.21 $m = \frac{2}{5}\left(\cos\frac{2\pi}{7} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{2\pi}{7}\right)$ a $n = \frac{15}{4}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{3\pi}{2}\right)$.

Vypočtěte podíl daných komplexních čísel:

4.22 $c = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)$ a $d = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$;

4.23 $p = \cos\frac{3\pi}{4} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{3\pi}{4}$ a $q = 3\left(\cos\frac{3\pi}{8} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{3\pi}{8}\right)$;

4.24 $\alpha = 15\left(\cos\frac{2\pi}{9} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{2\pi}{9}\right)$ a $\beta = 5\left(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)$;

4.25 $r = 2\left(\cos\frac{5\pi}{12} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ a $s = 2\left(\cos\frac{7\pi}{24} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7\pi}{24}\right)$.

Vypočtěte:

4.26 j^3;

4.27 j^5;

4.28 $-\mathrm{j}^4$;

4.29 j^7;

4.30 j^{10};

4.31 $\mathrm{j}^8 - \mathrm{j}^3$;

4.32 $\mathrm{j}^3 - \mathrm{j}^5 + \mathrm{j}^7 - \mathrm{j}^9$;

4.33 $\mathrm{j} - \mathrm{j}^4 + \mathrm{j}^5 - \mathrm{j}^{12}$;

4.34 $\frac{(1+\mathrm{j})^{2021}}{(1-\mathrm{j})^{2021}}$;

4.35 $\frac{\mathrm{j}^{2022} + \mathrm{j}^{2023} + \mathrm{j}^{2024} + \mathrm{j}^{2025}}{1+\mathrm{j}}$;

4.36 $\left(\frac{1}{\mathrm{j}}\right)^2$;

4.37 $\left(-\frac{1}{\mathrm{j}}\right)^{10}$;

4.38 $\left(\mathrm{j}^{18} + \left(\frac{1}{\mathrm{j}}\right)^{22}\right)^3$;

4.39 j^{j}.

Vypočtěte:;

4.40 $(1+\mathrm{j})^4$;

4.41 $(1-\mathrm{j})^6$;

4.42 $\left(-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{j}\right)^5$;

4.43 $\left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j}\right)^{12}$;

4.44 $\left(\sqrt{3} - \mathrm{j}\right)^4$;

4.45 $\left(-3 - \sqrt{3}\mathrm{j}\right)^8$;

4.46 $\left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3}\mathrm{j}\right)^3$;

4.47 $\left(-2\sqrt{3} + 2\mathrm{j}\right)^9$.

4.48 Odvoďte vztah pro a) $\sin 2x$; b) $\cos 3x$.

4.49 S využitím Moivreovy věty dokažte: $\left(\frac{1+\mathrm{j}\cdot\mathrm{tg}\,\alpha}{1-\mathrm{j}\cdot\mathrm{tg}\,\alpha}\right)^n = \frac{1+\mathrm{j}\cdot\mathrm{tg}(n\cdot\alpha)}{1-\mathrm{j}\cdot\mathrm{tg}(n\cdot\alpha)}$.

5. Exponenciální tvar komplexních čísel

Vyjádřete zadané číslo v algebraickém tvaru:

5.1 $b = 2\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{6}\mathrm{j}}$;

5.2 $n = 4\cdot\mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.3 $o = \mathrm{e}^{\frac{5\pi}{4}\mathrm{j}}$;

5.4 $d = 3\cdot\mathrm{e}^{\frac{11\pi}{6}\mathrm{j}}$;

5.5 $g = 5\cdot\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.6 $h = -2\cdot\mathrm{e}^{-\frac{5\pi}{6}\mathrm{j}}$.

Vyjádřete zadané komplexní číslo v exponenciálním tvaru:

5.7 $z = 5\left(\cos\frac{\pi}{7} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{7}\right)$;

5.8 $q = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{2\pi}{3}\right)$;

5.9 $k = 10\left(\cos\frac{5\pi}{4} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5\pi}{4}\right)$;

5.10 $p = \cos\frac{11\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{11\pi}{6}$;

5.11 $w = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{3}\mathrm{j}$;

5.12 $a = -1 + \sqrt{3}\mathrm{j}$;

5.13 $t = -\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\mathrm{j}$;

5.14 $u = \sqrt{7} + \sqrt{21}\mathrm{j}$.

Vypočtěte:

5.15 $2\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{6}\mathrm{j}}\cdot 3\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.16 $4\cdot\mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}\mathrm{j}}$;

5.17 $2\cdot\mathrm{e}^{\frac{5\pi}{6}\mathrm{j}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\mathrm{e}^{\frac{3\pi}{4}\mathrm{j}}$;

5.18 $\frac{2}{5}\cdot\mathrm{e}^{\frac{7\pi}{6}\mathrm{j}}\cdot 10\cdot\mathrm{e}^{\frac{4\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.19 $4\cdot\mathrm{e}^{-\frac{4\pi}{3}\mathrm{j}}\cdot 2\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}\mathrm{j}}$;

5.20 $\frac{1}{3}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{7\pi}{6}\mathrm{j}}\cdot 6\cdot\mathrm{e}^{-\pi\mathrm{j}}$;

5.21 $\dfrac{\frac{1}{5}\cdot\mathrm{e}^{\frac{7\pi}{6}\mathrm{j}}}{\frac{10}{3}\cdot\mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}}$;

5.22 $\dfrac{2\cdot\mathrm{e}^{\frac{7\pi}{4}\mathrm{j}}}{4\cdot\mathrm{e}^{\frac{5\pi}{6}\mathrm{j}}}$;

5.23 $\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{11\pi}{6}\mathrm{j}}}{2\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}\mathrm{j}}}$;

5.24 $\dfrac{4\cdot\mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}}{\frac{1}{2}\cdot\mathrm{e}^{\frac{5\pi}{4}\mathrm{j}}}$;

5.25 $\left(\sqrt{2}\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}\mathrm{j}}\right)^4$;

5.26 $\left(2\sqrt{3}\cdot\mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}\right)^6$;

5.27 $\left(3\cdot\mathrm{e}^{\frac{7\pi}{6}\mathrm{j}}\right)^3$;

5.28 $\left(2\cdot\mathrm{e}^{\frac{3\pi}{4}\mathrm{j}}\right)^5$.

6. Lineární rovnice

Najděte reálné číslo (resp. čísla) splňující zadanou rovnici:

6.1 $\frac{2+\mathrm{j}}{2-\mathrm{j}} - u - \frac{4}{5}\mathrm{j} = u\cdot(1-\mathrm{j})(\mathrm{j}-5) - 6u\cdot\mathrm{j}$

6.2 $2a + b\mathrm{j} = 3 - 4\mathrm{j}$;

6.3 $\mathrm{j} - 2m + n\cdot\mathrm{j} = 4$;

6.4 $\frac{2-\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}} + x - 3y\mathrm{j} = \mathrm{j}$;

6.5 . $p(4+\mathrm{j}) - 2 = 7\mathrm{j} - q(5-2\mathrm{j})$.

Řešte v množině komplexních čísel danou rovnici:

6.6 $3 - \mathrm{j} - 3x = 3 - 4\mathrm{j}$

6.7 $\mathrm{j} - 2\mathrm{j}k = 4$;

6.8 $2z = 3 - 2\mathrm{j}$;

6.17 $\overline{r} + r = r' - \mathrm{j} + 1$;

6.18 $s - \overline{s} + s' = 3 - 2\mathrm{j}$;

6.19 $\overline{c} + 2(1 - c') = \mathrm{j}\cdot(\mathrm{j} - c)$;

6.9 $\dfrac{3m+\mathrm{j}}{2}-(2\mathrm{j}-m)=m+\dfrac{3}{2}$;

6.10 $n-1-\dfrac{2(\mathrm{j}-2n)}{3}=\dfrac{4n-5\mathrm{j}}{3}$;

6.11 $3z-\overline{z}=\mathrm{j}$;

6.12 $3q'-2\mathrm{j}=\overline{q}$;

6.13 $2u+1-\overline{u}+3\mathrm{j}=2u'-2\mathrm{j}+3$;

6.14 $3\overline{a}\cdot a+4=1$;

6.15 $\overline{x}+x'=3\mathrm{j}-1$;

6.16 $v-\overline{v}=4\mathrm{j}$;

6.20 $n-2\overline{n}+n'=\dfrac{1+\mathrm{j}}{2+\mathrm{j}}-\mathrm{j}$;

6.21 $3\overline{x}-x'-x=\dfrac{3-\mathrm{j}}{1-\mathrm{j}}\cdot\dfrac{3+2\mathrm{j}}{1-2\mathrm{j}}$;

6.22 $\dfrac{2z+1}{\overline{z}}+2+3\mathrm{j}=6+\mathrm{j}$;

6.23 $\dfrac{1-\overline{y}}{(2-y)\cdot\mathrm{j}}+2(\mathrm{j}+1)=\mathrm{j}\cdot(3-\mathrm{j})$;

6.24 $2-\dfrac{2-g}{1-\overline{g}}+3\mathrm{j}\cdot(2\mathrm{j}-1)=3(1-\mathrm{j})$.

7. Kvadratické rovnice

V množině komplexních čísel řešte rovnice:

7.1 $x^2+5=4x$;

7.2 $2u^2+6(u+2)=u(u+2)-1$;

7.3 $2(n^2+2n-4)=3n^2-4(n-3)$;

7.4 $2-(k-4)^2=2(10+k)$;

7.5 $4-c(5-c)=5(c-5)$;

7.6 $(b-5)^2-5=\dfrac{b^2}{2}-2(2b+3)$;

7.7 $\dfrac{13}{d-4}=10-d$;

7.8 $\dfrac{9+q}{1-q}-3(q-1)=3-2q$;

7.9 $y-2=8-\dfrac{5}{y-6}$;

7.10 $\dfrac{34}{r+1}-(5-r)=\dfrac{5}{r+1}-2$;

7.11 $t^4=(t-1)^4$.

7.12 Kvadratická rovnice s reálnými koeficienty má jeden kořen roven $4-\mathrm{j}$. Jaký je druhý kořen rovnice?

7.13 Kvadratická rovnice s reálnými koeficienty má jeden kořen roven $2\mathrm{j}$. Jaký je druhý kořen rovnice?

7.14 Napište kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, jejímž jedním kořenem je číslo $2+3\mathrm{j}$.

7.15 Napište kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, jejímž jedním kořenem je číslo $-\mathrm{j}$.

V množině komplexních čísel řešte rovnice:

7.16 $q^2+4q=4\mathrm{j}\cdot q$;

7.17 $v(v+4\mathrm{j})=-(2+v^2)$;

7.18 $p(p+2\mathrm{j})=-\dfrac{p(\mathrm{j}+p)}{2}-1$;

7.19 $4x\mathrm{j}=x(x-\mathrm{j})-2(2x^2-1)$;

7.20 $3m(m-\mathrm{j})=\dfrac{m(3m-\mathrm{j})}{2}+1$;

7.21 $4(q+\mathrm{j})+\dfrac{\mathrm{j}}{q}=2q-1$;

7.23 $3y-2\mathrm{j}=\dfrac{2y^2+\mathrm{j}}{y+1}$;

7.24 $\dfrac{20n^2}{3\mathrm{j}-2}-\dfrac{\mathrm{j}}{2-3\mathrm{j}}=\dfrac{8n(n-1)}{3\mathrm{j}-2}-2n$;

7.25 $4(a-\mathrm{j})=-\dfrac{2(1-a^2)}{a}-\mathrm{j}$;

7.26 $\dfrac{2(b^2-1)}{b-4\mathrm{j}}=b$;

7.27 $\alpha^3+\alpha^2+\alpha=-1$;

7.28 $u^5+u^4+u^3+u^2=-u-1$.

7.22 $\dfrac{b^2}{2\mathrm{j}}-(b-1)=\dfrac{2\mathrm{j}-b}{\mathrm{j}}$;

8. Binomické rovnice

V množině komplexních čísel řešte rovnice:

8.1 $x^3-1=0$;

8.2 $y^3+1=0$;

8.3 $z^4+1=0$;

8.4 $t^3+2=0$;

8.5 $u^4+\mathrm{j}=0$;

8.6 $v^3-\mathrm{j}=0$;

8.7 $q^4-1-\mathrm{j}=0$;

8.8 $p^3+1-\sqrt{3}\mathrm{j}=0$;

8.9 $2r^3-\sqrt{3}+\mathrm{j}=0$;

8.10 $\sqrt{3}b^4+2\sqrt{3}+6\mathrm{j}=0$;

Určete souřadnice vrcholů pravidelného n-úhelníku vepsaného do kružnice o poloměru 2 j, za předpokladu:

8.11 $n = 4$ a dva vrcholy leží v Gaussově rovině na reálné ose;

8.12 $n = 4$ a vrcholy leží na osách I. a III. kvadrantu a II. a IV. kvadrantu Gaussovy roviny;

8.13 $n = 5$ a jeden vrchol leží v Gaussově rovině na imaginární ose;

8.14 $n = 6$ a dva vrcholy leží v Gaussově rovině na reálné ose.

Řešte v množině komplexních čísel kvadratické rovnice:

8.15 $x^2+5\mathrm{j}x-3x=4(1+2\mathrm{j})$;

8.16 $\dfrac{a^2}{2}+(5+\mathrm{j})a+\dfrac{5}{2}=1-3(\mathrm{j}-a)$;

8.17 $w^2+(4-\mathrm{j})w-\dfrac{\mathrm{j}}{2}=w-(\mathrm{j}+2)$;

8.18 $4(5-3\mathrm{j})c+2\mathrm{j}=\mathrm{j}-8(1+c^2)$;

8.19 $5r\cdot(r+\mathrm{j})+2+\mathrm{j}=r\cdot(r+3\mathrm{j}-6)$.

9. … a něco navíc

Zobrazte množiny bodů daných vlastností:

9.1 $|z|=1$;

9.2 $|z|>2$;

9.3 $|z+2|<3$;

9.4 $|z-3\mathrm{j}|\geq 1$;

9.5 $|z+1-2\mathrm{j}|\leq\dfrac{3}{2}$;

9.6 $z=\overline{z}$;

9.7 $z=z'$;

9.8 $2z=\overline{z}$;

9.9 $z'=\overline{z}$;

9.10 $|z|=|z+1|$;

9.11 $|z|=|z-\mathrm{j}|$;

9.12 $|z+1-2\mathrm{j}|=|z-2-\mathrm{j}|$;

9.13 $|z+2+\mathrm{j}|>|z-1+3\mathrm{j}|$.

Řešení

1. Operace s komplexními čísly

1.1 $1+2\mathrm{j}$;

1.2 $5+3\mathrm{j}$;

1.3 $-2(7+\mathrm{j})$;

1.4 $-13+9\mathrm{j}$;

1.5 $-1+4\mathrm{j}$;

1.6 $2+4\mathrm{j}$;

1.7 $-\frac{9}{13}-\frac{7}{13}\mathrm{j}$;

1.8 $-\frac{1}{13}+\frac{5}{13}\mathrm{j}$;

1.9 $-\frac{7}{5}-\frac{1}{5}\mathrm{j}$;

1.10 $6-7\mathrm{j}$;

1.11 $\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\mathrm{j}$;

1.12 $\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\mathrm{j}$;

1.13 $3-2\mathrm{j}$;

1.14 $\frac{1}{5}-\frac{23}{5}\mathrm{j}$;

1.15 $-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}\mathrm{j}$;

1.16 0;

1.17 1.

2. Absolutní hodnota

2.1 $2\sqrt{5}$;

2.2 5;

2.3 $\sqrt{29}$;

2.4 12;

2.5 2;

2.6 $\frac{\sqrt{13}}{4}$;

2.7 1;

2.8 $\frac{3}{4}$

2.9 $\frac{1}{3}$;

2.10 1;

2.11 $\frac{\sqrt{26}}{2}$;

2.12 $\frac{\sqrt{130}}{5}$;

2.13 5;

2.14 1;

2.15 $\frac{\sqrt{10}}{5}$;

2.16 2;

2.17 $\sqrt{2}$;

2.18 1;

2.19 1;

2.20 $\pm\frac{4}{5}$;

2.21 $\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$;

2.22 nelze;

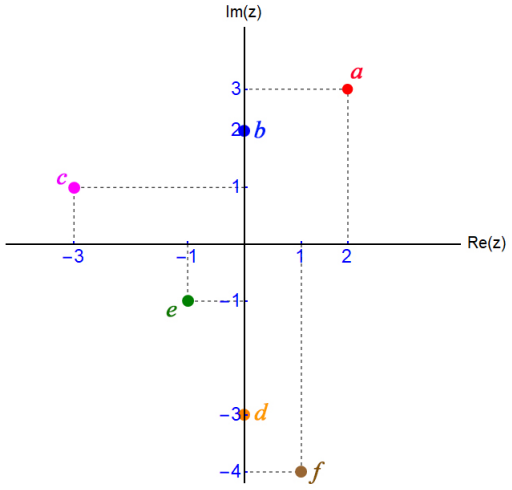
2.23 $\pm\sqrt{7}$;

2.24 ± 3.

3. Gaussova rovina

3.1 $p=3+3\mathrm{j};\ q=-2+2\sqrt{3}\mathrm{j};\ r=-\sqrt{6}-\sqrt{2}\mathrm{j};\ s=1-\sqrt{3}\mathrm{j};$

3.2 viz obr. 2;
3.3 viz obr. 2;
3.4 viz obr. 2;
3.5 viz obr. 2;
3.6 viz obr. 2;
3.7 viz obr. 2;
3.8 $\frac{7}{4}\pi$;
3.9 $\frac{\pi}{3}$;
3.10 $\frac{5}{6}\pi$;



obr. 2

3.11 $\frac{7}{6}\pi$; **3.12** $\frac{\pi}{4}$; **3.13** $\frac{11}{6}\pi$.

4. Goniometrický tvar komplexních čísel

4.1 $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$;

4.2 $r = 6\left(\cos\frac{2}{3}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{2}{3}\pi\right)$;

4.3 $u = 2\sqrt{5}\left(\cos\frac{7}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7}{6}\pi\right)$;

4.4 $p = 2\left(\cos\frac{11}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{11}{6}\pi\right)$;

4.5 $c = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j}$;

4.6 $w = -2\sqrt{3} - 2\mathrm{j}$;

4.7 $q = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j}$;

4.8 $s = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2}\mathrm{j}$;

4.9 $v = 2\sqrt{3} - 2\mathrm{j} = 4\left(\cos\frac{11}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{11}{6}\pi\right)$;

4.10 $d = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}\mathrm{j} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{2}{3}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{2}{3}\pi\right)$;

4.11 $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j} = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$;

4.12 $t = 1 - \mathrm{j} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{7}{4}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7}{4}\pi\right)$;

4.13 $g = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}\mathrm{j} = 3\left(\cos\frac{5}{4}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5}{4}\pi\right)$;

4.14 $b = -1 - \sqrt{3}\mathrm{j} = 2\left(\cos\frac{4}{3}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{4}{3}\pi\right)$;

4.15 $n = \frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\mathrm{j} = \sqrt{5}\left(\cos\frac{11}{6}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{11}{6}\pi\right)$;

4.16 $m = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}\mathrm{j} = 3\left(\cos\frac{5}{4}\pi + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{5}{4}\pi\right)$;

4.17 $a = \frac{3\sqrt{3}}{2}(1-\mathrm{j}) = \frac{3\sqrt{6}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{7\pi}{4}\right)$;

4.18 $3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)$;

4.19 $\frac{3}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{8} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{3\pi}{8}\right)$;

4.20 $5\left(\cos\frac{13\pi}{12} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{13\pi}{12}\right)$;

4.21 $\frac{3}{2}\left(\cos\frac{25\pi}{14} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{25\pi}{14}\right)$;

4.22 $8\left(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$;

4.23 $\frac{1}{3}\left(\cos\frac{3\pi}{8} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{3\pi}{8}\right)$;

4.24 $3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{9}\right) + \mathrm{j}\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{9}\right)\right)$;

4.25 $\cos\frac{\pi}{8} + \mathrm{j}\cdot\sin\frac{\pi}{8}$;

4.26 $-\mathrm{j}$;

4.27 j;

4.28 -1;

4.29 $-\mathrm{j}$;

4.30 -1;

4.31 $1+\mathrm{j}$;

4.32 $-4\mathrm{j}$;

4.33 $-2+2\mathrm{j}$;

4.34 j;

4.35 0;

4.36 -1;

4.37 -j;

4.38 -8;

4.39 $\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}}$.

4.40 -4;

4.41 8j;

4.42 $-\frac{1}{64} - \frac{\sqrt{3}}{64}\mathrm{j}$;

4.43 729;

4.44 $-8-8\sqrt{3}\mathrm{j}$;

4.45 $-\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^8}{2} - \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^8}{2}\sqrt{3}\mathrm{j}$;

4.46 $-\frac{16\sqrt{2}}{27}$;

4.47 $-4^9\,\mathrm{j}$;

4.48 a) $\sin 2x = 2\sin x\cdot\cos x$; b) $\cos 3x = \cos^3 x - 3\cos x\cdot\sin^2 x$.

5. Exponenciální tvar komplexních čísel

5.1 $b = \sqrt{3} + \mathrm{j}$;

5.2 $n = -2 + 2\sqrt{3}\mathrm{j}$;

5.3 $o = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j}$;

5.4 $d = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\mathrm{j}$;

5.5 $g = \frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}\mathrm{j}$;

5.6 $h = \sqrt{3} + \mathrm{j}$;

5.15 $6\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}\mathrm{j}}$;

5.16 $4\cdot\mathrm{e}^{\frac{11\pi}{12}\mathrm{j}}$;

5.17 $\mathrm{e}^{\frac{19\pi}{12}\mathrm{j}}$;

5.18 $4\cdot\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}\mathrm{j}}$;

5.19 $8\cdot\mathrm{e}^{\frac{7\pi}{6}\mathrm{j}}$;

5.20 $2\cdot\mathrm{e}^{\frac{11\pi}{6}\mathrm{j}}$;

5.7 $z = 5 \cdot \mathrm{e}^{\frac{\pi}{7}\mathrm{j}}$;

5.8 $q = 2 \cdot \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.9 $k = 10 \cdot \mathrm{e}^{\frac{5\pi}{4}\mathrm{j}}$;

5.10 $p = \mathrm{e}^{\frac{11\pi}{6}\mathrm{j}}$;

5.11 $w = \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \mathrm{e}^{\frac{11\pi}{6}\mathrm{j}}$;

5.12 $a = 2 \cdot \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.13 $t = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \mathrm{e}^{\frac{5\pi}{4}\mathrm{j}}$;

5.14 $u = 2\sqrt{7} \cdot \mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}\mathrm{j}}$;

5.21 $\frac{3}{50} \cdot \mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}\mathrm{j}}$;

5.22 $\frac{1}{2} \cdot \mathrm{e}^{\frac{11\pi}{12}\mathrm{j}}$;

5.23 $\frac{1}{2} \cdot \mathrm{e}^{\frac{19\pi}{12}\mathrm{j}}$;

5.24 $8 \cdot \mathrm{e}^{\frac{17\pi}{12}\mathrm{j}}$;

5.25 4;

5.26 $64 \cdot 27$;

5.27 $27 \cdot \mathrm{e}^{\frac{3\pi}{2}\mathrm{j}}$;

5.28 $32 \cdot \mathrm{e}^{\frac{7\pi}{4}\mathrm{j}}$.

6. Lineární rovnice

6.1 $\mathrm{P} = \left\{-\frac{1}{5}\right\}$;

6.2 $\mathrm{P} = \left\{\left[\frac{3}{2}; -4\right]\right\}$;

6.3 $\mathrm{P} = \{[-2; -1]\}$;

6.4 $\mathrm{P} = \left\{\left[-\frac{1}{2}; -\frac{5}{6}\right]\right\}$;

6.5 $\mathrm{P} = \{[3; -2]\}$;

6.6 $\mathrm{P} = \{\mathrm{j}\}$;

6.7 $\mathrm{P} = \left\{\frac{1}{2} + 2\mathrm{j}\right\}$;

6.8 $\mathrm{P} = \left\{\frac{3}{2} - \mathrm{j}\right\}$;

6.9 $\mathrm{P} = \{1 + \mathrm{j}\}$;

6.10 $\mathrm{P} = \{1 - \mathrm{j}\}$;

6.11 $\mathrm{P} = \left\{\frac{1}{4}\mathrm{j}\right\}$;

6.12 $\mathrm{P} = \{-\mathrm{j}\}$;

6.13 $\mathrm{P} = \left\{\frac{2}{3} - \mathrm{j}\right\}$;

6.14 $\mathrm{P} = \emptyset$;

6.15 $\mathrm{P} = \emptyset$;

6.16 $\mathrm{P} = \{a + 2\mathrm{j}; a \in \mathbb{R}\}$;

6.17 $\mathrm{P} = \left\{-\frac{1}{3} - \mathrm{j}\right\}$;

6.18 $\mathrm{P} = \{-3 - 2\mathrm{j}\}$;

6.19 $\mathrm{P} = \left\{-\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\mathrm{j}\right\}$;

6.20 $\mathrm{P} = \left\{-\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\mathrm{j}\right\}$;

6.21 $\mathrm{P} = \left\{-\frac{2}{3} - \mathrm{j}\right\}$;

6.22 $\mathrm{P} = \left\{\frac{3}{8} - \frac{\mathrm{j}}{8}\right\}$;

6.23 $\mathrm{P} = \{2 - \mathrm{j}\}$;

6.24 $\mathrm{P} = \left\{\frac{9}{8}\right\}$.

7. Kvadratické rovnice

7.1 $\mathrm{P} = \{2 \pm \mathrm{j}\}$;

7.2 $\mathrm{P} = \{-2 \pm 3\mathrm{j}\}$;

7.3 $\mathrm{P} = \{4 \pm 2\mathrm{j}\}$;

7.18 $\mathrm{P} = \left\{\frac{\mathrm{j}}{3}; -2\mathrm{j}\right\}$;

7.4 $\mathrm{P}=\{3\pm 5\mathrm{j}\}$;

7.5 $\mathrm{P}=\{5\pm 2\mathrm{j}\}$;

7.6 $\mathrm{P}=\{6\pm 4\mathrm{j}\}$;

7.7 $\mathrm{P}=\{7\pm 2\mathrm{j}\}$;

7.8 $\mathrm{P}=\{\pm 3\mathrm{j}\}$;

7.9 $\mathrm{P}=\{8\pm \mathrm{j}\}$;

7.10 $\mathrm{P}=\{1\pm 5\mathrm{j}\}$;

7.11 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2};\frac{1\pm \mathrm{j}}{2}\right\}$;

7.12 $4+\mathrm{j}$;

7.13 $-2\mathrm{j}$;

7.14 $\alpha\left(x^2-4x+13\right)=0;\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$;

7.15 $\alpha\left(x^2+1\right)=0;\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$;

7.16 $\mathrm{P}=\{0;-4+4\mathrm{j}\}$;

7.17 $\mathrm{P}=\left\{-\mathrm{j}\pm \mathrm{j}\sqrt{2}\right\}$;

7.19 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{2}{3}\mathrm{j};-\mathrm{j}\right\}$;

7.20 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2}{3}\mathrm{j};\mathrm{j}\right\}$;

7.21 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{4}+\left(\pm\frac{\sqrt{15}}{4}-1\right)\mathrm{j}\right\}$;

7.22 $\mathrm{P}=\{-1+\mathrm{j}\}$;

7.23 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}+\mathrm{j}\right\}$;

7.24 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{6}-\frac{3\pm\sqrt{5}}{12}\mathrm{j}\right\}$;

7.25 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{2}\mathrm{j};2\mathrm{j}\right\}$;

7.26 $\mathrm{P}=\left\{\left(-2\pm\sqrt{2}\right)\mathrm{j}\right\}$;

7.27 $\mathrm{P}=\{-1;\mathrm{j};-\mathrm{j}\}$;

7.28 $\mathrm{P}=\left\{-1;\frac{\pm 1\pm \mathrm{j}\sqrt{3}}{2}\right\}$.

8. <u>Binomické rovnice</u>

8.1 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j};-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j};1\right\}$;

8.2 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j};\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{j};-1\right\}$;

8.3 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j};-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j};\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j};\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{j}\right\}$;

8.4 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[3]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right);\sqrt[3]{2}\left(\cos\pi+\mathrm{j}\cdot\sin\pi\right);\sqrt[3]{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right)\right\}$;

8.5 $\mathrm{P}=\left\{\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{8}\right);\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right);\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{9\pi}{8}\right);\right.$

$\left.\cos\left(\frac{13\pi}{8}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{13\pi}{8}\right)\right\}$;

8.6 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{j};-\mathrm{j};\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{j}\right\}$;

8.7 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[8]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{16}\right)\right);\sqrt[8]{2}\left(\cos\left(\frac{9\pi}{16}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{9\pi}{16}\right)\right);\sqrt[8]{2}\left(\cos\left(\frac{17\pi}{16}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{17\pi}{16}\right)\right);\right.$
$\left.\sqrt[8]{2}\left(\cos\left(\frac{25\pi}{16}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{25\pi}{16}\right)\right)\right\};$

8.8 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[3]{2}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)\right);\sqrt[3]{2}\left(\cos\left(\frac{8\pi}{9}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{8\pi}{9}\right)\right);\right.$
$\left.\sqrt[3]{2}\left(\cos\left(\frac{14\pi}{9}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{14\pi}{9}\right)\right)\right\};$

8.9 $\mathrm{P}=\left\{\cos\left(\frac{11\pi}{18}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{11\pi}{18}\right);\cos\left(\frac{23\pi}{18}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{23\pi}{18}\right);\cos\left(\frac{35\pi}{18}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{35\pi}{18}\right)\right\};$

8.10 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[4]{4}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right);\sqrt[4]{4}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right);\sqrt[4]{4}\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right);\right.$
$\left.\sqrt[4]{4}\left(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)+\mathrm{j}\cdot\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\right)\right\};$

8.11 $\left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos 0;\sqrt[4]{2}\cdot\sin 0\right],\quad \left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\frac{\pi}{2};\sqrt[4]{2}\cdot\sin\frac{\pi}{2}\right],\quad \left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\pi;\sqrt[4]{2}\cdot\sin\pi\right],$
$\left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\frac{3\pi}{2};\sqrt[4]{2}\cdot\sin\frac{3\pi}{2}\right];$

8.12 $\left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4};\sqrt[4]{2}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right],\quad \left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\frac{3\pi}{4};\sqrt[4]{2}\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right],\quad \left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\frac{5\pi}{4};\sqrt[4]{2}\cdot\sin\frac{5\pi}{4}\right],$
$\left[\sqrt[4]{2}\cdot\cos\frac{7\pi}{4};\sqrt[4]{2}\cdot\sin\frac{7\pi}{4}\right];$

8.13 $\left[\sqrt[5]{2}\cdot\cos\frac{\pi}{10};\sqrt[5]{2}\cdot\sin\frac{\pi}{10}\right],\quad \left[\sqrt[5]{2}\cdot\cos\frac{\pi}{2};\sqrt[5]{2}\cdot\sin\frac{\pi}{2}\right],\quad \left[\sqrt[5]{2}\cdot\cos\frac{9\pi}{10};\sqrt[5]{2}\cdot\sin\frac{9\pi}{10}\right],$
$\left[\sqrt[5]{2}\cdot\cos\frac{13\pi}{10};\sqrt[5]{2}\cdot\sin\frac{13\pi}{10}\right],\left[\sqrt[5]{2}\cdot\cos\frac{17\pi}{10};\sqrt[5]{2}\cdot\sin\frac{17\pi}{10}\right];$

8.14 $\left[\sqrt[6]{2}\cdot\cos 0;\sqrt[6]{2}\cdot\sin 0\right],\quad \left[\sqrt[6]{2}\cdot\cos\frac{\pi}{3};\sqrt[6]{2}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right],\quad \left[\sqrt[6]{2}\cdot\cos\frac{2\pi}{3};\sqrt[6]{2}\cdot\sin\frac{2\pi}{3}\right],$
$\left[\sqrt[6]{2}\cdot\cos\pi;\sqrt[6]{2}\cdot\sin\pi\right],\left[\sqrt[6]{2}\cdot\cos\frac{4\pi}{3};\sqrt[6]{2}\cdot\sin\frac{4\pi}{3}\right],\left[\sqrt[6]{2}\cdot\cos\frac{5\pi}{3};\sqrt[6]{2}\cdot\sin\frac{5\pi}{3}\right];$

8.15 $\mathrm{P}=\{2-2\mathrm{j};-1-3\mathrm{j}\}$;

8.16 $\mathrm{P}=\{-3;-1-2\mathrm{j}\}$;

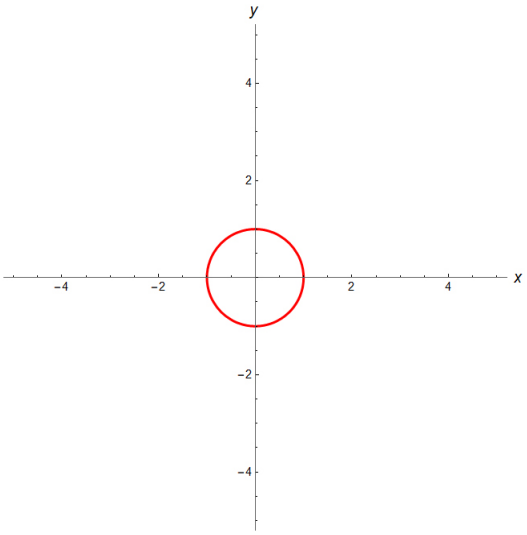
8.17 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{5}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{j};-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{j}\right\};$

8.18 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{9}{4}+\frac{7}{4}\mathrm{j};-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\mathrm{j}\right\};$

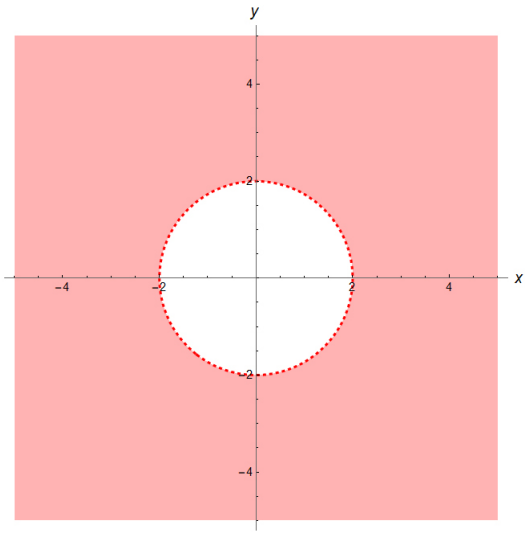
8.19 $\mathrm{P}=\left\{-1-\frac{1}{2}\mathrm{j};-\frac{1}{2}\right\}.$

9. … a něco navíc

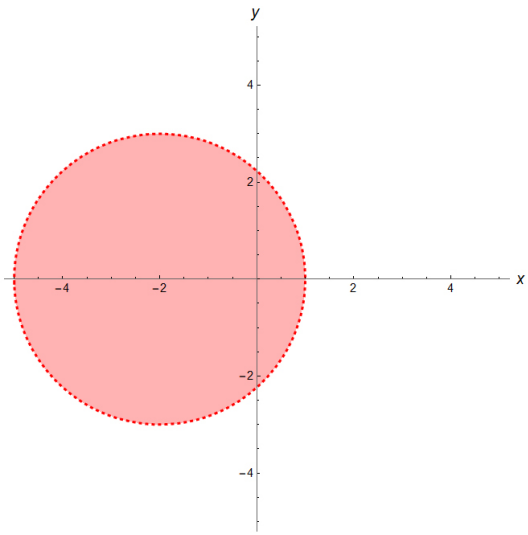
9.1 viz obr. 3;
9.2 viz obr. 4;
9.3 viz obr. 5;
9.4 viz obr. 6;
9.5 viz obr. 7;
9.6 viz obr. 8;
9.7 viz obr. 9;
9.8 viz obr. 10;
9.9 viz obr. 11;
9.10 viz obr. 12;
9.11 viz obr. 13;
9.12 viz obr. 14;
9.13 viz obr. 15.



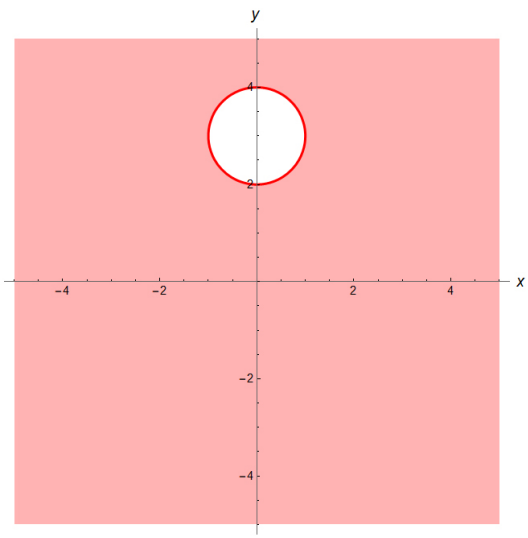
obr. 3



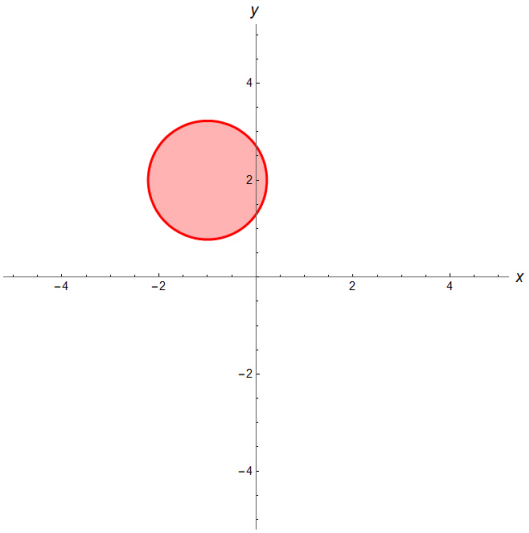
obr. 4



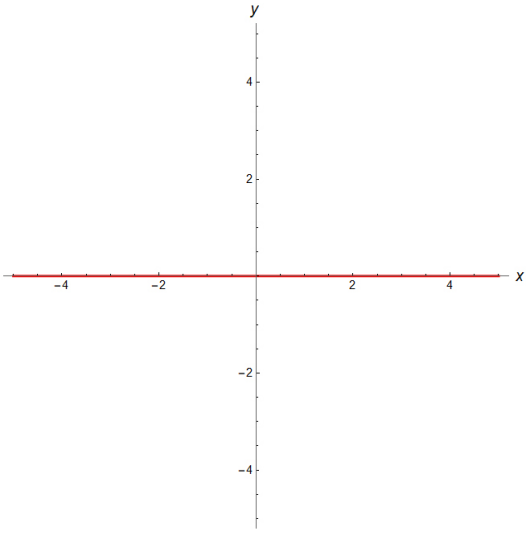
obr. 5



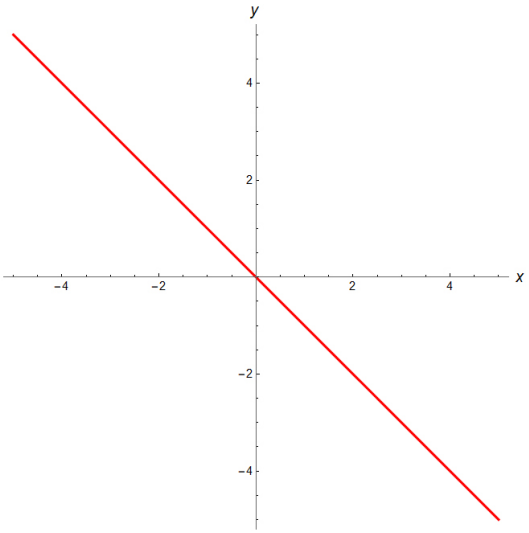
obr. 6



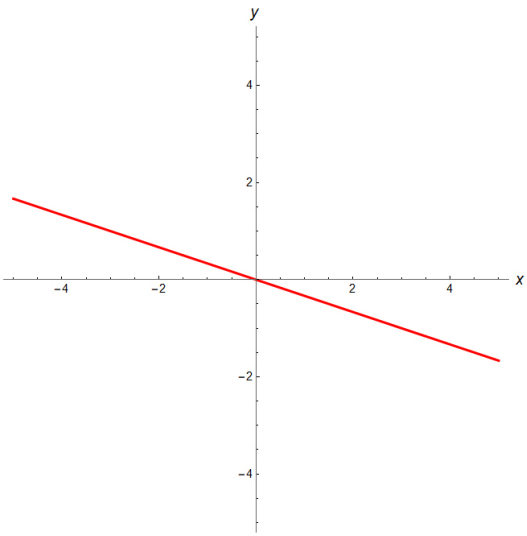
obr. 7



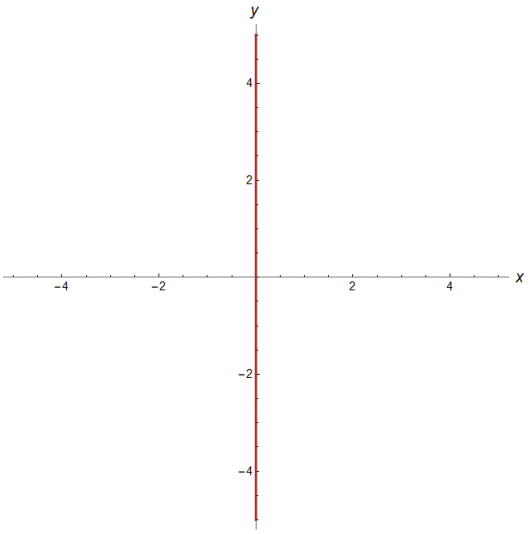
obr. 8



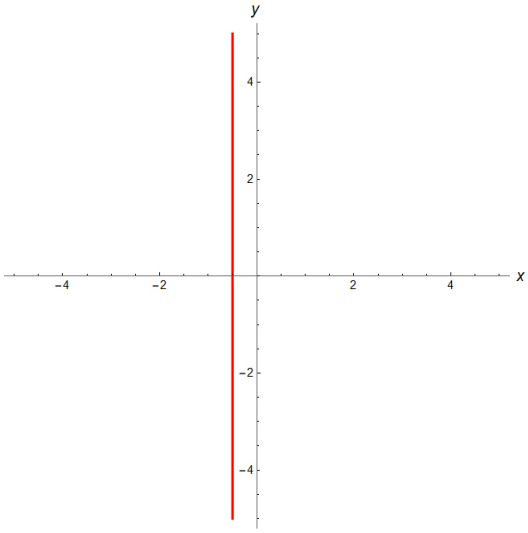
obr. 9



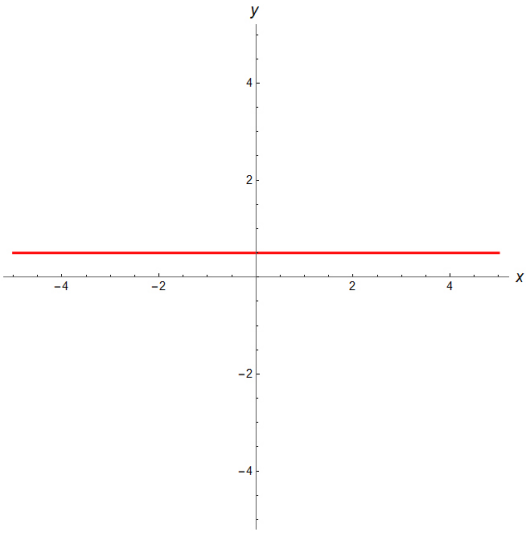
obr. 10



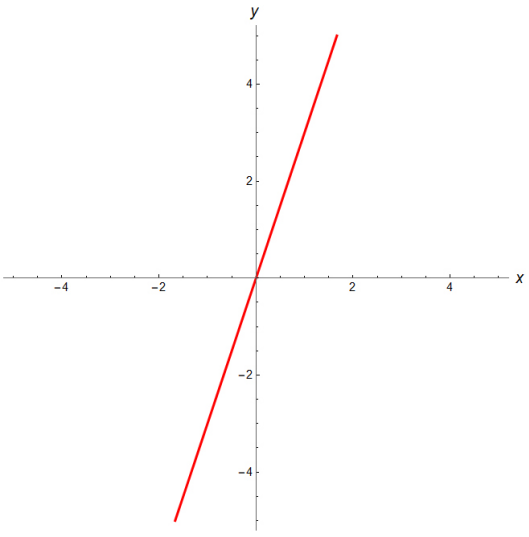
obr. 11



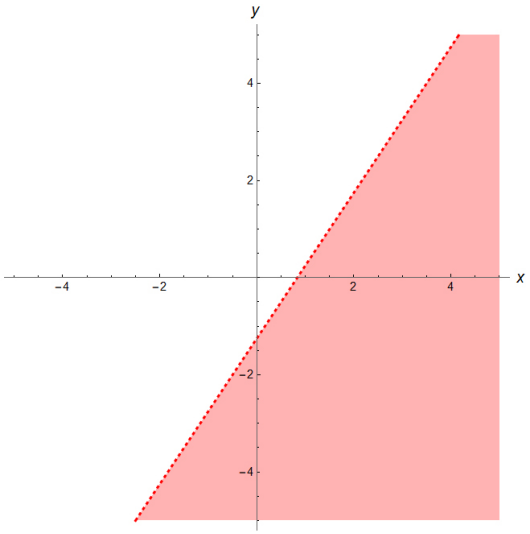
obr. 12



obr. 13



obr. 14



obr. 15