PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky

Panská 3

Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2022

Goniometrické funkce, rovnice a nerovnice

sbírka úloh z matematiky

Jaroslav Reichl

Obsah

1. Úhly ***3***
2. Hodnoty goniometrických funkcí ***3***
3. Goniometrické funkce ***4***
4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi ***6***
5. Goniometrické rovnice ***8***
6. Goniometrické nerovnice ***12***
7. Trigonometrie ***14***
Řešení ***26***
1. Úhly ***26***
2. Hodnoty goniometrických funkcí ***26***
3. Goniometrické funkce ***27***
4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi ***34***
5. Goniometrické rovnice ***37***
6. Goniometrické nerovnice ***43***
7. Trigonometrie ***45***

1. Úhly

Vyjádřete úhel zadaný ve stupních v radiánech a naopak:

1.1	$30°$;	**1.5**	$36°$;	**1.9**	$72°$;	**1.13**	$225°$;	**1.17**	$240°$;
1.2	$18°$;	**1.6**	$90°$;	**1.10**	$120°$;	**1.14**	$150°$;	**1.18**	$264°$;
1.3	$45°$;	**1.7**	$24°$;	**1.11**	$144°$;	**1.15**	$135°$;	**1.19**	$198°$;
1.4	$12°$;	**1.8**	$60°$;	**1.12**	$48°$;	**1.16**	$330°$;	**1.20**	$210°$;

1.21	$\frac{\pi}{20}$;	**1.25**	$\frac{\pi}{12}$;	**1.29**	$\frac{13\pi}{10}$;	**1.33**	$\frac{17\pi}{12}$;	**1.37**	$\frac{11\pi}{90}$;
1.22	$\frac{7\pi}{4}$;	**1.26**	$\frac{11\pi}{30}$;	**1.30**	$\frac{11\pi}{6}$;	**1.34**	$\frac{7\pi}{18}$;	**1.38**	$\frac{9\pi}{5}$;
1.23	$\frac{3\pi}{5}$;	**1.27**	$\frac{4\pi}{15}$;	**1.31**	$\frac{11\pi}{20}$;	**1.35**	$\frac{5\pi}{6}$;	**1.39**	$\frac{23\pi}{45}$;
1.24	$\frac{\pi}{36}$;	**1.28**	$\frac{7\pi}{36}$;	**1.32**	$\frac{4\pi}{3}$;	**1.36**	$\frac{19\pi}{36}$;	**1.40**	$\frac{27\pi}{20}$.

2. Hodnoty goniometrických funkcí

Bez použití kalkulačky vypočtěte:

2.1	$\sin\frac{\pi}{3}$;	**2.3**	$\sin\frac{7\pi}{6}$;	**2.5**	$\sin\frac{3\pi}{4}$;	**2.7**	$\sin\frac{4\pi}{3}$;	**2.9**	$\sin\frac{11\pi}{6}$;
2.2	$\cos\frac{\pi}{4}$;	**2.4**	$\cos\frac{5\pi}{6}$;	**2.6**	$\cos\frac{5\pi}{3}$;	**2.8**	$\cos\frac{7\pi}{6}$;	**2.10**	$\cos\frac{3\pi}{2}$;

2.11	$\sin 45°$;	**2.13**	$\sin 120°$;	**2.15**	$\sin 330°$;	**2.17**	$\sin 150°$;	**2.19**	$\sin 225°$;
2.12	$\cos 180°$;	**2.14**	$\cos 210°$;	**2.16**	$\cos 300°$;	**2.18**	$\cos 240°$;	**2.20**	$\cos 330°$;

2.21	$\sin\frac{25\pi}{6}$;	**2.23**	$\sin\frac{35\pi}{4}$;	**2.25**	$\sin\frac{16\pi}{3}$;	**2.27**	$\sin 13\pi$;	**2.29**	$\sin\frac{35\pi}{3}$;
2.22	$\cos\frac{14\pi}{3}$;	**2.24**	$\cos\frac{41\pi}{6}$;	**2.26**	$\cos\frac{23\pi}{4}$;	**2.28**	$\cos\frac{22\pi}{3}$;	**2.30**	$\cos\frac{43\pi}{6}$;

2.31	$\sin 405°$;	**2.33**	$\sin 1500°$;	**2.35**	$\sin 1290°$;	**2.37**	$\sin 1980°$;	**2.39**	$\sin 600°$;
2.32	$\cos 840°$;	**2.34**	$\cos 1200°$;	**2.36**	$\cos 1665°$;	**2.38**	$\cos 2400°$;	**2.40**	$\cos 900°$;

2.41	$\sin\left(-\frac{19\pi}{6}\right)$;	**2.44**	$\cos\left(-\frac{31\pi}{6}\right)$;	**2.47**	$\sin\left(-\frac{46\pi}{3}\right)$;	**2.50**	$\cos\left(-\frac{71\pi}{6}\right)$;
2.42	$\cos\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$;	**2.45**	$\sin\left(-\frac{37\pi}{4}\right)$;	**2.48**	$\cos\left(-\frac{51\pi}{4}\right)$;	**2.51**	$\sin\left(-\frac{65\pi}{6}\right)$;
2.43	$\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right)$;	**2.46**	$\cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right)$;	**2.49**	$\sin\left(-\frac{23\pi}{2}\right)$;	**2.52**	$\cos\left(-\frac{99\pi}{2}\right)$;

2.53 $\sin(-420°)$; **2.55** $\sin(-1320°)$; **2.57** $\sin(-570°)$; **2.59** $\sin(-1125°)$;

2.54 $\cos(-690°)$; **2.56** $\cos(-1215°)$; **2.58** $\cos(-1290°)$; **2.60** $\cos(-480°)$;

2.61 Vypočtěte $\sin 2015°$, jestliže $\cos 35° = \alpha$.

2.62 $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{6}$; **2.64** $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{4}$; **2.66** $\operatorname{tg}\frac{10\pi}{3}$; **2.68** $\operatorname{tg}\frac{23\pi}{6}$; **2.70** $\operatorname{tg}\frac{35\pi}{4}$;

2.63 $\operatorname{cotg}\frac{4\pi}{3}$; **2.65** $\operatorname{cotg}\frac{7\pi}{6}$; **2.67** $\operatorname{cotg}\frac{23\pi}{4}$; **2.69** $\operatorname{cotg}\frac{29\pi}{3}$; **2.71** $\operatorname{cotg}\frac{17\pi}{2}$;

2.72 $\operatorname{tg}120°$; **2.75** $\operatorname{cotg}240°$; **2.78** $\operatorname{tg}630°$; **2.81** $\operatorname{cotg}1020°$;

2.73 $\operatorname{cotg}210°$; **2.76** $\operatorname{tg}225°$; **2.79** $\operatorname{cotg}405°$; **2.82** $\operatorname{tg}870°$;

2.74 $\operatorname{tg}330°$; **2.77** $\operatorname{cotg}150°$; **2.80** $\operatorname{tg}600°$; **2.83** $\operatorname{cotg}930°$;

2.84 $\operatorname{tg}\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$; **2.86** $\operatorname{tg}\left(-\frac{32\pi}{3}\right)$; **2.88** $\operatorname{tg}\left(-\frac{39\pi}{4}\right)$; **2.90** $\operatorname{tg}\left(-\frac{65\pi}{6}\right)$;

2.85 $\operatorname{cotg}\left(-\frac{29\pi}{4}\right)$; **2.87** $\operatorname{cotg}\left(-\frac{41\pi}{6}\right)$; **2.89** $\operatorname{cotg}\left(-\frac{41\pi}{3}\right)$; **2.91** $\operatorname{cotg}\left(-\frac{83\pi}{6}\right)$;

2.92 $\operatorname{tg}(-150°)$; **2.94** $\operatorname{tg}(-495°)$; **2.96** $\operatorname{tg}(-780°)$; **2.98** $\operatorname{tg}(-1170°)$;

2.93 $\operatorname{cotg}(-240°)$; **2.95** $\operatorname{cotg}(-510°)$; **2.97** $\operatorname{cotg}(-675°)$; **2.99** $\operatorname{cotg}(-1110°)$.

3. Goniometrické funkce

Nakreslete pěkně graf dané funkce a určete její definiční obor a obor hodnot:

3.1 $g: y = \sin x + 1$;

3.2 $k: y = 2\sin x + 1$;

3.3 $p: y = -2\sin x$;

3.4 $b: y = -3\sin x + 2$;

3.5 $f: y = \sin 2x - 1$;

3.6 $a: y = 3\sin 2x + 1$;

3.7 $h: y = -2\sin 4x + 1$;

3.8 $u: y = 1{,}5\sin\frac{x}{2} - 0{,}5$;

3.9 $m: y = -2\sin\frac{x}{4} - 2$;

3.10 $c: y = 2\sin|x| + 1$;

3.11 $z: y = |2\sin x + 1|$;

3.12 $v: y = |3\sin x| - 1$;

3.18 $w: y = -\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 2$;

3.19 $s: y = 1{,}5\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right) - 1$;

3.20 $l: y = 2\sin\left(|x| - \frac{\pi}{3}\right) - 1$;

3.21 $a: y = -\sin\left(\left|x + \frac{\pi}{6}\right|\right) + 1$;

3.22 $q: y = -\sin\left(|x| + \frac{\pi}{5}\right) - 2$;

3.23 $c: y = 2\sin\left(\left|2x - \frac{\pi}{2}\right|\right) - 1$;

3.24 $f: y = -2\left|\sin\left(|3x - \pi|\right)\right| + 1$;

3.25 $h: y = -\cos 2x + 1$;

3.13 $q: y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$;

3.14 $r: y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$;

3.15 $d: y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$;

3.16 $n: y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$;

3.17 $t: y = 3\sin\left(4x + \frac{4\pi}{3}\right) - 1$;

3.26 $q: y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$;

3.27 $q: y = -2\cos\left(\frac{|x|}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 1$;

3.28 $j: y = 3\cos\left(\left|2x - \frac{2\pi}{3}\right|\right) + 1$;

3.29 $p: y = \left|2\cos(3x + \pi) - 1\right|$;

3.30 $t: y = -\left|2\cos\left(2|x| - \frac{4\pi}{3}\right)\right| + 1$;

3.31 $k: y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$;

3.32 $b: y = \operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$;

3.33 $p: y = -\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 2$;

3.34 $m: y = -2\operatorname{tg}\left(2|x| + \frac{\pi}{3}\right) + 1$;

3.35 $z: y = \left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 2\right|$;

3.36 $c: y = \operatorname{cotg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$;

3.37 $w: y = -\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + 1$;

3.38 $c: y = -\left|\operatorname{cotg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\right|$;

3.39 $h: y = \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - 2|x|\right) - 3$;

3.40 $n: y = -\left|\operatorname{cotg}\left(\left|\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right|\right)\right| + 2$;

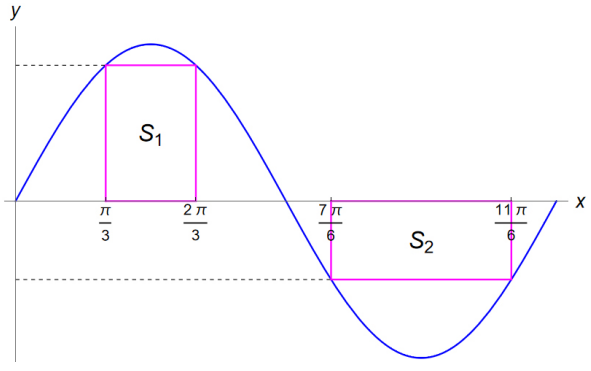
3.41 $f: y = 2\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$;

3.42 $g: y = 0{,}5\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$;

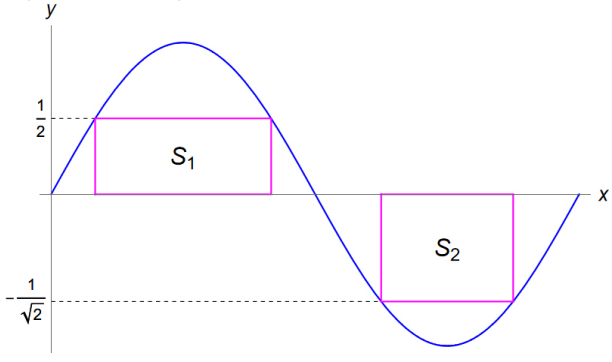
3.43 $h: y = 1{,}5\sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$;

3.44 $j: y = 0{,}25\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$.

3.45 Určete poměr obsahů obdélníků zobrazených a) na obr. 1, b) na obr. 2.



obr. 1



obr. 2

3.46 Hmotný bod kmitá s periodou 8 s a maximální výchylkou 15 cm. Napište rovnici pro okamžitou výchylku kmitání tohoto hmotného bodu. Zakreslete závislost okamžité výchylky na čase.

3.47 Hmotný bod kmitá s periodou 5 s, počáteční fází $\frac{\pi}{4}$ a maximální výchylkou 10 cm. Napište

rovnici pro okamžitou výchylku kmitání tohoto hmotného bodu. Zakreslete závislost okamžité výchylky na čase.

4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi

Zjednodušte:

4.1 $\sqrt{2}\sin\left(m-\frac{5\pi}{4}\right)$;

4.2 $\sqrt{2}\cos\left(\frac{7\pi}{4}+\omega\right)$;

4.3 $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$;

4.4 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\varphi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}-\varphi\right)$;

4.5 $\cos\left(\frac{\pi}{6}+p\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}-p\right)$;

4.6 $\cos\left(\tau+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}-\tau\right)$.

Bez použití kalkulačky vypočtěte:

4.7 $\sin 105°$;

4.8 $\cos 75°$;

4.9 $\sin 22{,}5°$;

4.10 $\cos 112{,}5°$;

4.11 $\sin 165°$;

4.12 $\cos 15°$;

4.13 $\sin 15°$;

4.14 $\cos 195°$;

4.15 $\mathrm{tg}\,105°$;

4.16 $\mathrm{cotg}\,75°$;

4.17 $\mathrm{tg}\,165°$;

4.18 $\mathrm{cotg}\,15°$.

4.19 Bez použití kalkulačky vypočtěte: a) $\cos 15° - \sin 15°$, b) $\cos 15° + \sin 15°$.

Bez určování hodnoty argumentu určete hodnoty všech goniometrických funkcí argumentu, dvojnásobného argumentu i poloviního argumentu, jestliže platí:

4.20 $\sin x = \frac{3}{5}$ pro $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$;

4.21 $\sin u = \frac{4}{5}$ pro $u \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$;

4.22 $\cos w = -\frac{1}{4}$ pro $w \in \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$;

4.23 $\cos b = \frac{2}{3}$ pro $b \in \left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

Bez určování hodnoty argumentu určete hodnoty všech goniometrických funkcí dvojnásobného argumentu, jestliže platí:

4.24 $\mathrm{tg}\,c = \frac{1}{2}$ pro $c \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$;

4.25 $\mathrm{tg}\,q = -\frac{1}{4}$ pro $q \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$;

4.26 $\mathrm{cotg}\,j = \frac{5}{2}$ pro $j \in \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$;

4.27 $\mathrm{cotg}\,\alpha = -\frac{2}{3}$ pro $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

4.28 Pro úhel $\varphi \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ platí $\mathrm{tg}\,\varphi + \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varphi} = 8$. Určete, čemu je rovno $\sin\varphi + \cos\varphi$.

4.29 Určete $\sin 2\beta$, jestliže pro úhel β platí $\frac{1}{\mathrm{tg}^2\beta} + \frac{1}{\mathrm{cotg}^2\beta} + \frac{1}{\sin^2\beta} + \frac{1}{\cos^2\beta} = 7$.

4.30 Určete, čemu je roven výraz $\sin x \cdot \cos x$, jestliže $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$.

4.31 Určete, čemu je roven výraz $\mathrm{tg}^2 x + \mathrm{cotg}^2 x$, jestliže $\mathrm{tg}\,x + \mathrm{cotg}\,x = 5$.

4.32 Určete, čemu je roven výraz $\mathrm{tg}^2 z$, jestliže $\alpha \cdot \cos^2 z + \beta \cdot \sin^2 z = \gamma$.

4.33 Vypočtěte: $\sin^2 10° + \sin^2 20° + \sin^2 30° + \sin^2 40° + \sin^2 50° + \sin^2 60° + \sin^2 70° + \sin^2 80°$.

Zjednodušte a udejte definičního obor daného výrazu:

4.34 $(1+\sin x)\cdot(1-\sin x)$;

4.35 $\left(\sin\frac{\lambda}{2}+\cos\frac{\lambda}{2}\right)^2$;

4.36 $1-2\sin^2\frac{y}{2}$;

4.37 $\cos^4 2k-\sin^4 2k$;

4.38 $\cos 2m+2\sin^2 m$;

4.39 $\cos u\cdot\sin^2 u+\cos^3 u$;

4.40 $\cos^4 b-\sin^4 b+\sin^2 b$;

4.41 $\cos^2 a\cdot\operatorname{tg}^2 a+\cos^2 a$;

4.42 $\cos q\cdot(\operatorname{tg} q+\operatorname{cotg} q)$;

4.43 $(1+\operatorname{tg}^2\beta)\cdot(1-\sin^2\beta)-\sin^2\beta$;

4.44 $\operatorname{tg}^2\delta-\sin^2\delta-\operatorname{tg}^2\delta\cdot\sin^2\delta$;

4.45 $\frac{\sin^2 r-\sin^4 r}{\cos^4 r-\cos^2 r}$;

4.46 $\frac{\sin^4\varphi-\cos^4\varphi}{\cos 2\varphi}$;

4.47 $\frac{\cos\varepsilon+2\cos^2\varepsilon\cdot\sin\varepsilon}{(\sin\varepsilon+\cos\varepsilon)^2}$;

4.48 $\frac{\sin z}{1-\cos z}+\frac{\sin z}{1+\cos z}$;

4.49 $\frac{1}{1+\operatorname{tg} v}-\frac{\operatorname{cotg} v}{1+\operatorname{cotg} v}$;

4.50 $\frac{1}{1-\operatorname{tg}\sigma}-\frac{\operatorname{tg}\sigma}{1+\operatorname{tg}\sigma}$;

4.51 $\frac{2\sin\beta-\sin 2\beta}{\sin 2\beta+2\sin\beta}$;

4.52 $\frac{2\cos p-\cos 2p-1}{2\cos p+\cos 2p+1}$;

4.53 $\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}}$;

4.54 $\frac{2\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2}}$;

4.55 Zjednodušte: $2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-3\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)$. Udejte podmínky platnosti.

Dokažte platnost následujících vztahů a určete podmínky, za kterých jsou definovány:

4.56 $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$;

4.57 $\sin^2 x-\sin^2 y=\sin(x+y)\cdot\sin(x-y)$;

4.58 $\sin 2y\cdot\cos y+2\sin^3 y=2\sin y$;

4.59 $\frac{\sin 3a}{\sin a}=1+2\cos 2a$;

4.60 $\sin 2s\cdot\operatorname{tg} s-\cos 2s+\cos^2 s=3\sin^2 s$;

4.61 $(\operatorname{tg} x+\operatorname{cotg} x)\cdot\sin 2x=2$;

4.62 $\frac{2}{\operatorname{tg} v+\operatorname{cotg} v}=\sin 2v$;

4.63 $\frac{1-\cos\mu}{1+\cos\mu}=\operatorname{tg}^2\frac{\mu}{2}$;

4.64 $\frac{2\operatorname{tg} a}{1+\operatorname{tg}^2 a}=\sin 2a$;

4.65 $\frac{1+\cos 2\rho}{\sin 2\rho}=\operatorname{cotg}\rho$;

4.66 $\frac{\cos^2 d-\cos 2d}{\sin 2d}=\frac{1}{2}\operatorname{tg} d$;

4.68 $\frac{1-(\cos n+\sin n)^2}{\sin^2 n-\cos^2 n}=\operatorname{tg} 2n$;

4.69 $\frac{2}{\operatorname{tg} u+\operatorname{cotg} u}=\sin 2u$;

4.70 $\frac{\sin^3 a+\frac{1}{2}\sin 2a\cdot\cos a}{\sin a}=1$;

4.71 $\frac{\sin^3 r-\frac{1}{2}\sin 2r\cdot\cos r}{\cos 2r}=-\sin r$;

4.72 $\frac{\operatorname{cotg}^2 v-\operatorname{tg}^2 v}{\cos 2v}=\frac{4}{\sin^2 2v}$;

4.73 $\frac{\cos a+\sin a}{\cos a-\sin a}-\frac{\cos a-\sin a}{\cos x+\sin x}=2\operatorname{tg} 2a$;

4.74 $\frac{\cos 2\tau}{\operatorname{cotg}\tau-1}-\frac{\sin 2\tau}{2}=\sin^2\tau$;

4.75 $\frac{4\cos 2w}{\operatorname{cotg}^2 w-\operatorname{tg}^2 w}=\sin^2 2w$;

4.67 $\dfrac{\operatorname{cotg} q - \operatorname{tg} q}{2\cos 2q} = \dfrac{1}{\sin 2q}$;

4.76 $\dfrac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} - \dfrac{\cos 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} = 2\operatorname{tg}\alpha$;

4.77 $\dfrac{\sin 3\psi + \sin\psi}{\cos 3\psi + \cos\psi} = \operatorname{tg} 2\psi$;

4.78 $\dfrac{\cos m \cdot \left(\cos^4 m + \cos^3 m - \sin^4 m\right) - \sin^4 m}{2\cos 2m} = \cos^2\left(\dfrac{m}{2}\right)$;

4.79 $\dfrac{4\cdot\left(1-\operatorname{tg}^2 b\right)\cdot \operatorname{tg} b}{1-6\operatorname{tg}^2 b + \operatorname{tg}^4 b} = \operatorname{tg} 4b$.

4.80 Dokažte, že pro vnitřní úhly α, β a γ trojúhelníku platí $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma$. (Nápověda: levou stranu vztahu přepište ve tvaru: $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\left(\pi - \left(\alpha+\beta\right)\right) =$ $= \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\left(\alpha+\beta\right) = \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta - \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$.)

4.81 Odvoďte vztah $\sin x \cdot \cos y = \dfrac{1}{2}\left(\sin\left(x-y\right) + \sin\left(x+y\right)\right)$.

4.82 Odvoďte vztah $\cos x \cdot \cos y = \dfrac{1}{2}\left(\cos\left(x-y\right) + \cos\left(x+y\right)\right)$.

4.83 Odvoďte vztah pro $\operatorname{tg} 2a$.

4.84 Odvoďte vztah pro $\operatorname{tg}\dfrac{b}{2}$.

4.85 Napište rovnici pro okamžitou výchylku kmitavého pohybu složeného ze dvou kmitání, jejichž okamžité výchylky jsou popsány rovnicemi $y_1 = 0{,}2\sin\left(2\pi\cdot 1{,}5\cdot t\right)$ a $y_2 = 0{,}2\sin\left(2\pi\cdot 1{,}55\cdot t\right)$. Nakreslete graf závislosti okamžité výchylky složeného kmitání na čase.

5. Goniometrické rovnice

Určete nejmenší kořen dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi)$:

5.1 $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

5.2 $\cos u = -\dfrac{1}{2}$;

5.3 $\sin b = -1$;

5.4 $\cos q = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

5.5 $\operatorname{tg} z = 1$;

5.6 $\operatorname{cotg} t = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Určete největší kořen dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi)$:

5.7 $\sin y = -\dfrac{1}{2}$;

5.8 $\cos n = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

5.9 $\cos r = -1$;

5.10 $\cos d = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5.11 $\operatorname{tg} l = \sqrt{3}$;

5.12 $\operatorname{cotg} c = -1$.

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.13 $2\sin b = -1$, v $\mathbb{R}$;

5.14 $\sqrt{3}\cos a = -\dfrac{3}{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.15 $\sqrt{3}\operatorname{tg} z = -3$, v $\mathbb{R}$;

5.16 $\sqrt{3}\operatorname{cotg} w = -1$, v $\mathbb{R}^+$;

5.19 $2\sqrt{3}\operatorname{tg} f = -\sqrt{12}$, v $\langle 0; \pi)$;

5.20 $2\sin n = \sqrt{3}$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.21 $2 = -\dfrac{\sqrt{2}}{\sin k}$, v $\mathbb{R}$;

5.17 $\sqrt{3}\cos m = \frac{\sqrt{3}}{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.18 $4\sin s = 2$, v $\mathbb{R}^-$;

5.22 $\frac{\sqrt{12}}{\operatorname{cotg} u} = -2$, v $\langle 0;\pi)$;

5.23 $\frac{2}{1+\operatorname{cotg} g} = 1$, v $\langle 0;\pi)$.

S pomocí kalkulačky řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.24 $2\sin\beta = 0{,}5$, v $\langle 0°;360°)$;

5.25 $3\cos\mu = 2{,}8$, v $\langle 0°;360°)$;

5.26 $5\operatorname{tg}\varphi = 12$, v $\langle 0°;180°)$;

5.27 $-\operatorname{cotg}\sigma = 25$, v $\langle 0°;180°)$;

5.28 $3\sin d = 2{,}5$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.29 $4\cos k = -1{,}7$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.30 $\operatorname{tg} m = -0{,}75$, v $\langle 0;\pi)$;

5.31 $\operatorname{cotg} q = 1{,}84$, v $\langle 0;\pi)$;

5.32 $3\sin\alpha = 1{,}6$, v $\mathbb{R}$;

5.33 $11\cos\lambda = 9$, v $\mathbb{R}$;

5.34 $9\operatorname{tg}\omega = 105$, v $\mathbb{R}$;

5.35 $25\operatorname{cotg}\tau = -56$, v $\mathbb{R}$;

5.36 $10{,}2\sin y = -9{,}6$, v $\mathbb{R}$;

5.37 $5{,}3\cos p = 3{,}46$, v $\mathbb{R}$;

5.38 $2{,}5\operatorname{tg} u = 10{,}1$, v $\mathbb{R}$;

5.39 $12{,}4\operatorname{cotg} b = 1{,}2$, v $\mathbb{R}$;

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.40 $2\sin\left(h+\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.41 $2\cos\left(c-\frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.42 $\sin\left(2s+\frac{2\pi}{3}\right) = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.43 $\sqrt{3}\operatorname{tg}\left(2r+\frac{\pi}{4}\right) = 3$, v $\mathbb{R}$;

5.44 $\sqrt{3}\operatorname{cotg}\left(\frac{r}{3}-\frac{\pi}{12}\right) = -1$, v $\mathbb{R}$;

5.45 $2\sin\left(\frac{m}{4}+\frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.46 $2\cos\left(4v-\frac{2\pi}{3}\right) = -1$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.47 $2\sin\left(\frac{g}{2}+\frac{3\pi}{4}\right) = 1$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.48 $0{,}5\sin\left(\frac{\pi}{4}t-\frac{\pi}{3}\right) = -0{,}25$, v $\mathbb{R}$;

5.49 $2\cos\left(3\pi t+\frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{2}$, v $\mathbb{R}$;

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.50 $4\sin^2 x - 1 = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.51 $4\cos^2 b - 3 = 0$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.52 $8\cos^2 n = 2$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.53 $2\sin^2 g - 1 = 0$, v $\langle 0;2\pi)$;

5.54 $4\cos^2 p - 2 = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.55 $12\sin^2 y = 9$, v $\mathbb{R}$;

5.56 $\operatorname{tg}^2 v - 1 = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.57 $\operatorname{cotg}^2 j - 1 = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.58 $2\sin^2 a + \sin a = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.59 $2\cos^2 f = \cos f$, v $\mathbb{R}$;

5.60 $\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 s - \operatorname{tg} s = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.66 $2\sqrt{2}\cos^2 c - \sqrt{2}\cos c = 1 - 2\cos c$, v $\mathbb{R}$;

5.67 $4\cos d + 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{\cos d} + 2$, v $\mathbb{R}$;

5.68 $4\sin m + \frac{\sqrt{3}}{\sin m} = -2\sqrt{3} - 2$, v $\mathbb{R}$;

5.69 $2\cos p - \frac{\sqrt{2}}{2\cos p} = 1 - \sqrt{2}$;

5.70 $\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 w - 2\operatorname{tg} w - \sqrt{3} = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.71 $\sqrt{3}\operatorname{cotg}^2 s + 2\operatorname{cotg} s - \sqrt{3} = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.72 $4\sin p - 3 = \frac{6}{\sin p} + 2(\sin p - 1)$, v $\mathbb{R}$;

5.61 $\sqrt{3}\operatorname{cotg}^2 l + \operatorname{cotg} l = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.62 $2\sin^2 z + \sin z = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.63 $2\cos^2 t - \cos t - 1 = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.64 $\sin^2 y + \sin y = 2$, v $\mathbb{R}$;

5.65 $2\sqrt{2}\sin^2 r + \left(\sqrt{2}-2\right)\cdot\sin r = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.73 $\cos x - 4 + \dfrac{2}{\cos x} = 1 - \cos x$, v $\mathbb{R}$;

5.74 $\sqrt{3} - 1 = \dfrac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} l} - \operatorname{tg} l$, v $\mathbb{R}$;

5.75 $\sqrt{3}\operatorname{cotg} x - 1 = \dfrac{1}{\operatorname{cotg} x} - \sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.76 $4\sin^2 u \cdot \left(2 - \sin^2 u\right) = 3 + \sin^2 u$, v $\mathbb{R}$;

5.77 $5\cos^2 a \cdot \left(\cos^2 a - 1\right) + 3\left(\cos^4 a + 1\right) = 5\cos^2 a$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.78 $3\cdot\left(\operatorname{tg}^2 y + 3 - \dfrac{1}{\operatorname{tg}^2 y}\right) = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.79 $3\operatorname{cotg}^2 d \cdot \left(\operatorname{cotg}^2 d - 2\right) + 3 = 2\left(1 - \operatorname{cotg}^2 d\right)$, v $\mathbb{R}$.

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.80 $5\sin^2 y + \cos^2 y = 2$, v $\mathbb{R}$;

5.81 $6\sin^2 t + 2\cos^2 t = 5$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.82 $4\sin^2 q = 4 - 3\cos^2 q$, v $\mathbb{R}$;

5.83 $3\cos^2 v = 5 - 7\sin^2 v$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.84 $8\operatorname{tg}^2 r = \dfrac{5}{\cos^2 r} - 4$, v $\mathbb{R}$;

5.85 $2 - \dfrac{1}{\sin^2 u} = 2\operatorname{cotg}^2 u$, v $\mathbb{R}$;

5.86 $2\sin^2 a + 4\cos^2 a - 8\sin^2 a \cdot \cos^2 a = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.87 $8\sin^2 z \cdot \cos^2 z + 3 = 2\left(3\sin^2 z + 2\cos^2 z\right)$, v $\mathbb{R}$.

5.88 Odvoďte hodnotu $\sin 18°$. (Nápověda: uvědomte si, že $5\cdot 18° = 90°$, odkud lze odvodit $2\cdot 18° = 90° - 3\cdot 18°$ a na tuto rovnost aplikovat funkci sinus.)

5.89 Dokažte platnost vztahu: $\sin^2 18° + \cos^2 36° = \dfrac{3}{4}$.

5.90 V pravoúhlém trojúhelníku FRK s pravým úhlem při vrcholu R platí: $|\mathrm{FR}| = 3\cos\varphi$, $|\mathrm{RK}| = \sin\varphi$ a $|\mathrm{KF}| = \operatorname{tg}\varphi$. Určete velikost úhlu KFR.

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.91 $\dfrac{3}{2}\cos u = \sin^2 u$, v $\mathbb{R}$;

5.92 $2\cos^2 t - \sin t = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.93 $3\left(\cos a + \sin^2 a\right) = 3 + \sin^2 a$, v $\mathbb{R}$;

5.94 $2\cos^2 v + 1 = \sqrt{3}\sin v$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.95 $2\left(\sin^2 k - \cos k\right) = \cos k$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.96 $2\sqrt{2}\left(\sin^2 c - 1\right) = \left(\sqrt{2}-2\right)\cdot\cos c - 1$, v $\mathbb{R}$;

5.97 $4\left(\cos^2 q - 1\right) - 2\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\sin q = \sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.98 $4\sin^2 h + \sqrt{6} - 4 = 2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\cos h$, v $\mathbb{R}$;

5.99 $\dfrac{\cos x - 4\sin^2 x}{2\cos x + 1} = \sqrt{2} - \dfrac{\cos x + 4}{2\cos x + 1}$, v $\mathbb{R}$.

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.100 $\sin n - \cos n = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.101 $\sin j - \cos j = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.102 $\sin p + \cos p = 1$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.103 $\sqrt{3}\sin a + \cos a = 1$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.104 $\sin u + \sqrt{3}\cos u = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.105 $\sqrt{3}\sin z + 3\cos z = \sqrt{6}$, v $\mathbb{R}$;

5.106 $\sqrt{3}\sin o + \cos o = \sqrt{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.107 $2\sin s + 2\cos s = \sqrt{6}$, v $\mathbb{R}$;

5.108 $\sin w - \sqrt{3}\cos w = 1$, v $\mathbb{R}$;

5.109 $\sin r - \sqrt{3}\cos r = \sqrt{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.110 $\sqrt{3}\sin b - \cos b = \sqrt{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.111 $\sqrt{2}\sin g - \sqrt{2}\cos g = -1$, v $\mathbb{R}$;

5.112 $-\sqrt{3}\sin l - \cos l = 2$, v $\mathbb{R}$;

5.113 $3\cos y - \sqrt{3}\sin y = 3$, v $\mathbb{R}$.

Řešte v dané množině zadanou rovnici:

5.114 $\sin 2p + \cos p = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.115 $\sin 2j - \sqrt{3}\cos j = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.116 $\sin 2q + \sqrt{2}\cos q = 0$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.117 $\cos u = \sin 2u$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.118 $\cos 2x + \sin x = 0$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.119 $2\cos 2r + 2\sin r = -\sqrt{2}$, v $\langle 0; 2\pi)$;

5.120 $\sin t + \sin 2t = \sin 3t$, v $\mathbb{R}$;

5.121 $\cos 2n - \sin^2 n = \frac{3}{2}\cos n - \frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.122 $\sin^3 d + \cos^3 d = 1 - \frac{1}{2}\sin 2d$, v $\mathbb{R}$;

5.123 $\sin 2u - \left(2 + \sqrt{3}\cos u\right)\cdot\cos u = \sqrt{3}\cdot\left(\sin x - 1\right)\cdot\sin u$, v $\mathbb{R}$;

5.124 $\sin^2 z\cdot\left(\sin z - \sqrt{3}\cos z\right) + \sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{4}\cos z\right) = \sqrt{3} - \frac{\sin z}{4}$, v $\mathbb{R}$;

5.125 $\sin r\cdot\left(\cos^2 r - 1\right) + \frac{3}{4}\sin 2r = 1 - \cos r\cdot\left(\cos r + \frac{3}{2}\right)$, v $\mathbb{R}$;

5.126 $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 q}{1 + \operatorname{tg}^2 q} = 2\cos 2q$, v $\mathbb{R}$;

5.127 $\operatorname{tg} y - \operatorname{cotg} y = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.128 $\operatorname{tg} m + \operatorname{cotg} m = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.129 $\sqrt{3}\operatorname{tg} c + 2\sin c = 0$, v $\mathbb{R}$;

5.130 $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.131 $\sin\left(s + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(s - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.132 $\sin\left(q - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(q + \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.133 $\sin\left(m+\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(m-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.134 $\cos\left(\frac{\pi}{3}+v\right)+\cos\left(v-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.135 $\cos\left(b-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(b+\frac{\pi}{4}\right)=-1$, v $\mathbb{R}$;

5.136 $\operatorname{tg} n-2\sin 2n=0$, v $\mathbb{R}$;

5.137 $\operatorname{cotg} r-2\sin 2r=0$, v $\mathbb{R}$;

5.138 $\sin^2\frac{t}{2}-\cos^2\frac{t}{2}=\frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

5.139 $\sin^2\frac{w}{2}+\cos w=0$, v $\mathbb{R}$;

5.140 $\sin^2\frac{l}{2}-\frac{1}{2}\cos l=0$, v $\mathbb{R}$;

5.141 $2\sin^2\frac{f}{2}-3\cos f=2\sqrt{3}+1$, v $\mathbb{R}$;

5.142 $2\sin^2\frac{v}{2}-2\sqrt{2}-1=3\cos v$, v $\mathbb{R}$;

5.143 $\sin\frac{y}{2}-\cos y=0$, v $\mathbb{R}$;

5.144 $\sin\frac{a}{2}+\cos a=1$, v $\mathbb{R}$;

5.145 $\cos\frac{o}{2}-\sin o=0$, v $\mathbb{R}$;

5.146 $\cos\frac{v}{2}+\sin v=0$, v $\mathbb{R}$;

5.147 $\cos^2\frac{b}{2}+\cos b=2$, v $\mathbb{R}$;

5.148 $2\cos^2\frac{x}{2}-3\cos b=2$, v $\mathbb{R}$;

5.149 $2\cos^2\frac{m}{2}-5\cos b-1=2\sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

5.150 $4\sin^2 a+\sin^2 2a=3$, v $\mathbb{R}$.

6. Goniometrické nerovnice

Řešte v dané množině zadanou nerovnici:

6.1 $\sin t<\frac{\sqrt{2}}{2}$, v $\langle 0;2\pi)$;

6.2 $\cos f\geq-\frac{\sqrt{2}}{2}$, v $\langle 0;2\pi)$;

6.3 $\operatorname{tg} y\leq\sqrt{3}$, v $\langle 0;\pi)$;

6.4 $\operatorname{cotg} z<1$, v $\langle 0;\pi)$;

6.11 $\operatorname{tg} b>\frac{\sqrt{3}}{3}$, v $\mathbb{R}$;

6.12 $\operatorname{cotg} w\leq\sqrt{3}$, v $\mathbb{R}$;

6.13 $\operatorname{tg} j<-1$, v $\mathbb{R}$;

6.14 $\operatorname{cotg} r\leq-\frac{\sqrt{3}}{3}$, v $\mathbb{R}$;

6.5 $\sin a < \frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.6 $\cos m \geq \frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.7 $\sin q > -\frac{\sqrt{3}}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.8 $\cos s \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.9 $\sin v \leq 1$, v $\mathbb{R}$;

6.10 $\cos p > -1$, v $\mathbb{R}$;

6.15 $\sin 5x \geq \frac{1}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.16 $\cos \frac{d}{3} < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.17 $\sin \frac{l}{6} < \frac{\sqrt{2}}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.18 $\cos 7n \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, v $\mathbb{R}$;

6.19 $\operatorname{tg} 10h \geq -1$, v $\mathbb{R}$;

6.20 $\operatorname{cotg} \frac{h}{4} \geq 1$, v $\mathbb{R}$.

Řešte v dané množině zadanou nerovnici:

6.21 $\sin p \cdot \cos p < 0$, v $\mathbb{R}$;

6.22 $\sin w \cdot \cos 2w \geq 0$, v $\mathbb{R}$;

6.23 $\sin 4b \cdot \cos b \leq 0$, v $\mathbb{R}$;

6.24 $\sin 2n > \sin n$, v $\mathbb{R}$;

6.25 $\sin 2r \leq \cos r$, v $\mathbb{R}$.

Řešte v dané množině zadanou nerovnici:

6.26 $4\sin^2 n \leq 1$, v $\langle 0; 2\pi)$;

6.27 $4\cos^2 b > 3$, v $\mathbb{R}$;

6.28 $2\cos^2 p + \cos p > 1$, v $\mathbb{R}$;

6.29 $\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg} a \geq \sqrt{3}(1 + \operatorname{tg} a)$, v $\mathbb{R}$;

6.30 $\sqrt{3} \cdot \operatorname{cotg}^2 r + 2\operatorname{cotg} r < \sqrt{3}$, v $\langle 0; 2\pi)$;

6.31 $2(\sqrt{2} - \sin y) > \sqrt{2}(2\cos^2 y - \sin y) + 1$, v $\mathbb{R}$;

6.32 $\sqrt{3}(2\cos u - 1) + 4 \leq 2(2\sin^2 u + \cos u)$, v $\mathbb{R}$;

6.33 $4(\sin^2 x - |\cos x|) < 1$, v $\mathbb{R}$;

6.34 $\frac{5 - 4(\sin^2 q + \cos q)}{\cos q} \leq 0$, v $\mathbb{R}$.

6.35 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; 2\pi)$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce sinus z intervalu $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right\rangle$?

6.36 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; 2\pi)$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce kosinus z intervalu $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$?

6.37 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; \pi)$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce tangens z intervalu $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3} \right)$?

6.38 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; \pi)$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce kotangens z intervalu $\left\langle -\sqrt{3}; 1 \right)$?

7. Trigonometrie

7.1 Stanice Náměstí Míru pražského metra je nejhlubší stanicí metra v Evropské unii. Nástupiště stanice leží 53 m pod povrchem a délka eskalátorů, které na nástupiště vedou, je 87,1 m. Jaký je sklon eskalátorů a) ve stupních, b) v procentech?

7.2 Vypočtěte úhel, který svírá kratší strana obdélníka s jeho úhlopříčkou. Délky stran obdélníka jsou 50 cm a 90 cm.

7.3 Záhon má tvar rovnoramenného lichoběžníku se sklonem ramen $70°$ a jejich délkou 3 m. Oč se liší délky základen tohoto lichoběžníku?

7.4 Desetiúhelník ABCDEFGHIJ je vepsán do kružnice o poloměru 10 cm. Určete délku lomené čáry ABCDE.

7.5 Rovnoramenný trojúhelník má délku základny 15 cm a úhel, který svírá rameno se základnou, je $57°21'$. Určete délky ramene a výšky na základnu tohoto trojúhelníku.

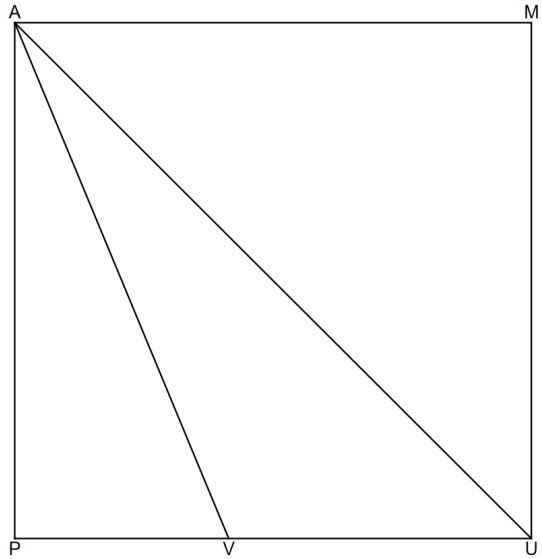
7.6 V pravoúhlém trojúhelníku RYC s pravým úhlem při vrcholu C je z bodu C spuštěna výška na přeponu; výška protne přeponu v bodě Q. Délka úsečky RQ je 20 j a velikost vnitřního úhlu při vrcholu R je $60°$. Určete délky stran trojúhelníka RYC.

7.7 Na stromě vysokém 10 m sedí kos a na stromě vysokém 15 m sedí vrána. Mezi stromy se nachází na zemi ořech, který kos vidí v hloubkovém úhlu $60°$ a vrána v hloubkovém úhlu $45°$. Jaká je vzájemná vzdálenost stromů? Jak daleko je kos od ořechu?

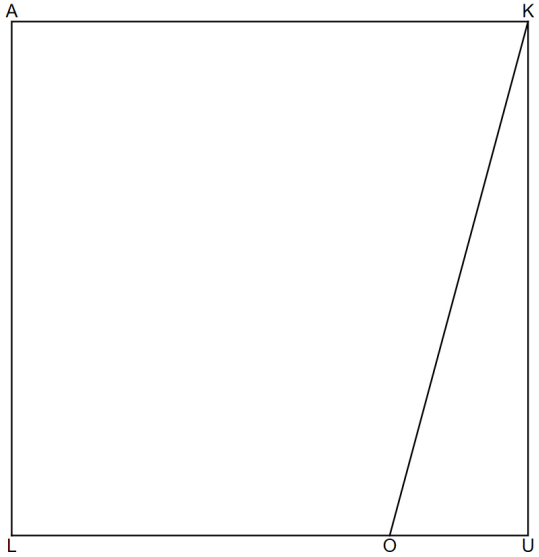
7.8 V pravoúhlém trojúhelníku FRK s pravým úhlem při vrcholu K je sestrojena výška KY. Délka strany RK jsou 3 j, délka strany KF jsou 2 j a dále $|\sphericalangle KFR| = 2|\sphericalangle FRK|$. Určete délku úsečky YR.

7.9 Ve čtverci PUMA (viz obr. 3) platí: $|AP| + |PV| = 8$ j a $|\sphericalangle PAV| = |\sphericalangle VAU|$. Určete délku strany čtverce.

7.10 Ve čtverci LUKA (viz obr. 4) platí: $|LO| = 5$ j a $|\sphericalangle AKO| = 75°$. Určete délku úsečky OK.



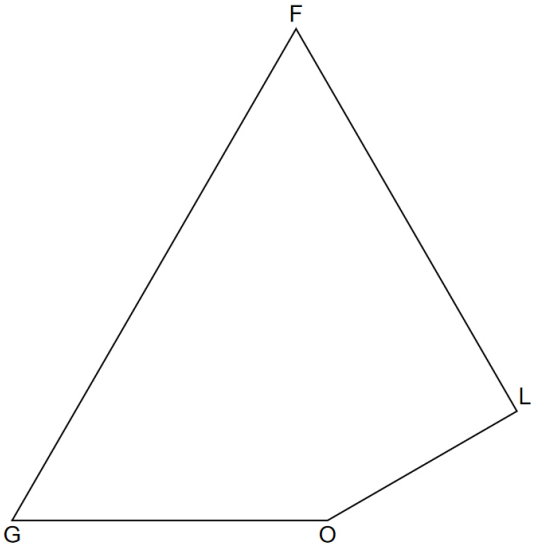
obr. 3



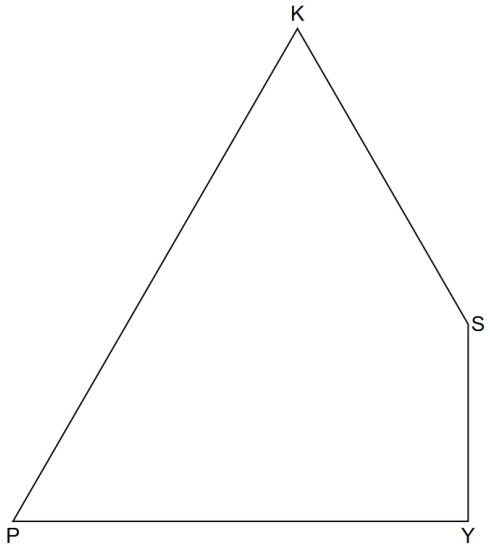
obr. 4

7.11 Čtyřúhelník GOLF (viz obr. 5) vznikl odříznutím části rovnostranného trojúhelníka o straně délky 9 j tak, že velikost úhlu GOL je $150°$. Délka úsečky GO je 5 j. Určete délku úsečky LF.

7.12 Čtyřúhelník PYSK (viz obr. 6) vznikl odříznutím části rovnostranného trojúhelníka. Úsečka YS, která je kolmá na úsečku PY, má délku $2\sqrt{3}$ j a úsečka SK má délku 6 j. Určete délku strany původního rovnostranného trojúhelníka.



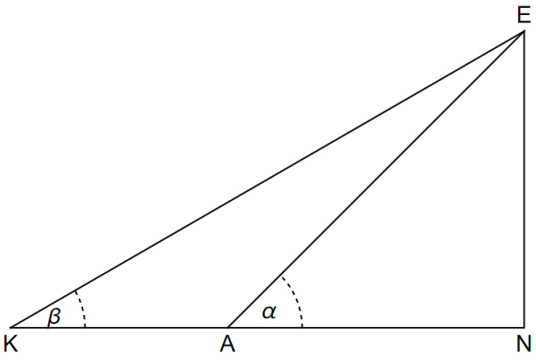
obr. 5



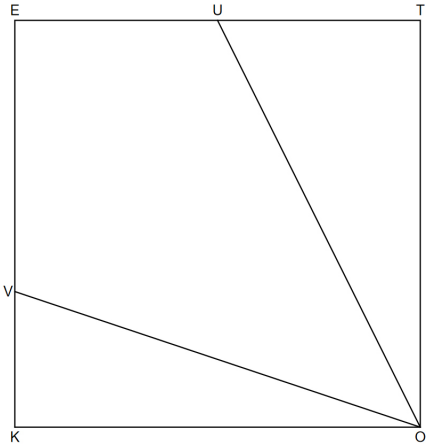
obr. 6

7.13 V pravoúhlém trojúhelníku KNE (viz obr. 7) je dáno: délka strany NE je 76 j, $\alpha = 45°$ a $\beta = 30°$. Určete délku úsečky KA.

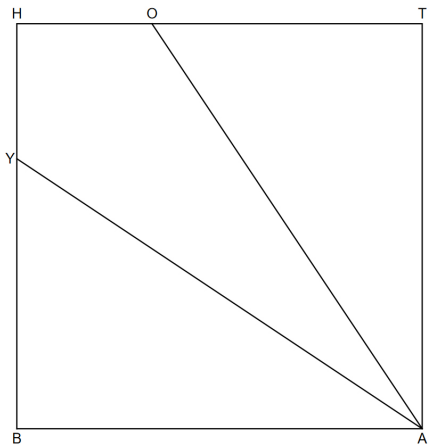
7.14 Čtverec KOTE (viz obr. 8)je rozdělen úsečkami OU a OV tak, že bod U dělí úsečku TE na polovinu a bod V dělí úsečku EK v poměru 2:1. Určete velikosti úhlů KOV, VOU a UOT.



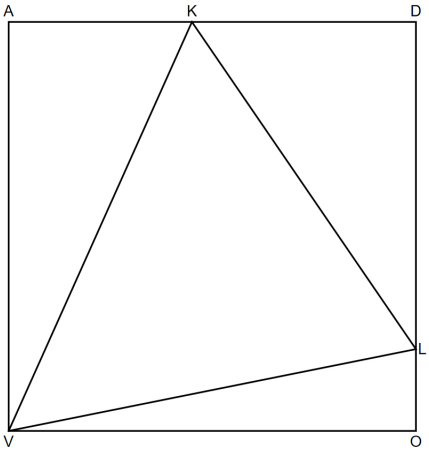
obr. 7



obr. 8



obr. 9

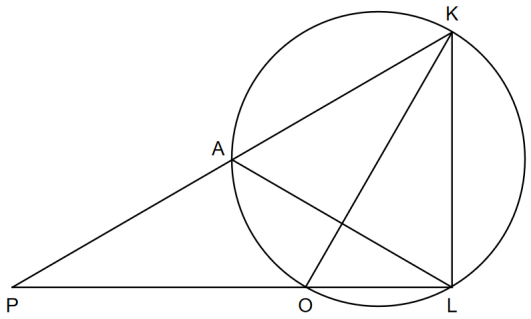


obr. 10

7.15 Čtverec BATH (viz obr. 9) je rozdělen úsečkami AO a AY na tři části, které mají shodný obsah. Určete velikost úhlu YAO.

7.16 Ve čtverci VODA se stranou délky v mají úhly VKA a LKD velikost $60°$ (viz obr. 10). Určete velikost úhlu OVL.

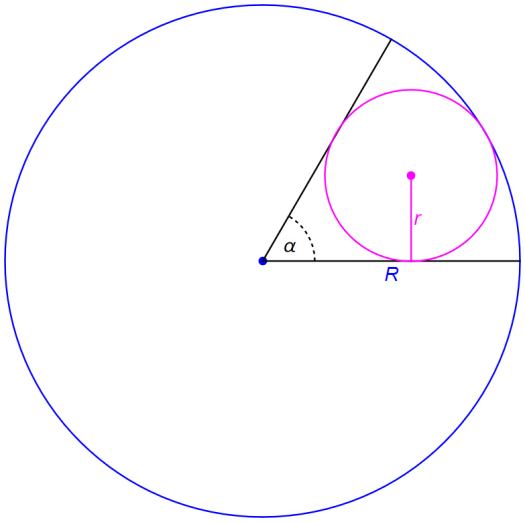
7.17 Trojúhelník KAL zobrazený na obr. 11 je rovnostranný a úsečka KO dělí úhel LKA na poloviny. Délka úsečky LK je $\sqrt{3}$ j. Určete délku úsečky PL a poloměr zobrazené kružnice.



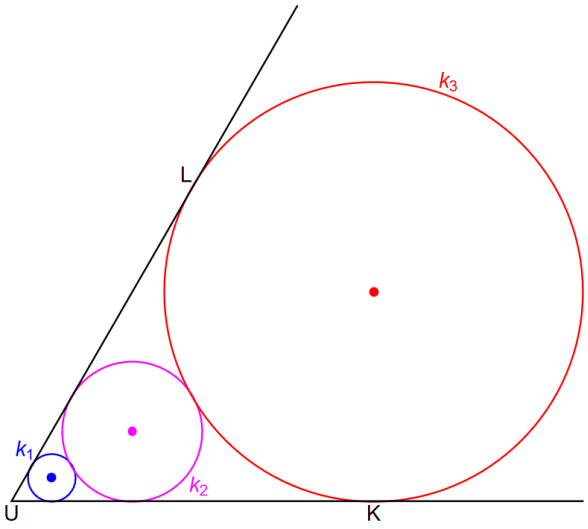
obr. 11

7.18 Poloměr velké kružnice zobrazené na obr. 12 je R a velikost úhlu α je $60°$. Určete poloměr r malé kružnice. Malá kružnice se dotýká úseček i velké kružnice tečně.

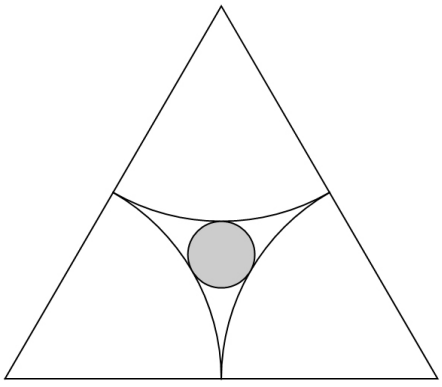
7.19 Poloměr kružnice k_1 vepsané do úhlu LUK o velikosti $60°$ je r (viz obr. 13). Určete poloměry kružnic k_2 a k_3. Vzájemný dotyk kružnic i dotyk kružnic s polopřímkami UL a UK je tečný.



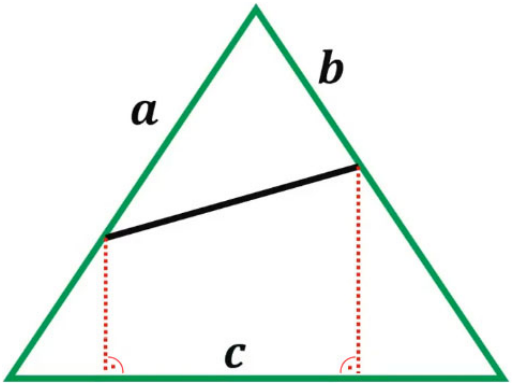
obr. 12



obr. 13



obr. 14



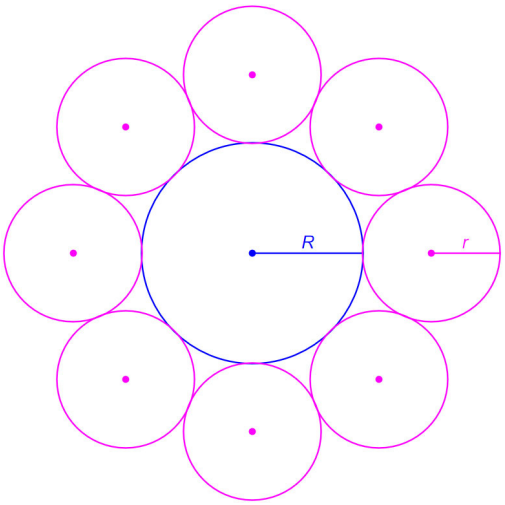
obr. 15

7.20 Jaký je poloměr kruhu zobrazeného na obr. 14, jestliže délka strany rovnostranného trojúhelníka je a?

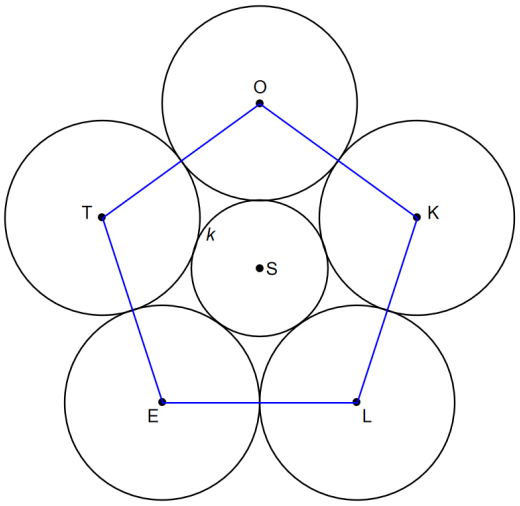
7.21 Část strany v rovnostranném trojúhelníku má délku c = 75 mm. Čemu je roven součet délek úseků *a* a *b* ve stejném trojúhelníku zobrazeném na obr. 15?

7.22 Poloměr velké kružnice je *R*. Vyjádřete poloměr malé kružnice *r*. Kružnice se navzájem dotýkají tečně (viz obr. 16).

7.23 Určete poloměr kružnice *k*, jestliže délka strany pravidelného pětiúhelníku KOTEL zobrazeného na obr. 17 je 5 j.



obr. 16

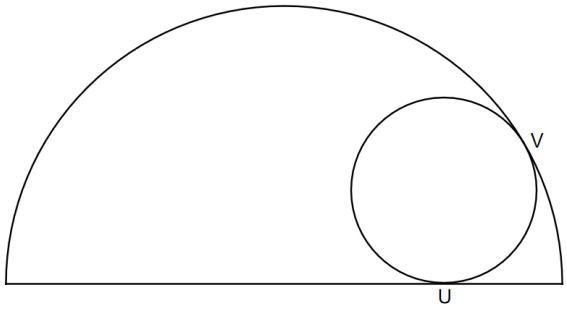


obr. 17

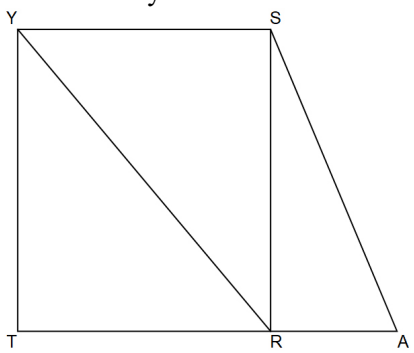
7.24 Poloměr větší kružnice je 12 j, poloměr menší kružnice jsou 4 j (viz obr. 18). Určete délku úsečky UV.

7.25 Trojúhelníku KRB, v němž je velikost vnitřního úhlu u vrcholu K rovna $60°$, je vepsána kružnice, která se dotýká strany KR v bodě P. Délka úsečky KP je 9 cm a délka úsečky PR je 12 cm. Určete délky ostatních stran trojúhelníka a poloměr vepsané kružnice.

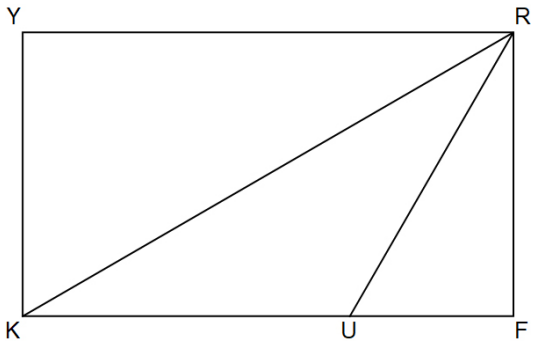
7.26 Délka úhlopříčky obdélníka TRSY je 12 j, délka přepony pravoúhlého trojúhelníka RAS je 5 j a velikosti úhlů TRY a RSA jsou stejné (viz obr. 19). Určete délku úsečky RS.



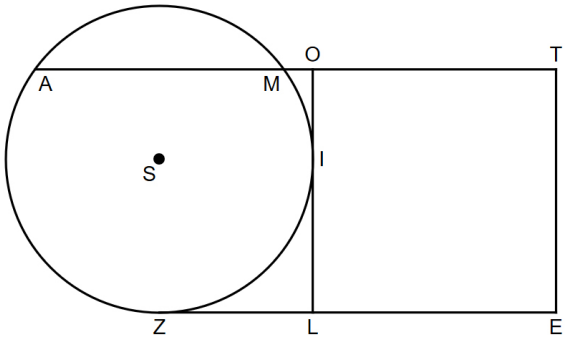
obr. 18



obr. 19



obr. 20



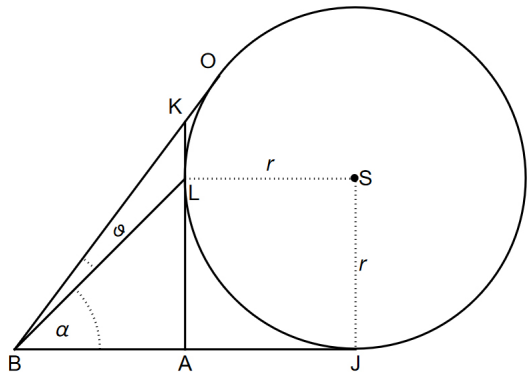
obr. 21

7.27 Velikosti úhlů KRY, KRU a URF v obdélníku KFRY jsou stejné (viz obr. 20). Jakou část plochy obdélníka tvoří plocha trojúhelníku KUR?

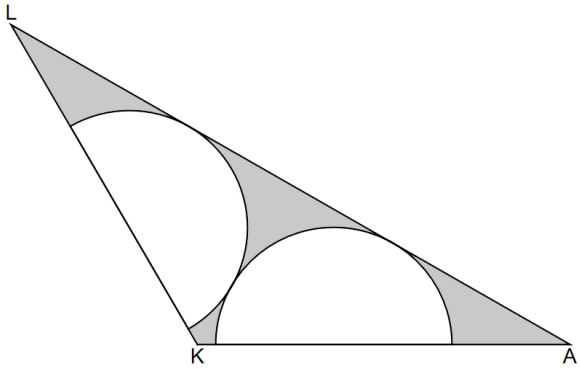
7.28 Úhel ZSA v kružnici zobrazené na obr. 21 má velikost $\frac{2}{3}\pi$ a délka úsečky MA je 12 cm. Určete obsah čtverce LETO.

7.29 Určete hodnotu $\operatorname{tg}(90° - \alpha - \vartheta)$, jestliže podle obr. 22 platí $|\mathrm{BO}| = 6$ j a $r = 3$ j. Úhel při vrcholu A je pravý a úsečky BJ a BO jsou tečnami kružnice.

7.30 Určete obsah vyšrafované oblasti rovnoramenného trojúhelníka, jsou-li poloměry obou kružnic rovny 12 j (viz obr. 23). Velikost KAL je $30°$.



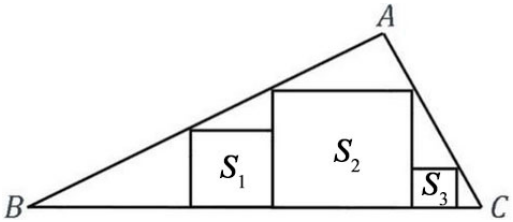
obr. 22



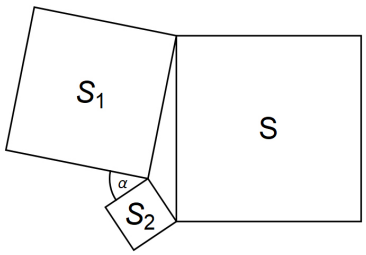
obr. 23

7.31 Určete velikost úhlu BAC, jestliže $S_1 = 4\ \mathrm{j}^2$, $S_2 = 9\ \mathrm{j}^2$ a $S_3 = 1\ \mathrm{j}^2$ (viz obr. 24).

7.32 Určete obsah největšího čtverce, jestliže $S_1 = 8$ j, $S_2 = 1$ j a $\alpha = 45°$ (viz obr. 25)..



obr. 24



obr. 25

7.33 Vyřešte trojúhelník UFO, je-li (při standardním značení) dáno: u = 7 cm, f = 5 cm a o = 10 cm.

7.34 Vyřešte trojúhelník DEN, je-li (při standardním značení) dáno: d = 8 cm, e = 4 cm a n = 13 cm.

7.35 Vyřešte trojúhelník ABC, je-li (při standardním značení) dáno: a = 15 cm, b = 12 cm a $\alpha = 35°42'$.

7.36 Vyřešte trojúhelník LOH, je-li (při standardním značení) dáno: l = 6 cm, h = 5 cm a $\beta = 72°18'$.

7.37 Vyřešte trojúhelník KLM, je-li (při standardním značení) dáno: k = 11 cm, $\alpha = 25°22'$ a $\beta = 92°38'$.

7.38 V trojúhelníku RYC je dáno: délka strany RY je 8 cm, délka strany CR je 7 cm a velikost vnitřního úhlu u vrcholu R je $120°$. Určete velikost vnitřního úhlu u vrcholu C.

7.39 V trojúhelníku ZUB je dáno: $|\mathrm{ZU}| = \sqrt{3} - 1$ j, $|\mathrm{ZB}| = \sqrt{3} + 1$ j a vnitřní úhel při vrcholu Z má velikost $60°$. Určete velikost vnitřního úhlu při vrcholu U.

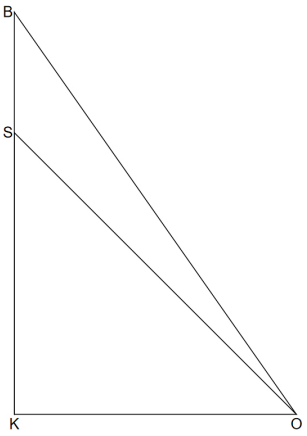
7.40 V trojúhelníku SIP platí: $|\mathrm{IP}| = 5$ j, $|\mathrm{PS}| = 5\sqrt{2}$ j a vnitřní úhel při vrcholu I má velikost $45°$.

Určete velikost vnitřního úhlu při vrcholu P.

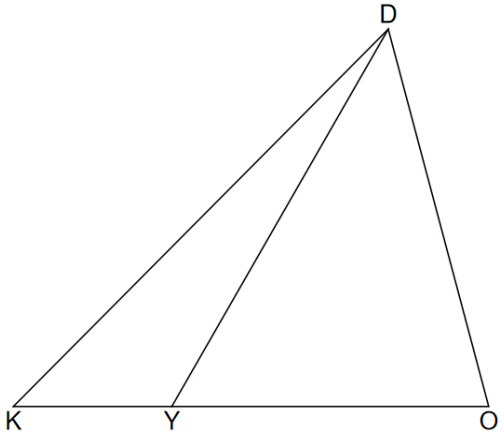
7.41 V trojúhelníku MIC je velikost vnitřního úhlu u vrcholu M rovna $60°$ a velikost vnitřního úhlu při vrcholu I rovna $45°$. Určete hodnotu poměru $\frac{m^2}{i^2}$.

7.42 Nad přeponou rovnoramenného trojúhelníka KOS je sestrojen trojúhelník SOB (viz obr. 26). Velikost úhlu SOB je $15°$ a délka úsečky SB je 5 j. Určete délky zbývajících stran obou trojúhelníků.

7.43 Na straně KO trojúhelníka KOD je bod Y (viz obr. 27) a platí: velikost úhlu KOD je $45°$, velikost úhlu DYO je $60°$, délka úsečky KY je 5 j a délka úsečky YO je 10 j. Určete délku úsečky OD.



obr. 26

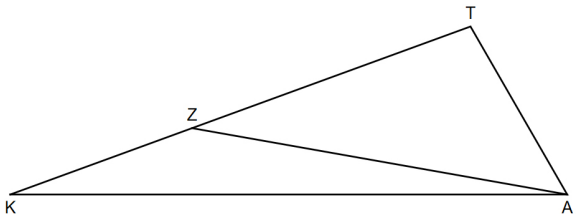


obr. 27

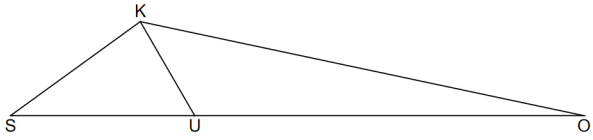
7.44 V trojúhelníku TRK (viz obr. 30) platí: úhly RTY a KTY jsou shodné, délka úsečky RY jsou 3 j, délka úsečky YK jsou 4 j a délka úsečky TR je x. Určete hodnotu výrazu $\sqrt{x^2+1}$.

7.45 V trojúhelnících KAT a KAZ platí: velikost úhlu TKA je $20°$, velikost úhlu ZAT je $50°$ a velikost úhlu ATZ je $100°$ (viz obr. 28). Určete poměr délek úseček KZ a AT.

7.46 Velikost úhlu KSU v trojúhelníku SUK je $36°$ a velikost úhlu SUK je $60°$. Délka strany OK trojúhelníka SOK ke rovna obvodu trojúhelníka SUK (viz obr. 29). Určete velikost úhlu SOK.



obr. 28



obr. 29

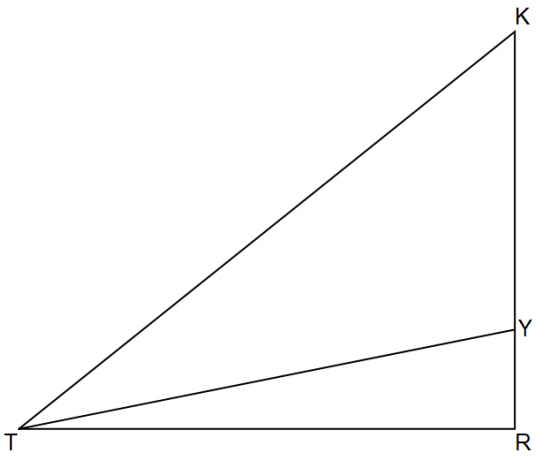
7.47 Na straně KU trojúhelníka KUS leží bod Y. Dokažte, že platí: $\frac{|KU|}{|SY|}=\frac{\sin\gamma\cdot\sin\delta}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$, kde α, β a γ jsou vnitřní úhly u vrcholu K, U a S daného trojúhelníka a úhel δ je úhel KYS.

7.48 Ve čtverci KOZA je dáno: $|OF|=\sqrt{2}$ j, $|FA|=\sqrt{6}$ j a $|KF|=2$ j (viz obr. 31). Určete délku strany čtverce a velikost úhlu KFO.

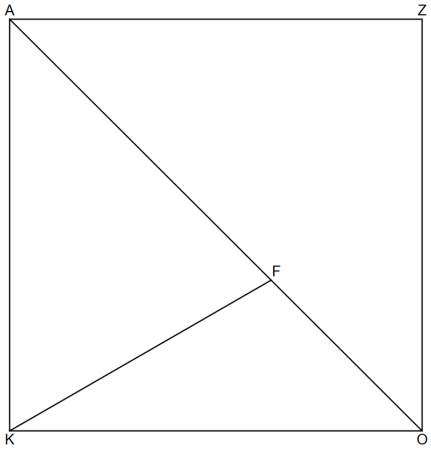
7.49 Délky stran čtverců LESY a SUDY jsou a, velikosti úhlů MDL a UEN jsou $45°$ a úhly MLD a EUN jsou pravé (viz obr. 32). Určete délku úsečky MN.

7.50 Pro obsahy čtverců zobrazených na obr. 33 platí: $S_1=49$ j^2, $S_2=25$ j^2 a $S_3=9$ j^2. Určete délku strany čtverce s obsahem S.

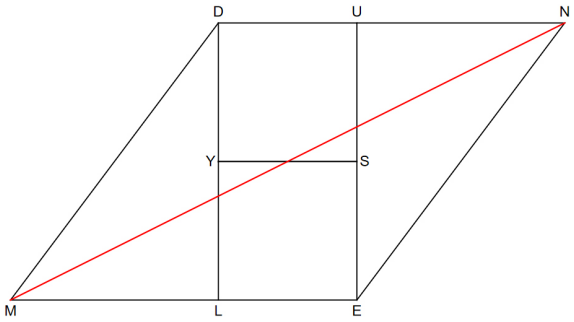
7.51 Rovnostranný trojúhelník KAZ má délku strany 18 j a rovnostranný trojúhelník RZI má délku strany 13 j (viz obr. 34). Určete délku strany rovnostranného trojúhelníka KRY.



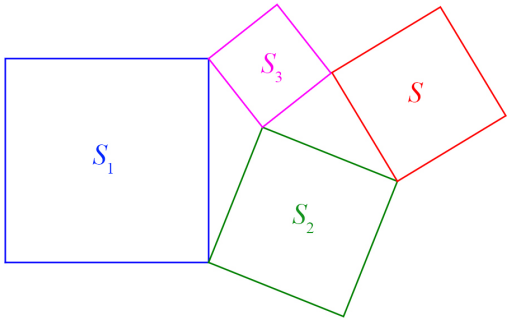
obr. 30



obr. 31

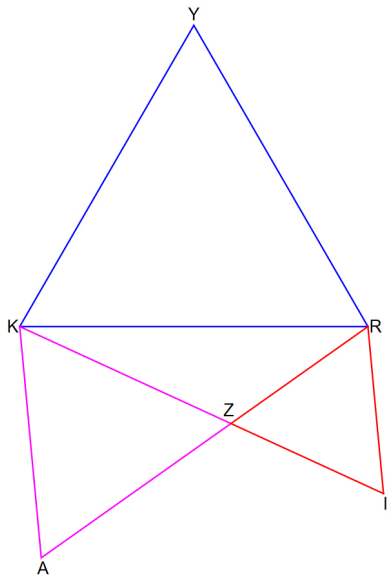


obr. 32

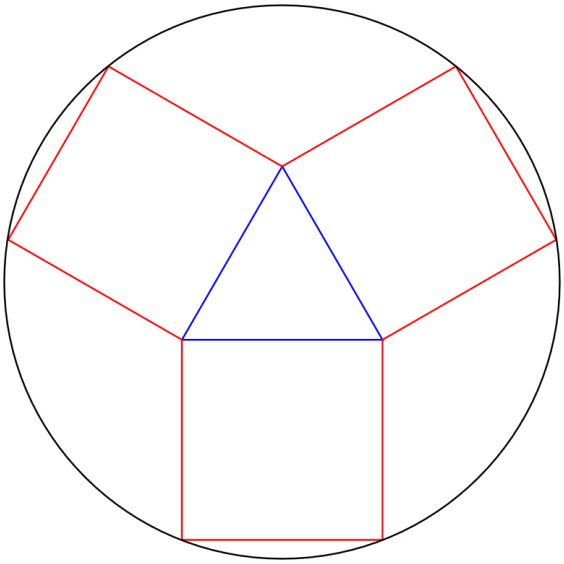


obr. 33

7.52 Rovnostrannému trojúhelníku se stranou délky 2 j jsou opsány tři čtverce (viz obr. 35). Určete poloměr kružnice, která je čtvercům opsána.



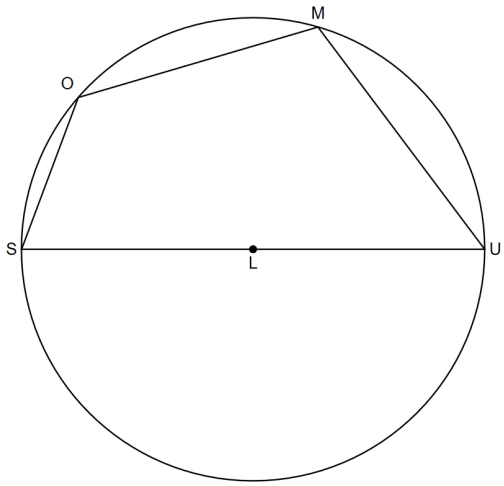
obr. 34



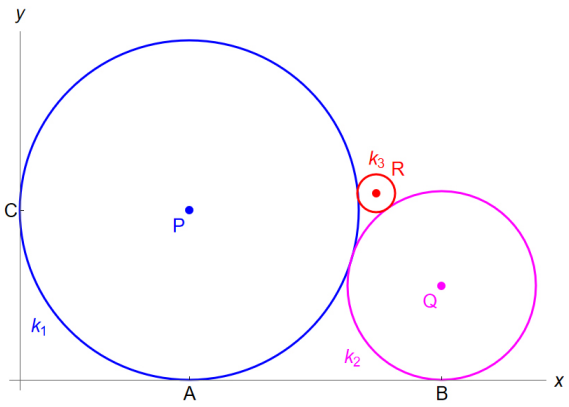
obr. 35

7.53 V kružnici se středem L a průměrem 20 j je sestrojen čtyřúhelník SUMO, přičemž $|SO| = 7$ j a $|MU| = 12$ j (viz obr. 36). Určete délku úsečky OM.

7.54 Určete poloměry kružnic zobrazených na obr. 37, jestliže $C = [0;18]$, $|AB| = 12\sqrt{5}$ j a $|\sphericalangle PRQ| = \frac{2}{3}\pi$.



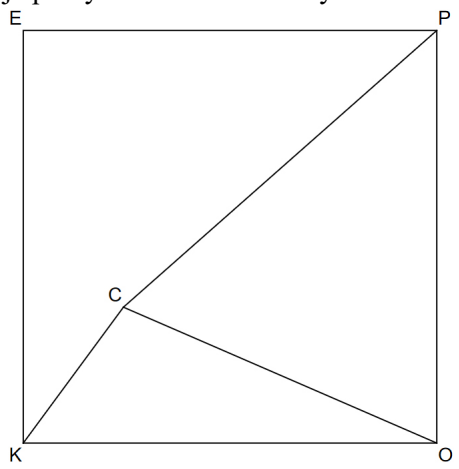
obr. 36



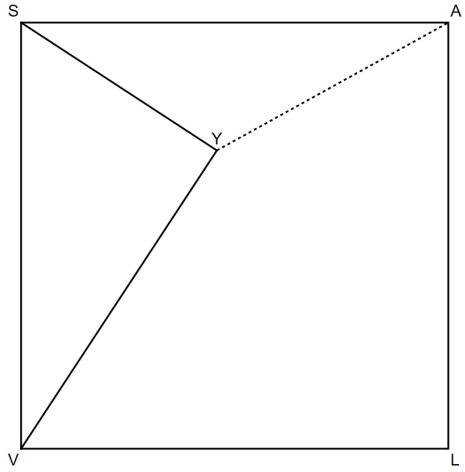
obr. 37

7.55 Ve čtverci KOPE (viz obr. 38) platí: délka úsečky CP je $\sqrt{3}$ j, délka úsečka OC je $\sqrt{2}$ j a velikost úhlu OCP je $75°$. Určete délku stany čtverce a délku úsečky KC.

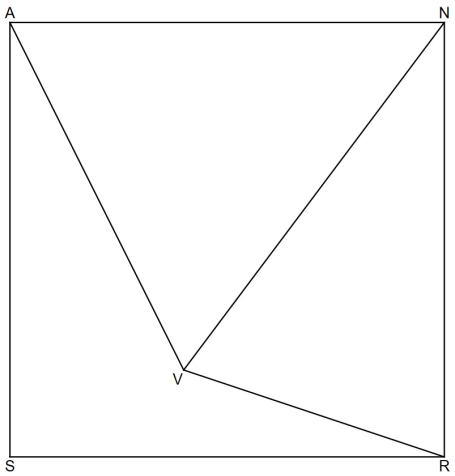
7.56 Ve čtverci VLAS (viz obr. 39) platí: délka úsečky VY je 9 j, délka úsečka SY je 6 j a úhel VYS je pravý. Určete délku stany čtverce a délku úsečky AY.



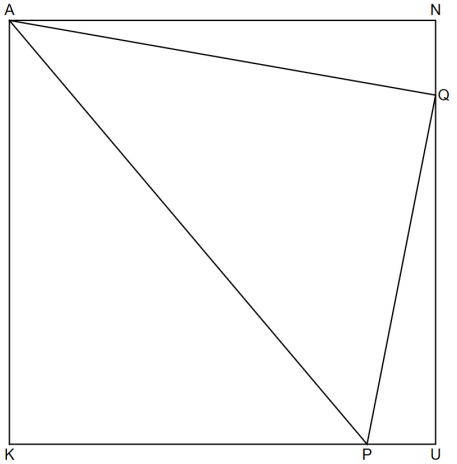
obr. 38



obr. 39



obr. 40

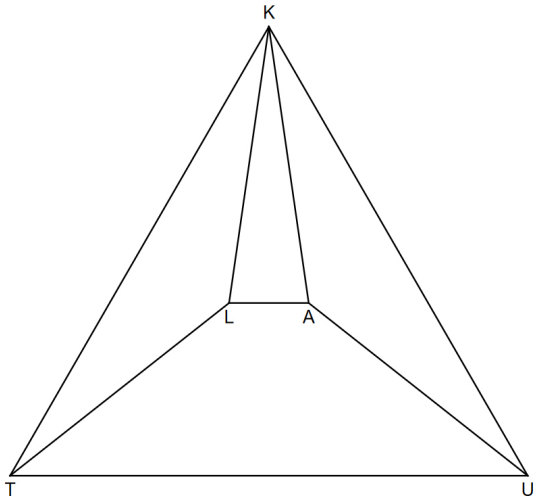


obr. 41

7.57 Ve čtverci SRNA (viz obr. 40) je délka úsečky AV rovna 2 j, délka úsečky VR je $\sqrt{2}$ j a délka úsečky NV je rovna délce strany čtverce. Určete délku strany čtverce.

7.58 Délka strany čtverce KUNA zobrazeného na obr. 41 je 10 j, velikost úhlu AQN je $80°$ a velikost úhlu PAQ je $40°$. Určete délku úsečky PQ.

7.59 Rovnostranný trojúhelník TUK (viz obr. 42) je rozdělen na tři rovnoramenné trojúhelníky a rovnoramenný lichoběžník, přičemž $|LA| = 2$ j a $|LK| = 7$ j. Určete délku strany trojúhelníka TUK.

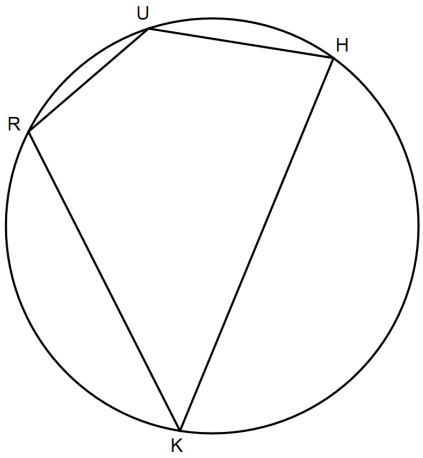


obr. 42

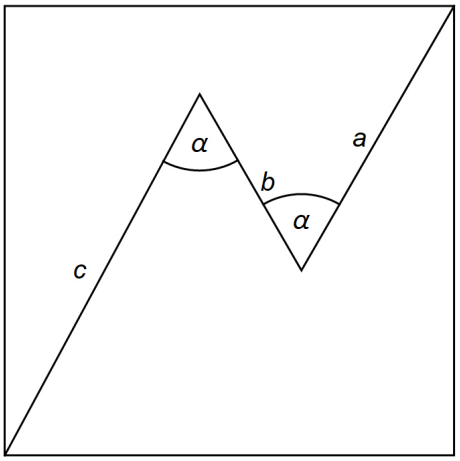
7.60 Jarda šel na procházku. Nejdříve šel 1 km východním směrem, pak 1 km severovýchodním směrem a nakonec další 1 km východně. Jak daleko od místa začátku své cesty nyní byl?

7.61 Určete poloměr kružnice, jestliže $|RU| = 5\sqrt{2}$ j, $|UH| = 7$ j, a $|\sphericalangle RKH| = 45°$ (viz obr. 43).

7.62 Vypočítejte obsah čtverce zobrazeného na obr. 44, jestliže a = 3 j, b = 2 j, c = 4 j a $\alpha = 60°$.



obr. 43



obr. 44

7.63 Útvar na obr. 45 je ohraničen čtvercem o straně délky *a*, dvěma půlkružnicemi a jednou kružnicí. Určete poloměr velké kružnice.

7.64 Určete délku strany čtverce KUNA (viz obr. 46), jestliže $p = 5$ j, $q = 6$ j a $r = 4$ j.

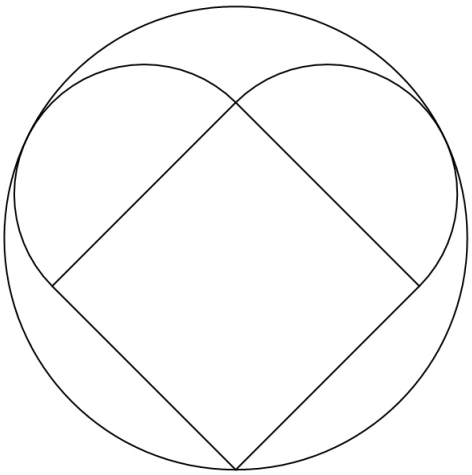
7.65 V trojúhelníku TRK platí: úhly RTY a KTY jsou shodné, délka úsečky RY je 1 j a délka úsečky YK je 3 j (viz obr. 47). Určete hodnotu funkce tangens úhlu RTY.

7.66 V pravoúhlém trojúhelníku KUS s odvěsnami délky 5 j a 12 j jsou vepsány dvě kružnice (viz obr. 48). Určete jejich poloměr. Kružnice se stran trojúhelníku i samy sebe dotýkají tečně.

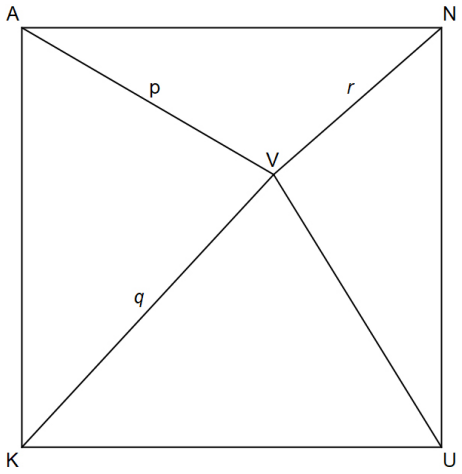
7.67 Pod jakým zorným úhlem vidíme na noční obloze Měsíc v úplňku? Vzdálenost středu Měsíce od středu Země je 384400 km, rovníkový poloměr Země je 6378 km a rovníkový průměr Měsíce je 3474 km.

7.68 V přímém úseku řeky proudí voda rychlostí o velikosti $4\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Plavec, který chce řeku

přeplavat, plave v klidné vodě rychlostí o velikosti $1{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vypočtěte velikost rychlosti plavce vzhledem ke břehu, jestliže plave směrem, který svírá se břehy řeky úhel $40°$. Jak je řeka široká, jestliže plavec přeplave na druhou stranu řeky za minutu a půl? O kolik metrů byl plavec unesen proudem? Jakou celkovou dráhu plavec vůči břehu urazil?

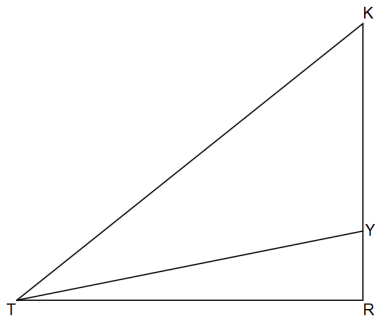


obr. 45

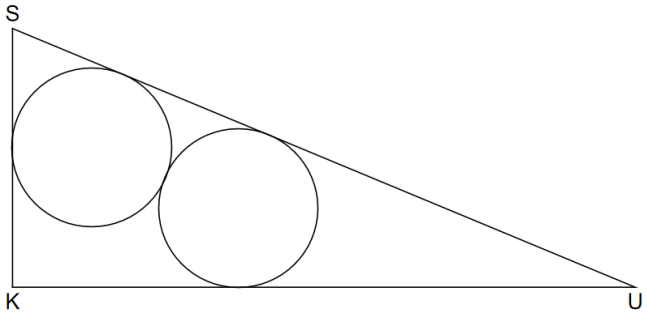


obr. 46

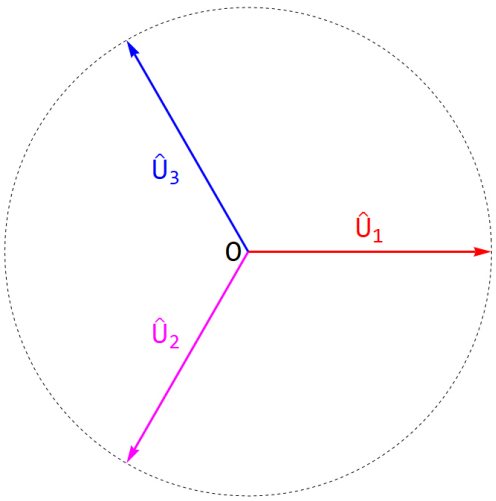
7.69 Na obr. 49 jsou zobrazeny tři tzv. fázory popisující fázové napětí (tj. amplitudy tři navzájem vůči sobě posunutých průběhů střídavého napětí). Každý z fázorů má velikost 230 V. Určete velikost fázoru $\mathbf{U}_{12}$, který je definován vztahem $\mathbf{U}_{12} = \mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2$ a který představuje tzv. sdružené napětí.



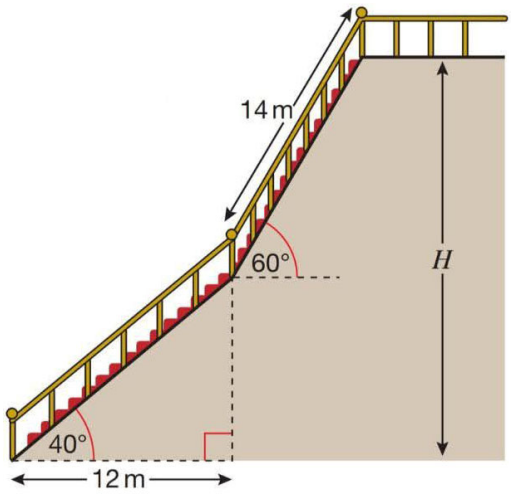
obr. 47



obr. 48



obr. 49



obr. 50

7.70 Pozorovatel vidí z pozorovatelny ve výšce 25 m nad zemí vrchol budovy vzdálené 250 metrů od pozorovatelny ve výškovém úhlu $11°$. Jak vysoká je budova?

7.71 Určete výšku H schodiště zobrazeného na obr. 50.

7.72 Turista stojí 50 m od stožáru a vidí jeho vrchol ve výškovém úhlu $16°42'$. Pak se začne pohybovat konstantní rychlostí po přímé cestě ke stožáru, projde kolem něj a pokračuje dále. Po minutě chůze zastaví, otočí se a zjistí, že vrchol stožáru vidí nyní ve výškovém úhlu $30°58'$. Jakou vzdálenost turista ušel? Jak velkou rychlostí se pohyboval?

7.73 Na břehu řeky stojí 100 m vysoká rozhledna. Z jejího vrcholu je vidět letadlo letící ve výšce 2500 m nad hladinou řeky ve výškovém úhlu $53°$ a loďku, která je blíže k rozhledně, na hladině vody v řece. Jak daleko je loďka od břehu, na němž stojí rozhledna, jestliže pilot vidí loďku v hloubkovém úhlu $61°$?

7.74 Jarda stojí 70 metrů od kostela a vidí jeho střechu pod výškovým úhlem $20°$ a vrchol jeho věže pod výškovým úhlem $21°$. Jaká je výška věže nad střechou kostela?

7.75 Aplikace mobilního telefonu položeného na zemi nedaleko skály zaměřila vrchol šestimetrového stožáru stojícího na skále ve vrcholovém úhlu $46°$. Zorný úhel, pod kterým aplikace „vidí“ stožár, je $8°$. Jak vysoká je skála? Jak daleko od její paty leží mobilní telefon?

7.76 Jarda pozoruje dům pod výškovým úhlem $45°$. Když popojde 30 m blíže k domu, zvětší se výškový úhel na $60°$. Jak vysoký je dům?

7.77 Dva žebříky stojící na vodorovné podlaze jsou opřeny o svislou stěnu, se kterou svírají úhly $30°$ a $45°$. Oba žebříky se přitom stěny dotýkají ve stejné výšce nad vodorovnou podlahou. Vzdálenosti jejich druhých konců na vodorovné podlaze od svislé stěny se liší o 6 m. Jak jsou žebříky dlouhé?

7.78 Z vrcholu věže vysoké 100 m je pozorován stožár umístěný na střeše domu vysokého 10 m. Jaká je výška stožáru, je-li jeho vrchol vidět v hloubkovém úhlu $29°$ a jeho pata v hloubkovém úhlu $31°$? Jak daleko stojí rozhledna od stožáru?

7.79 Z vícepatrového domu je vidět řeku, která teče těsně vedle domu, ze dvou nad sebou umístěných oken v hloubkových úhlech $20°$ a $14°$. Svislá vzdálenost oken je 3 m. Určete šířku řeky a výšku níže položeného okna nad zemí.

7.80 Z vrcholu kopce byl zaměřen vrchol památného stromu v hloubkovém úhlu $19°57'$. Vrchol kopce je přitom o 48 m výš než vrchol stromu. Vichřice pak strom zlomila, a proto je nyní ze stejného místa vidět vrchol pahýlu v hloubkovém úhlu $21°51'$. Jak daleko od místa pozorovatele na vrcholu kopce byl původní vrchol stromu? O kolik metrů je strom nyní kratší?

7.81 Dispečer přístavu sleduje z přístavní věže ve výšce 60 m nad hladinou vody loď plující přímo k přístavní věži. V prvním okamžiku jí vidí v hloubkovém úhlu $18°35'$ a později v hloubkovém úhlu o $9°45'$ větším. Jakou dráhu urazila loď mezi popsanými měřeními? Jak daleko je nyní od přístavní věže?

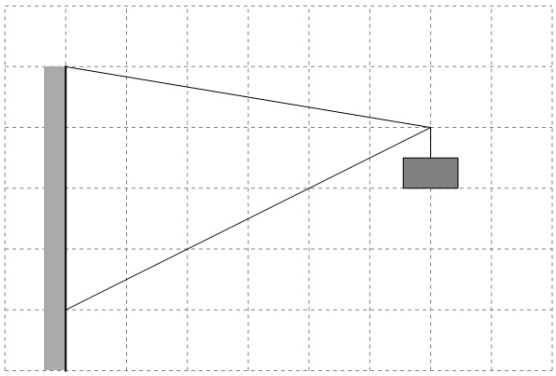
7.82 Na vrcholu 350 m vysokého kopce stojí rozhledna. Z místa, které se nachází na úrovni základny kopce a které je vzdáleno 600 m od průmětu paty rozhledny na základní úroveň, je vidět rozhlednu pod úhlem $7°$. Jak vysoká je rozhledna?

7.83 Hlídka policie sleduje silnici u přímé topolové aleje. Hlídka je od silnice vzdálena 40 m, přičemž stojí ve vzdálenosti 50 m od prvního stromu aleje. Jak je dlouhá alej, jestliže ji hlídka vidí v zorném úhlu $112°$?

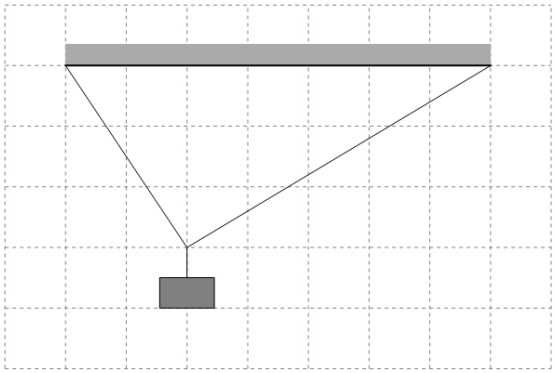
7.84 Stanová tyč má délku 3 m a je držena lanem délky 4 m tak, že lano je ukotveno 2 m od místa zaražení tyče do země. Jaký úhel svírá lano s vodorovnou zemí, na které stan stojí? Tyč nestojí svisle a lano, tyč a spojnice konce tyče a lana leží v jedné rovině.

7.85 Ozdobná lampa o hmotnosti 5 kg je zavěšena na konstrukci zobrazené na obr. 51. Jak velkými silami je namáhán každý z nosníků?

7.86 Květináč s květinami o celkové hmotnosti 4 kg je zavěšen na dvou lankách zavěšených na skobách ve stropě (viz obr. 52). Jak velkými silami je každé z lanek namáháno?



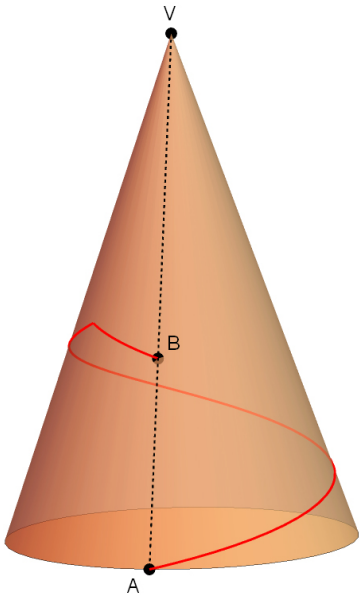
obr. 51



obr. 52

7.87 Mezi dvěma okraji rokle je napnuté lano. Ve čtvrtině délky lana stojí člověk o hmotnosti 80 kg a lano je v tom místě prověšené o 1 metr. Určete velikosti sil, kterými jsou napínány obě části lana, má-li zatížené lano délku 20 m.

7.88 Petr a Pavel táhnou společně vozík o hmotnosti 15 kg tak, že jej drží v jednom místě. Na vozíku je náklad o hmotnosti 50 kg. Vozík se pohybuje se zrychlením o velikosti $0,25\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$. Petr na vozík působí silou, která svírá se směrem pohybu vozíku úhel $25°36'$ a má velikost 22 N. Určete velikost a směr síly, kterou na vozík působí Pavel. Obě síly, kterými na vozík působí kluci, leží ve vodorovné rovině. Odporovou sílu vzduchu a sílu valivého tření kol vozíku na podložce zanedbejte.



obr. 53

7.89 Na svahu, který svírá s vodorovnou rovinou úhel $15°$, je postavená svisle tyč délky 2 m. Slunce se nachází $68°$ nad obzorem ve stejné rovině, ve které leží tyč a směr největšího klesání svahu. Určete délku stínu tyče vrženého na svah v tomto směru.

7.90 Řešte úlohu 7.89 pro případ, že tyč je do svahu zapíchnutá vodorovně.

7.91 Řešte úlohu 7.89 pro případ, že tyč je umístěna kolmo ke svahu.

7.92 Jarda pozoruje dům vysoký 8,8 m. Nejbližší dolní roh vidí v hloubkovém úhlu $90° - 2\alpha$ a jeho oči jsou od tohoto rohu vzdáleny 4 m. Horní roh stejné hrany domu vidí ve výškovém úhlu $90° - \alpha$. V jaké výšce jsou Jardovy oči?

7.93 Turista vyšel z bodu A na kopci ve tvaru rotačního kužele o poloměru 200 m a došel do bodu B, který se nachází na stejné spádnici jako bod A ve vzdálenosti 100 m od bodu A (viz obr. 53). Jakou vzdálenost turista ušel? Jakou vzdálenost ušel do kopce? Délka spádnice kopce je 600 m.

Řešení

1. Úhly

1.1	$\frac{\pi}{6}$;	**1.5**	$\frac{\pi}{10}$;	**1.9**	$\frac{2\pi}{5}$;	**1.13**	$\frac{5\pi}{4}$;	**1.17**	$\frac{4\pi}{3}$;
1.2	$\frac{\pi}{10}$;	**1.6**	$\frac{\pi}{2}$;	**1.10**	$\frac{2\pi}{3}$;	**1.14**	$\frac{5\pi}{6}$;	**1.18**	$\frac{22\pi}{15}$;
1.3	$\frac{\pi}{4}$;	**1.7**	$\frac{2\pi}{15}$;	**1.11**	$\frac{4\pi}{5}$;	**1.15**	$\frac{3\pi}{4}$;	**1.19**	$\frac{11\pi}{10}$;
1.4	$\frac{\pi}{15}$;	**1.8**	$\frac{\pi}{3}$;	**1.12**	$\frac{4\pi}{15}$;	**1.16**	$\frac{11\pi}{6}$;	**1.20**	$\frac{7\pi}{6}$;

1.21	9°;	**1.25**	15°;	**1.29**	234°;	**1.33**	255°;	**1.37**	22°;
1.22	315°;	**1.26**	66°;	**1.30**	330°;	**1.34**	70°;	**1.38**	324°;
1.23	108°;	**1.27**	48°;	**1.31**	99°;	**1.35**	150°;	**1.39**	92°;
1.24	5°;	**1.28**	35°;	**1.32**	240°;	**1.36**	95°;	**1.40**	243°.

2. Hodnoty goniometrických funkcí

2.1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.3**	$-\frac{1}{2}$;	**2.5**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.7**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.9**	$-\frac{1}{2}$;
2.2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.4**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.6**	$\frac{1}{2}$;	**2.8**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.10**	0;

2.11	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.13**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.15**	$-\frac{1}{2}$;	**2.17**	$\frac{1}{2}$;	**2.19**	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
2.12	-1;	**2.14**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.16**	$\frac{1}{2}$;	**2.18**	$-\frac{1}{2}$;	**2.20**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2.21	$\frac{1}{2}$;	**2.23**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.25**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.27**	0;	**2.29**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2.22	$-\frac{1}{2}$;	**2.24**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.26**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.28**	$-\frac{1}{2}$;	**2.30**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2.31	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.33**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.35**	$-\frac{1}{2}$;	**2.37**	0;	**2.39**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2.32	$-\frac{1}{2}$;	**2.34**	$-\frac{1}{2}$;	**2.36**	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.38**	$-\frac{1}{2}$;	**2.40**	-1;

2.41	$\frac{1}{2}$;	**2.43**	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.45**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	**2.47**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	**2.50**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2.42 $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **2.44** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; **2.46** $-\frac{1}{2}$; **2.48** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; **2.51** $-\frac{1}{2}$;
2.49 1; **2.52** 0;

2.53 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; **2.55** $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **2.57** $\frac{1}{2}$; **2.59** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
2.54 $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **2.56** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; **2.58** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; **2.60** $-\frac{1}{2}$;
2.61 $-\sqrt{1-\alpha^2}$;

2.62 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.64** -1; **2.68** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.70** -1;
2.65 $\sqrt{3}$; **2.71** 0;
2.63 $\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.66** $\sqrt{3}$; **2.69** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
2.67 -1;

2.72 $-\sqrt{3}$; **2.75** $\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.79** 1; **2.82** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
2.73 $\sqrt{3}$; **2.80** $\sqrt{3}$; **2.83** $\sqrt{3}$;
2.76 1;
2.74 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.77** $-\sqrt{3}$; **2.81** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
2.78 nelze;

2.84 $\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.86** $\sqrt{3}$; **2.88** 1; **2.90** $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
2.87 $\sqrt{3}$; **2.89** $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
2.85 -1; **2.91** $\sqrt{3}$;

2.92 $\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.94** 1; **2.96** $-\sqrt{3}$; **2.98** nelze;
2.95 $\sqrt{3}$; **2.97** 1; **2.99** $-\sqrt{3}$.
2.93 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;

3. Goniometrické funkce

3.1 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle 0;2\rangle$, viz obr. 54;
3.2 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -1;3\rangle$, viz obr. 55;
3.3 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -2;2\rangle$, viz obr. 56;
3.4 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -1;5\rangle$, viz obr. 57;
3.5 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -2;0\rangle$, viz obr. 58;
3.6 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -2;4\rangle$, viz obr. 59;
3.7 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -1;3\rangle$, viz obr. 60;
3.8 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -2;1\rangle$, viz obr. 61;
3.16 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -2;0\rangle$, viz obr. 69;
3.17 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -4;2\rangle$, viz obr. 70;
3.18 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle 1;3\rangle$, viz obr. 71;
3.19 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -2,5;0,5\rangle$, viz obr. 72;
3.20 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -3;1\rangle$, viz obr. 73;
3.21 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle 0;2\rangle$, viz obr. 74;
3.22 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -3;-1\rangle$, viz obr. 75;
3.23 $D=\mathbb{R}$, $H=\langle -3;1\rangle$, viz obr. 76;

3.9 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -4; 0 \rangle$, viz obr. 62;

3.10 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 63;

3.11 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 3 \rangle$, viz obr. 64;

3.12 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 2 \rangle$, viz obr. 65;

3.13 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 66;

3.14 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 1; 3 \rangle$, viz obr. 67;

3.15 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 2 \rangle$, viz obr. 68;

3.24 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 1 \rangle$, viz obr. 77;

3.25 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 2 \rangle$, viz obr. 78;

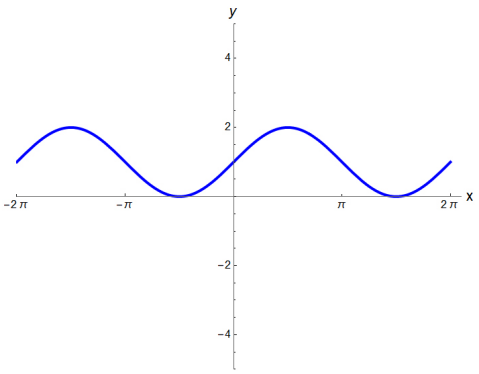
3.26 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -3; 1 \rangle$, viz obr. 79;

3.27 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 80;

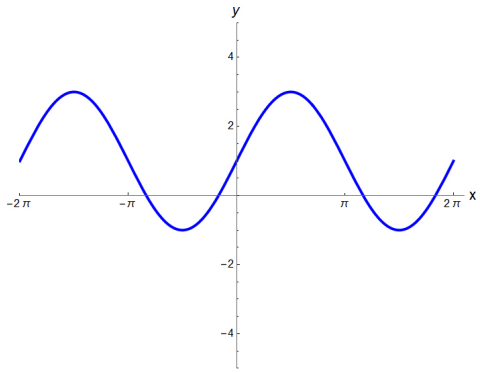
3.28 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 4 \rangle$, viz obr. 81;

3.29 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 3 \rangle$, viz obr. 82;

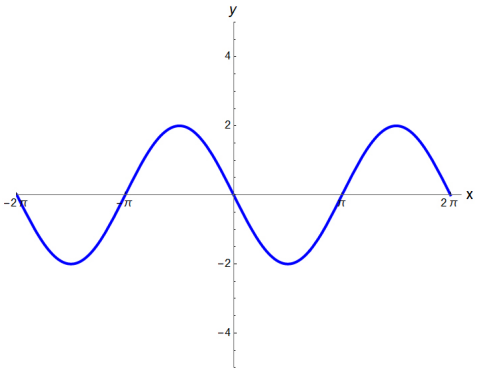
3.30 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 1 \rangle$, viz obr. 83;



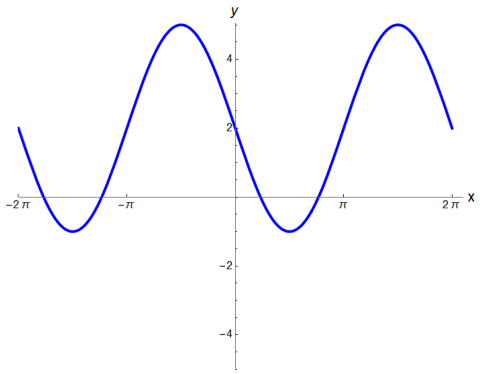
obr. 54



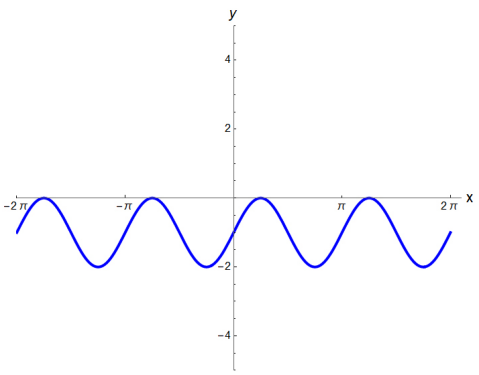
obr. 55



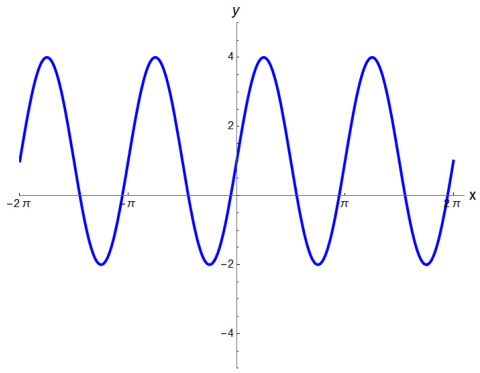
obr. 56



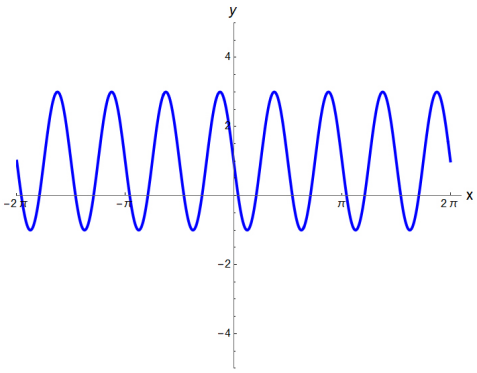
obr. 57



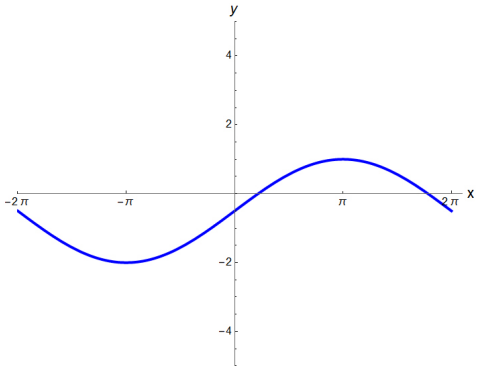
obr. 58



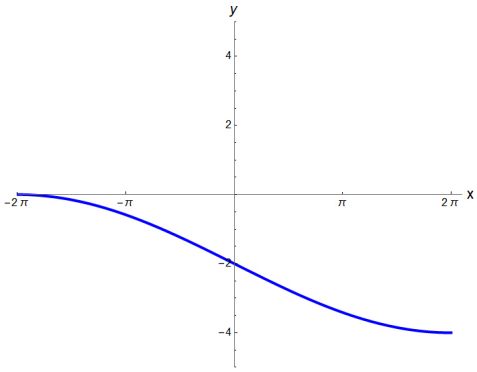
obr. 59



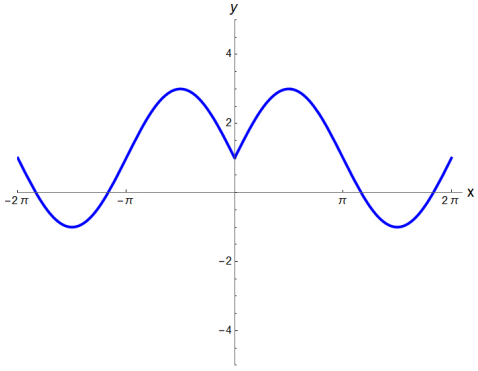
obr. 60



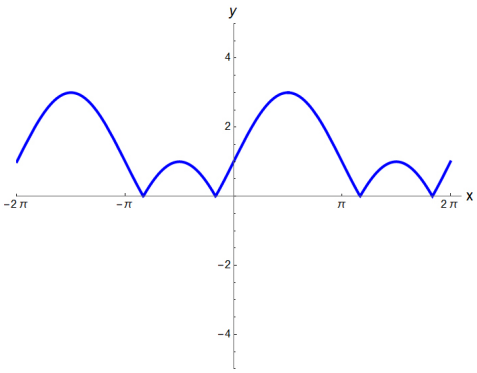
obr. 61



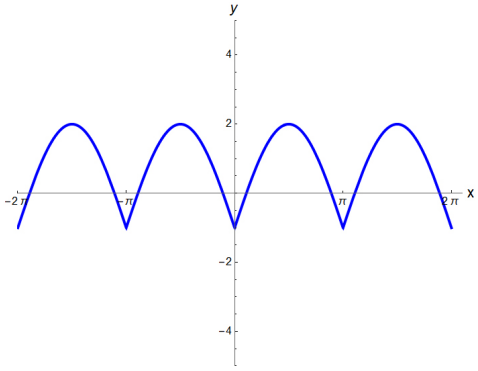
obr. 62



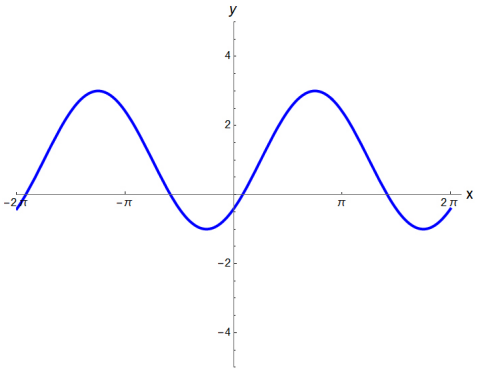
obr. 63



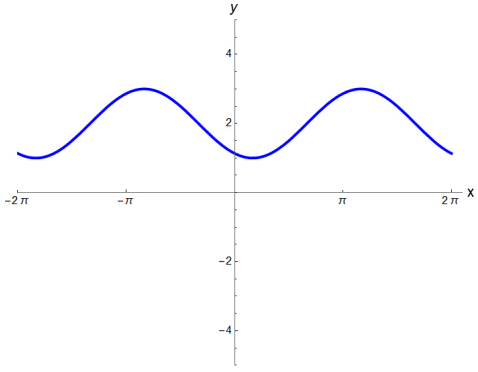
obr. 64



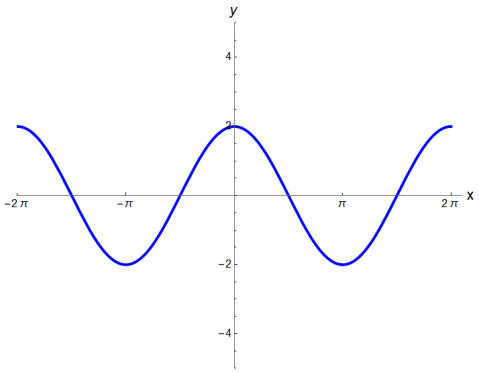
obr. 65



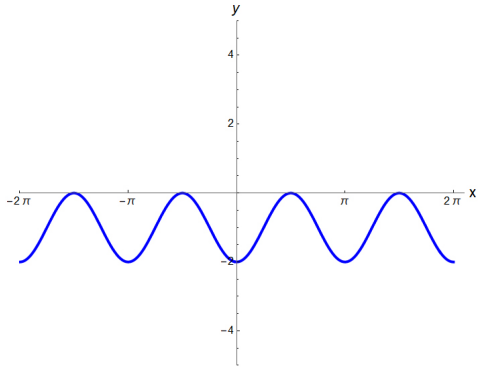
obr. 66



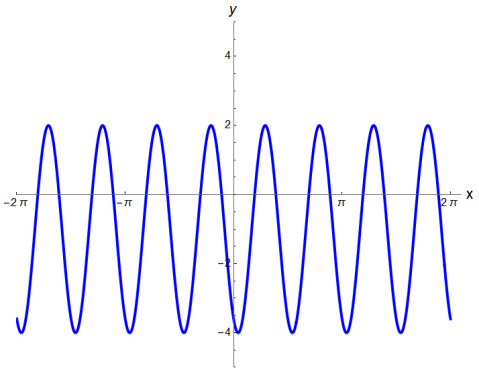
obr. 67



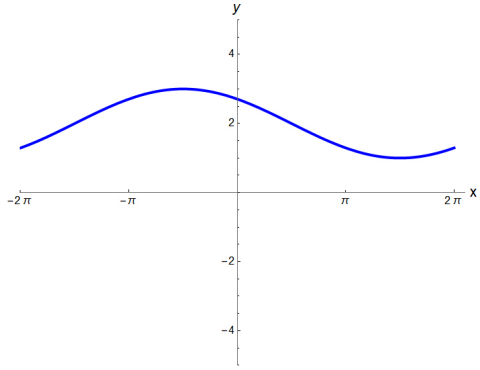
obr. 68



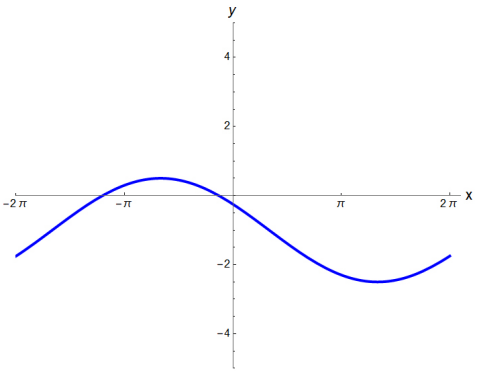
obr. 69



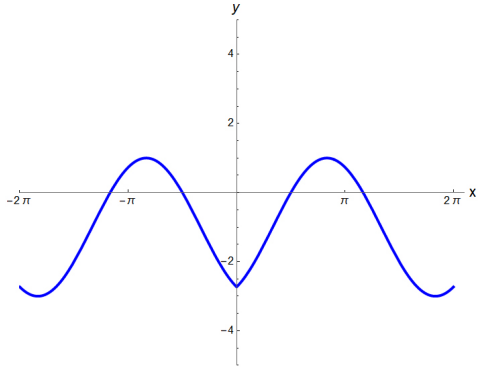
obr. 70



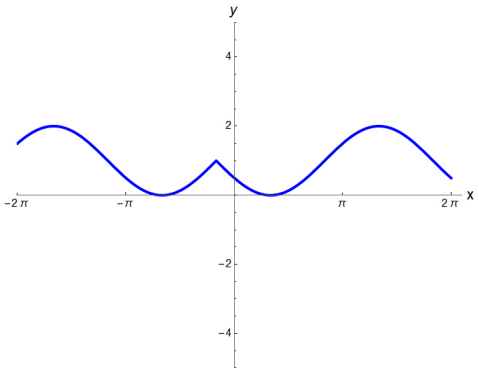
obr. 71



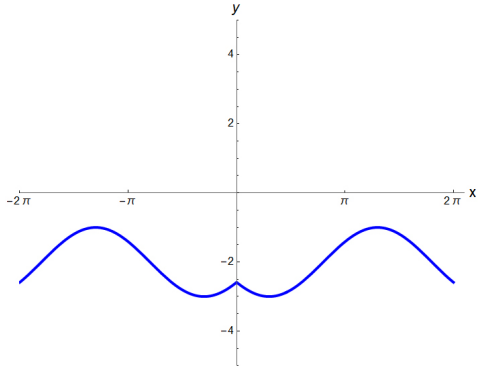
obr. 72



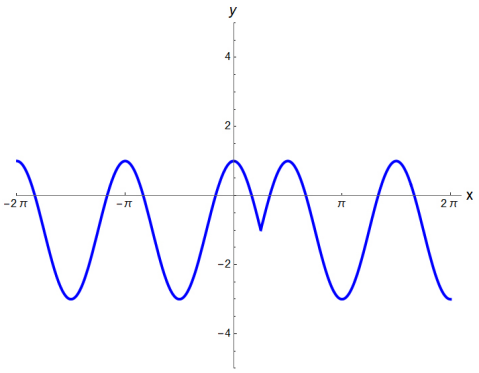
obr. 73



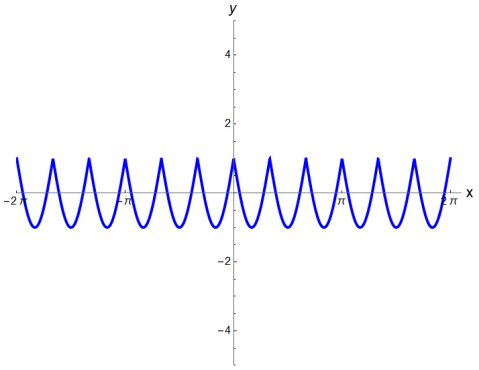
obr. 74



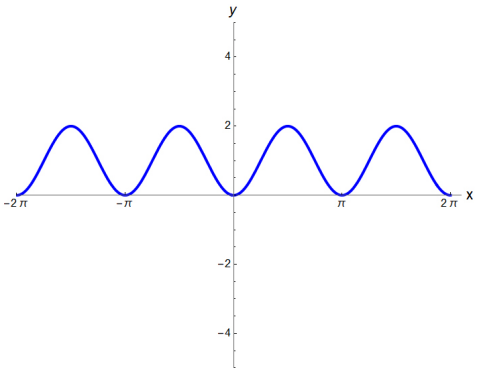
obr. 75



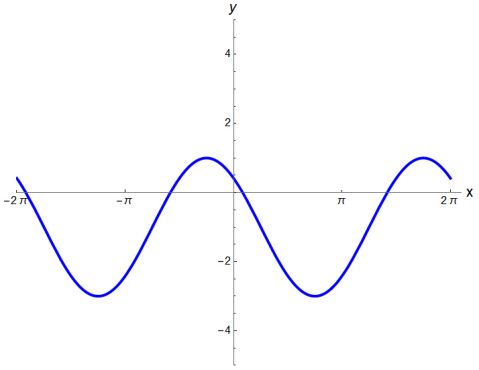
obr. 76



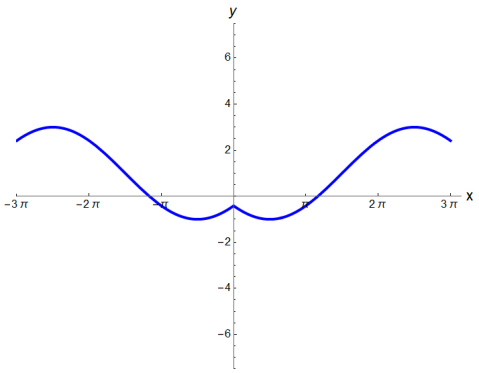
obr. 77



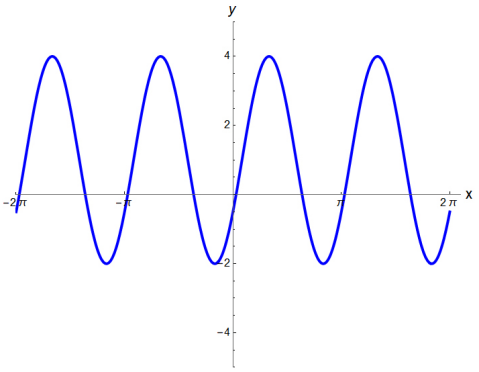
obr. 78



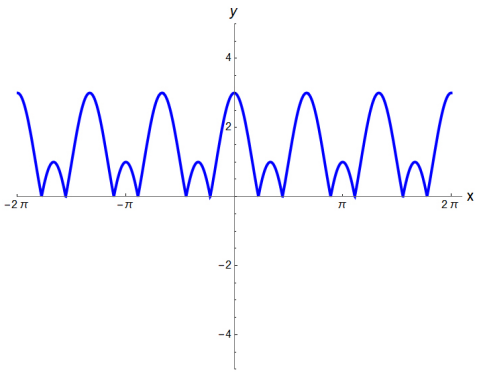
obr. 79



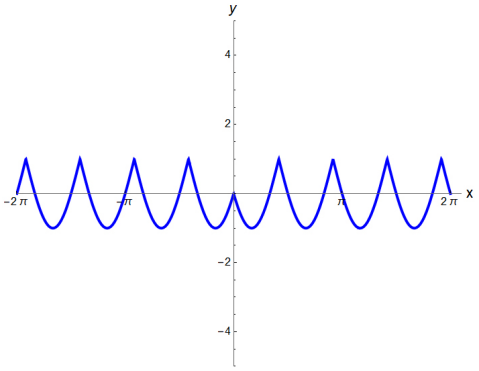
obr. 80



obr. 81



obr. 82



obr. 83

3.31 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 84;

3.32 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 85;

3.33 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 86;

3.34 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 87;

3.35 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}_0^+$, viz obr. 88;

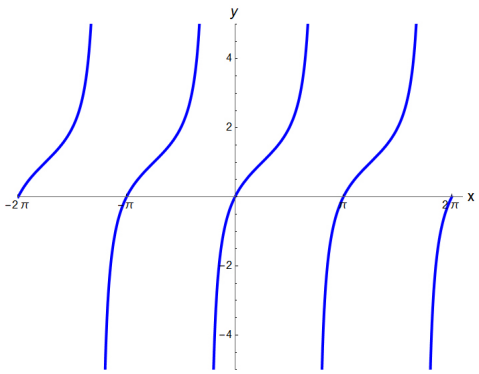
3.36 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 89;

3.37 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 90;

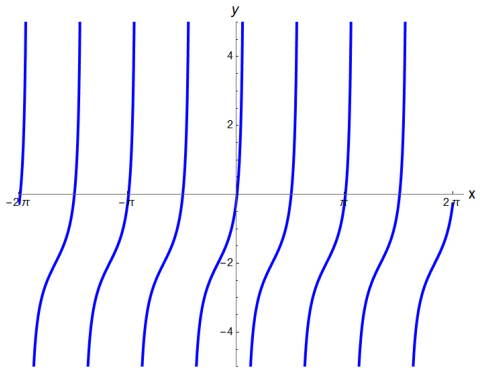
3.38 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}_0^-$, viz obr. 91;

3.39 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \mathbb{R}$, viz obr. 92;

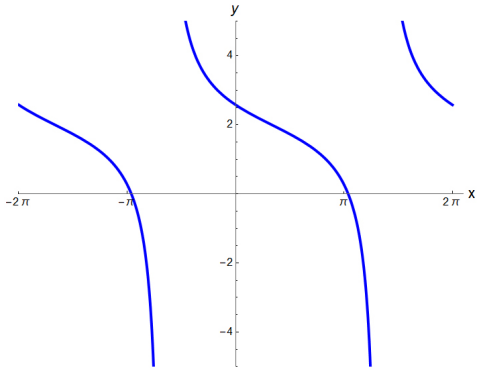
3.40 $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\mathrm{H} = \left(-\infty; 2\right\rangle$, viz obr. 93.



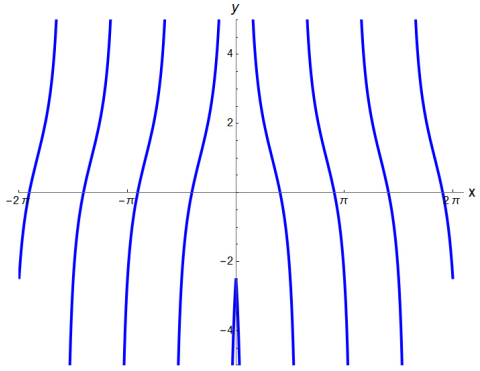
obr. 84



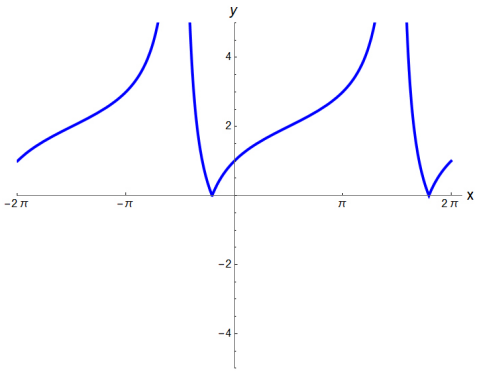
obr. 85



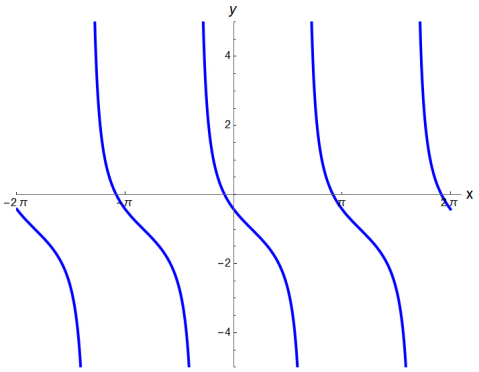
obr. 86



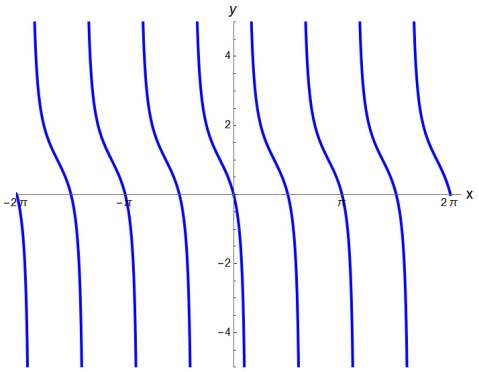
obr. 87



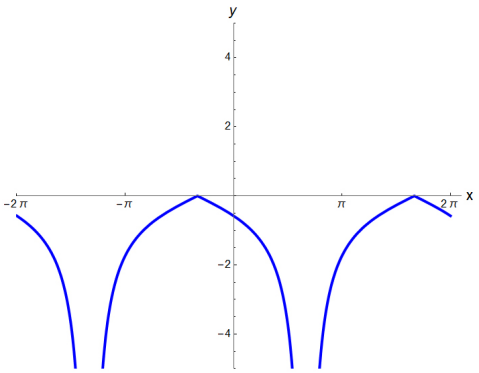
obr. 88



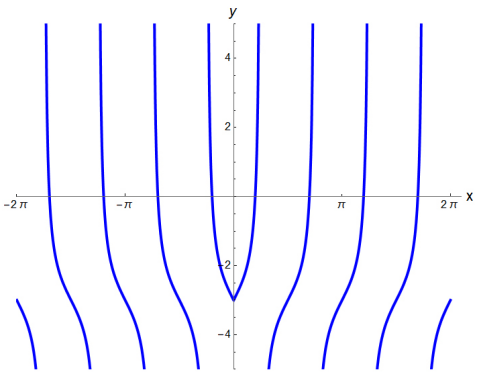
obr. 89



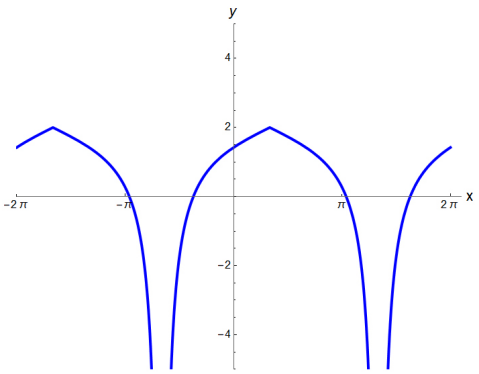
obr. 90



obr. 91



obr. 92



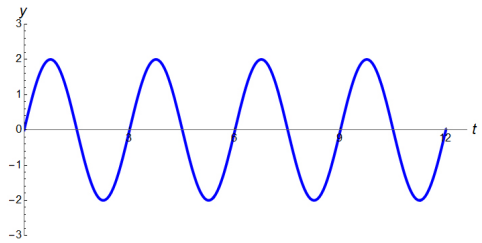
obr. 93

3.41 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -2; 2 \rangle$, viz obr. 94;

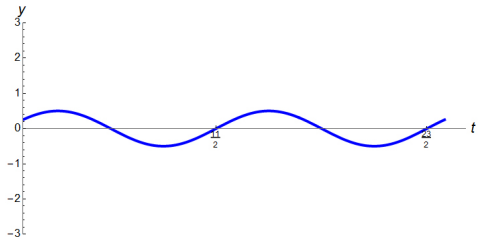
3.42 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -0,5; 0,5 \rangle$, viz obr. 95;

3.43 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -1,5; 1,5 \rangle$, viz obr. 96;

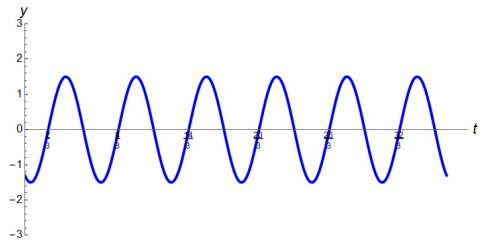
3.44 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -0,25; 0,25 \rangle$, viz obr. 97;



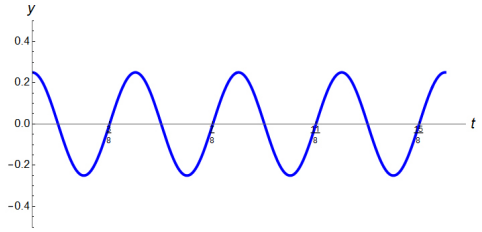
obr. 94



obr. 95



obr. 96

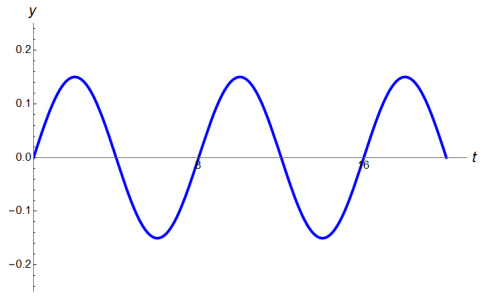


obr. 97

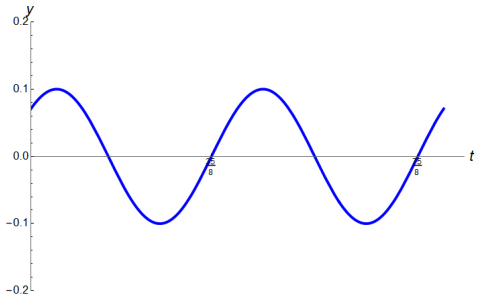
3.45 a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$;

3.46 $y = 0{,}15\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$, viz obr. 98;

3.47 $y = 0{,}1\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$, viz obr. 99.



obr. 98



obr. 99

4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi

4.1 $\cos m - \sin m$;

4.2 $\sin\omega + \cos\omega$;

4.3 $\sqrt{3}\cos\alpha$;

4.4 $\sqrt{3}\sin\varphi$;

4.5 $-\sin p$;

4.6 $\sqrt{2}\cos\tau$;

4.7 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$;

4.8 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$;

4.9 $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$;

4.10 $-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$;

4.11 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$;

4.12 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$;

4.13 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$;

4.14 $-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$;

4.15 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = -\left(2+\sqrt{3}\right)$;

4.16 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = 2-\sqrt{3}$;

4.17 $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \sqrt{3}-2$;

4.18 $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = 2+\sqrt{3}$;

4.19 a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$;

4.20 $\cos x = \dfrac{4}{5}$; $\operatorname{tg} x = \dfrac{3}{4}$; $\operatorname{cotg} x = \dfrac{4}{3}$; $\sin 2x = \dfrac{24}{25}$; $\cos 2x = \dfrac{7}{25}$; $\operatorname{tg} 2x = \dfrac{24}{7}$; $\operatorname{cotg} 2x = \dfrac{7}{24}$;
$\sin\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$; $\cos\dfrac{x}{2} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$; $\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = \dfrac{1}{3}$; $\operatorname{cotg}\dfrac{x}{2} = 3$;

4.21 $\cos u = -\dfrac{3}{5}$; $\operatorname{tg} u = -\dfrac{4}{3}$; $\operatorname{cotg} u = -\dfrac{3}{4}$; $\sin 2u = -\dfrac{24}{25}$; $\cos 2u = -\dfrac{7}{25}$; $\operatorname{tg} 2u = \dfrac{24}{7}$;
$\operatorname{cotg} 2u = \dfrac{7}{24}$; $\sin\dfrac{u}{2} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$; $\cos\dfrac{u}{2} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$; $\operatorname{tg}\dfrac{u}{2} = 2$; $\operatorname{cotg}\dfrac{u}{2} = \dfrac{1}{2}$;

4.22 $\sin w = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$; $\operatorname{tg} w = \sqrt{15}$; $\operatorname{cotg} w = \dfrac{\sqrt{15}}{15}$; $\sin 2w = \dfrac{\sqrt{15}}{8}$; $\cos 2w = -\dfrac{7}{8}$; $\operatorname{tg} 2w = -\dfrac{\sqrt{15}}{7}$;
$\operatorname{cotg} 2w = -\dfrac{7\sqrt{15}}{15}$; $\sin\dfrac{w}{2} = \dfrac{\sqrt{10}}{4}$; $\cos\dfrac{w}{2} = -\dfrac{\sqrt{6}}{4}$; $\operatorname{tg}\dfrac{w}{2} = -\dfrac{\sqrt{15}}{3}$; $\operatorname{cotg}\dfrac{w}{2} = -\dfrac{\sqrt{15}}{5}$;

4.23 $\sin b = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$; $\operatorname{tg} b = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$; $\operatorname{cotg} b = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$; $\sin 2b = -\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$; $\cos 2b = -\dfrac{1}{9}$; $\operatorname{tg} 2b = 4\sqrt{5}$;
$\operatorname{cotg} 2b = \dfrac{\sqrt{5}}{20}$; $\sin\dfrac{b}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$; $\cos\dfrac{b}{2} = -\dfrac{\sqrt{30}}{6}$; $\operatorname{tg}\dfrac{b}{2} = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$; $\operatorname{cotg}\dfrac{b}{2} = -\sqrt{5}$;

4.24 $\sin 2c = \dfrac{4}{5}$; $\cos 2c = \dfrac{3}{5}$; $\operatorname{tg} 2c = \dfrac{4}{3}$; $\operatorname{cotg} 2c = \dfrac{3}{4}$;

4.25 $\sin 2q = -\dfrac{8}{17}$; $\cos 2q = \dfrac{15}{17}$; $\operatorname{tg} 2q = -\dfrac{8}{15}$; $\operatorname{cotg} 2q = -\dfrac{15}{8}$;

4.26 $\sin 2j = \dfrac{20}{29}$; $\cos 2j = \dfrac{21}{29}$; $\operatorname{tg} 2j = \dfrac{20}{21}$; $\operatorname{cotg} 2j = \dfrac{21}{20}$;

4.27 $\sin 2\alpha = -\dfrac{12}{13}$; $\cos 2\alpha = \dfrac{5}{13}$; $\operatorname{tg} 2\alpha = -\dfrac{12}{5}$; $\operatorname{cotg} 2\alpha = -\dfrac{5}{12}$;

4.28 $\sin\varphi + \cos\varphi = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$;

4.29 $\sin 2\beta = \pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$;

4.30 $\sin x \cdot \cos x = -\dfrac{3}{8}$;

4.31 23;

4.32 $\operatorname{tg}^2 z = \dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\gamma}$;

4.33 4;

4.34 $\cos^2 x$, $\mathrm{D} = \mathbb{R}$;

4.35 $\sin\lambda + 1$, $\mathrm{D} = \mathbb{R}$;

4.36 $\cos y$, $\mathrm{D} = \mathbb{R}$;

4.37 $\cos 4k$, $\mathrm{D} = \mathbb{R}$;

4.42 $\dfrac{1}{\sin q}$, $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.43 $\cos^2\beta$, $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.44 0, $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.45 -1, $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.46 -1, $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.47 $\cos\varepsilon$,
$\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi; \dfrac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.38 $1,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}$;

4.39 $\cos u,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}$;

4.40 $\cos^2 b,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}$;

4.41 $1,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.48 $\frac{2}{\sin z},\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.49 $0,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.50 $\frac{1}{\cos 2\sigma},\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2};(2k+1)\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.51 $\frac{1-\cos\beta}{1+\cos\beta},\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.52 $\frac{1-\cos p}{1+\cos p},\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2};(2k+1)\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.53 $\cos t,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{(2k+1)\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.54 $\sin\vartheta,\ \mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{(2k+1)\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.55 -1;

4.56 $x,y\in\mathbb{R}$;

4.57 $x,y\in\mathbb{R}$;

4.58 $\mathrm{D}=\mathbb{R}$;

4.59 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.60 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.61 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.62 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.63 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{(2k+1)\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.64 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.65 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.66 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.67 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.68 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.69 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.70 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$;

4.71 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.72 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.73 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.74 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.75 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{7\pi}{4}+k\pi;k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.76 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

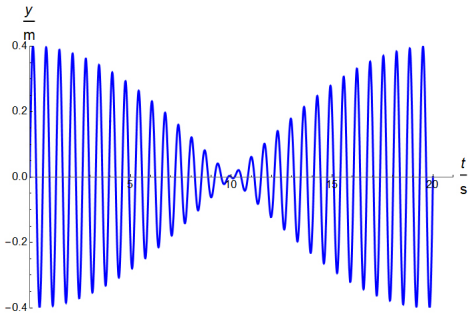
4.77 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.78 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.79 $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\operatorname{arctg}\left(1-\sqrt{2}\right)+k\pi;\pm\operatorname{arctg}\left(1+\sqrt{2}\right)+k\pi;\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.80 po dalších úpravách je platnost potvrzena;

4.81 využijte vztah $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ a vhodnou substituci;



obr. 100

4.82 využijte vztah $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ a vhodnou substituci;

4.83 $\operatorname{tg}2a=\dfrac{2\operatorname{tg}a}{1-\operatorname{tg}^2 a}$ pro $a\in\mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\dfrac{\pi}{2};(2k+1)\dfrac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}\right\}$.

4.84 $\left|\operatorname{tg}\dfrac{b}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos b}{1+\cos b}}$ pro $b\in\mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

4.85 $y=0{,}4\cos(\pi\cdot 0{,}05\cdot t)\cdot\sin(\pi\cdot 3{,}05\cdot t)$, graf - viz obr. 100.

5. Goniometrické rovnice

5.1 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{\pi}{3}\right\}$;

5.2 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{2\pi}{3}\right\}$;

5.3 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{3\pi}{2}\right\}$;

5.4 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{5\pi}{6}\right\}$;

5.5 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{\pi}{4}\right\}$;

5.6 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{2\pi}{3}\right\}$;

5.7 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{11\pi}{6}\right\}$;

5.8 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{11\pi}{6}\right\}$;

5.9 $\mathrm{P}=\{\pi\}$;

5.10 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{5\pi}{4}\right\}$;

5.11 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{4\pi}{3}\right\}$;

5.12 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{3\pi}{4}\right\}$;

5.13 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{7\pi}{6}+2k\pi;\dfrac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.14 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi;\dfrac{7\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.15 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{2\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.16 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{2\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{N}_0\right\}$;

5.17 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{\pi}{3}+2k\pi;\dfrac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.18 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{\pi}{6}+2k\pi;\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}^-\right\}$;

5.19 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{3\pi}{4}\right\}$;

5.20 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right\}$;

5.21 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{5\pi}{4}+2l\pi;\dfrac{7\pi}{4}+2l\pi;l\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.22 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{5\pi}{6}\right\}$;

5.23 $\mathrm{P}=\left\{\dfrac{\pi}{4}\right\}$;

5.24 $\mathrm{P}=\{14{,}48°;165{,}52°\}$;

5.28 $\mathrm{P}=\{0{,}985;2{,}156\}$;

5.25 $\mathrm{P}=\{21{,}04°;\,338{,}96°\}$;

5.26 $\mathrm{P}=\{67{,}38°\}$;

5.27 $\mathrm{P}=\{177{,}71°\}$;

5.29 $\mathrm{P}=\{2{,}010;\,4{,}273\}$;

5.30 $\mathrm{P}=\{2{,}498\}$;

5.31 $\mathrm{P}=\{0{,}498\}$;

5.32 $\mathrm{P}=\{32{,}23°+k\cdot 360°;\,147{,}77°+k\cdot 360°;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.33 $\mathrm{P}=\{35{,}10°+k\cdot 360°;\,324{,}90°+k\cdot 360°;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.34 $\mathrm{P}=\{85{,}10°+k\cdot 180°;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.35 $\mathrm{P}=\{155{,}94°+k\cdot 180°;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.36 $\mathrm{P}=\{4{,}368+2k\pi;\,5{,}057+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.37 $\mathrm{P}=\{0{,}859+2k\pi;\,5{,}424+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.38 $\mathrm{P}=\{1{,}328+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.39 $\mathrm{P}=\{1{,}474+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

5.40 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{\pi}{12}+2k\pi;\,\frac{5\pi}{12}+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.41 $\mathrm{P}=\left\{\pi+2k\pi;\,\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.42 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{\pi}{12}+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$

5.43 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{2};\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.44 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{3\pi}{4}+3k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.45 $\mathrm{P}=\left\{2\pi+8k\pi;\,\frac{10\pi}{3}+8k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.46 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3};\,\frac{5\pi}{6};\,\frac{4\pi}{3};\,\frac{11\pi}{6};\,0;\,\frac{\pi}{2};\,\pi;\,\frac{3\pi}{2}\right\}$;

5.47 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6};\,\frac{17\pi}{6}\right\}$;

5.48 $\mathrm{P}=\left\{6+8k;\,\frac{2}{3}+8k;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.49 $\mathrm{P}=\left\{\frac{7}{36}+\frac{2}{3}k;\,\frac{13}{36}+\frac{2}{3}k;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.50 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\,\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\,\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\,\frac{11\pi}{6}+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.51 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6};\,\frac{5\pi}{6};\,\frac{7\pi}{6};\,\frac{11\pi}{6}\right\}$;

5.52 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3};\,\frac{2\pi}{3};\,\frac{4\pi}{3};\,\frac{5\pi}{3}\right\}$;

5.53 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4};\,\frac{3\pi}{4};\,\frac{5\pi}{4};\,\frac{7\pi}{4}\right\}$;

5.54 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\,\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\,\frac{5\pi}{4}+2k\pi;\,\frac{7\pi}{4}+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$

5.55 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\,\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\,\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\,\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.56 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\,\frac{5\pi}{4}+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.57 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\,\frac{5\pi}{4}+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.58 $\mathrm{P}=\left\{\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.59 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.60 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi;k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.61 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.62 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{3\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.63 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.64 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.65 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.66 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.67 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.68 $\mathrm{P}=\left\{\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.69 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.70 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.71 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.72 $\mathrm{P}=\emptyset$;

5.73 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.74 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.75 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.76 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.77 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6};\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}$;

5.78 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.79 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.80 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.81 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{5\pi}{3}\right\}$;

5.82 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.83 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}$;

5.84 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.85 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.86 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.87 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

;

5.88 $\sin 18°=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$;

5.89 využijte řešení úlohy 5.88 ;

5.90 $30°$;

5.91 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.92 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{3\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.93 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.94 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$;

5.95 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{3}\right\}$;

5.96 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.97 $\mathrm{P}=\left\{\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.98 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.99 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

5.100 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.101 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;\pi+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.102 $\mathrm{P}=\left\{0;\frac{\pi}{2}\right\}$;

5.103 $\mathrm{P}=\left\{0;\frac{2\pi}{3}\right\}$;

5.104 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.105 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{12}+2k\pi;\frac{23\pi}{12}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.106 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{12}+2k\pi;\frac{7\pi}{12}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.107 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{12}+2k\pi;\frac{5\pi}{12}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.108 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.109 $\mathrm{P}=\left\{\frac{7\pi}{12}+2k\pi;\frac{13\pi}{12}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.110 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{12}+2k\pi;\frac{11\pi}{12}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.111 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{12}+2k\pi;\frac{17\pi}{12}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.112 $\mathrm{P}=\left\{\frac{4\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.113 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{3}+2k\pi;2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.114 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.115 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.116 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{4};\frac{3\pi}{2};\frac{7\pi}{4}\right\}$;

5.117 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{6};\frac{3\pi}{2}\right\}$;

5.118 $\mathrm{P}=\left\{\frac{7\pi}{6};\frac{\pi}{2};\frac{11\pi}{6}\right\};$

5.119 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\};$

5.120 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.121 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.122 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.123 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{\pi}{2}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.124 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.125 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{3\pi}{2}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.126 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.127 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.128 $\mathrm{P}=\emptyset;$

5.129 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.130 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.131 $\mathrm{P}=\left\{2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.132 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.133 $\mathrm{P}=\left\{2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.134 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.135 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.136 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k\pi;k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.137 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi;\frac{11\pi}{6}+2k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.138 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\};$

5.139 $\mathrm{P}=\{\pi+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\}$;

5.140 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\, \frac{5\pi}{3}+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.141 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\, \frac{7\pi}{6}+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.142 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3\pi}{4}+2k\pi;\, \frac{5\pi}{4}+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.143 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\, \frac{5\pi}{3}+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.144 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\, \frac{5\pi}{3}+2k\pi;\, 2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.145 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\, \frac{5\pi}{3}+2k\pi;\, \pi+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.146 $\mathrm{P}=\{\pi+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\}$;

5.147 $\mathrm{P}=\{2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\}$;

5.148 $\mathrm{P}=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\, \frac{4\pi}{3}+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$;

5.149 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\, \frac{7\pi}{6}+2k\pi;\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

5.150 $\mathrm{P}=\left\{(2k+1)\frac{\pi}{4};\, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

6. Goniometrické nerovnice

6.1 $\mathrm{P}=\left\langle 0;\frac{\pi}{4}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{4};2\pi\right\rangle$;

6.2 $\mathrm{P}=\left\langle 0;\frac{3\pi}{4}\right\rangle\cup\left\langle\frac{5\pi}{4};2\pi\right\rangle$;

6.3 $\mathrm{P}=\left\langle 0;\frac{\pi}{3}\right\rangle\cup\left(\frac{\pi}{2};\pi\right\rangle$;

6.4 $\mathrm{P}=\left(\frac{\pi}{4};\pi\right\rangle$;

6.5 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{\pi}{6}+2(k+1)\pi\right\rangle$;

6.6 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\langle-\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{3}+2k\pi\right\rangle$;

6.7 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(-\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{4\pi}{3}+2k\pi\right\rangle$;

6.8 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\langle\frac{5\pi}{6}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k\pi\right\rangle$;

6.11 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{\pi}{6}+k\pi;\pi+k\pi\right\rangle$;

6.12 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\langle\frac{\pi}{6}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right\rangle$;

6.13 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi\right\rangle$;

6.14 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\langle\frac{2\pi}{3}+k\pi;\pi+k\pi\right\rangle$;

6.15 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\langle\frac{\pi}{30}+\frac{2}{5}k\pi;\frac{\pi}{6}+\frac{2}{5}k\pi\right\rangle$;

6.16 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{9\pi}{4}+6k\pi;\frac{15\pi}{4}+6k\pi\right\rangle$;

6.17 $\mathrm{P}=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{9\pi}{2}+12k\pi;\frac{27\pi}{2}+12k\pi\right\rangle$;

6.9 $\mathrm{P} = \mathbb{R}$;

6.10 $\mathrm{P} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi;\, k \in \mathbb{Z}\}$;

6.18 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{6} + \frac{2}{7}k\pi;\, \frac{17\pi}{42} + \frac{2}{7}k\pi \right\rangle$;

6.19 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle \frac{3\pi}{40} + k\frac{\pi}{10};\, \frac{3\pi}{20} + k\frac{\pi}{10} \right\rangle$;

6.20 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(4k\pi;\, \pi + 4k\pi\right\rangle$;

6.21 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(\pi + 2k\pi;\, 2\pi + 2k\pi\right)$;

6.22 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle 0 + 2k\pi;\, \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{4} + 2k\pi;\, \pi + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{4} + 2k\pi;\, \frac{7\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle$;

6.23 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{4} + 2k\pi;\, \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \pi + 2k\pi;\, \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{7\pi}{4} + 2k\pi;\, 2\pi + 2k\pi \right\rangle$;

6.24 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(0 + 2k\pi;\, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right) \cup \left(\pi + 2k\pi;\, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right)$;

6.25 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi;\, \frac{\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi;\, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle$;

6.26 $\mathrm{P} = \left\langle 0;\, \frac{\pi}{6} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{6};\, \frac{7\pi}{6} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{6};\, 2\pi \right)$;

6.27 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{6} + k\pi;\, \frac{\pi}{6} + k\pi \right)$;

6.28 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi;\, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right)$;

6.29 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi;\, -\frac{\pi}{4} + k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{3} + k\pi;\, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$;

6.30 $\mathrm{P} = \left(\frac{\pi}{3};\, \frac{5\pi}{6} \right)$;

6.31 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi;\, \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \right) \cup \left(\frac{7\pi}{6} + 2k\pi;\, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \right)$;

6.32 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{3} + 2k\pi;\, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{7\pi}{6} + 2k\pi;\, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle$;

6.33 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{3} + k\pi;\, \frac{\pi}{3} + k\pi \right)$;

6.34 $\mathrm{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi;\, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right)$;

6.35 a) $\left\langle \frac{\pi}{6};\, \frac{\pi}{3} \right\rangle$; b) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{6} + 2k\pi;\, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle$;

6.36 a) $\left\langle \frac{\pi}{4};\, \frac{\pi}{3} \right\rangle$; b) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{4} + 2k\pi;\, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle$;

6.37 a) $\left\langle 0;\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{5\pi}{6};\pi\right\rangle$; b) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{5\pi}{6}+k\pi;\frac{4\pi}{3}+k\pi\right\rangle$;

6.38 a) $\left(\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{6}\right\rangle$; b) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k\pi\right\rangle$.

7. Trigonometrie

Výsledky byly určeny pomocí software *Mathematica* a je zaokrouhlen až daný výsledek, nikoliv mezivýsledky.

7.1 $37{,}48°$; 76,7 %;

7.2 $60°57'$;

7.3 2 m;

7.4 24,7 cm;

7.5 13,9 cm; 11,7 cm;

7.6 $40\sqrt{3}$ j; 40 j; 80 j;

7.7 20,8 m; 11,5 m;

7.8 $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ j;

7.9 5,66 j;

7.10 7,07 j;

7.11 7 j;

7.12 10 j;

7.13 $76\left(\sqrt{3}-1\right)$ j;

7.14 $18{,}4°$; $45°$; $26{,}6°$;

7.15 $22{,}6°$;

7.16 $15°$;

7.17 3 j; 1 j;

7.18 $\frac{R}{3}$;

7.19 3*r*; 9*r*;

7.20 $\frac{a}{6}\left(2\sqrt{3}-3\right)$;

7.21 150 mm;

7.22 0,62*R*;

7.23 1,75 j;

7.24 $4\sqrt{3}$ j;

7.25 16 cm; 19 cm; 7 cm;

7.26 $\frac{60}{13}$ j;

7.27 $\frac{1}{3}$;

7.28 $108\,\mathrm{cm}^2$;

7.48 $1+\sqrt{3}$ j; $105°$;

7.49 $a\sqrt{29}$;

7.50 $\sqrt{19}$ j;

7.51 $\sqrt{727}$ j;

7.52 $\frac{2}{3}\cdot\sqrt{12+3\sqrt{3}}$ j;

7.53 10,8 j;

7.54 18 j; 10 j; 2 j;

7.55 1,93 j; 1 j;

7.56 $3\sqrt{13}$ j; $3\sqrt{5}$ j;

7.57 $\sqrt{5}$ j;

7.58 10,2 j;

7.59 11 j;

7.60 $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$ km $\doteq$ 2,8 km;

7.61 $\frac{13}{2}\sqrt{2}$ j;

7.62 $\frac{39}{2}$ j^2;

7.63 $\frac{3\sqrt{2}+2}{7}a$;

7.64 $\sqrt{26+5\sqrt{23}}$ j $\doteq$ 7 j;

7.65 $\mathrm{tg}\left(\sphericalangle\mathrm{RTY}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

7.66 $\frac{26}{17}$ j;

7.67 $31'36''$;

7.68 $5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$; 266 m; 360 m; 448 m;

7.69 398,4 V;

7.70 73,6 m;

7.71 22,2 m;

7.72 75 m; $1{,}25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$;

7.29 $\frac{3}{4}$;

7.30 $96\left(2\sqrt{3}+3\right)-144\pi\ \mathrm{j}^2$;

7.31 $90°$;

7.32 $13\ \mathrm{j}^2$;

7.33 $40°32'$; $27°40'$; $111°48'$;

7.34 zadané úsečky netvoří trojúhelník;

7.35 23 cm; $27°50'$; $116°28'$;

7.36 6,5 cm; $60°57'$; $46°45'$;

7.37 25,7 cm; 22,7 cm; $62°$;

7.38 $32,2°$;

7.39 $75°$;

7.40 $105°$;

7.41 $\frac{3}{2}$;

7.42 6,8 j; 9,7 j; 13,7 j;

7.43 12,25 j;

7.44 8;

7.45 1;

7.46 $12°$;

7.47 platí;

7.73 422,8 m;

7.74 1,4 m;

7.75 18,2 m; 17,6 m;

7.76 71 m;

7.77 20 m; 16,4 m;

7.78 7 m; 149,8 m;

7.79 26,2 m; 6,5 m;

7.80 140,7 m; 5 m;

7.81 67,2 m; 111,3 m;

7.82 106,36 m;

7.83 180,6 m;

7.84 $46,6°$;

7.85 74,6 N; 82,3 N;

7.86 31,7 N; 21,8 N;

7.87 2956,3 N; 2903 N;

7.88 10,2 N; $69°19'$;

7.89 0,94 m;

7.90 2,32 m;

7.91 1,51 m;

7.92 2,4 m;

7.93 $100\sqrt{91}\ \mathrm{m} \doteq 954\ \mathrm{m}$; $\frac{5100\sqrt{91}}{8281}\ \mathrm{m} \doteq 535\ \mathrm{m}$.