PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky
Panská 3
Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2021

Funkce

sbírka úloh z matematiky

Jaroslav Reichl

Obsah

1. Nepřímá úměrnost ***3***

2. Lineárně lomená funkce ***4***

3. Mocninná funkce ***5***

4. Exponenciální funkce, rovnice a nerovnice ***6***

5. Inverzní funkce ***12***

6. Logaritmické funkce, rovnice a nerovnice ***12***

1. Nepřímá úměrnost ***20***

2. Lineárně lomená funkce ***21***

3. Mocninná funkce ***25***

4. Exponenciální funkce, rovnice ***32***

5. Inverzní funkce ***39***

6. Logaritmické funkce, rovnice ***42***

1. Nepřímá úměrnost

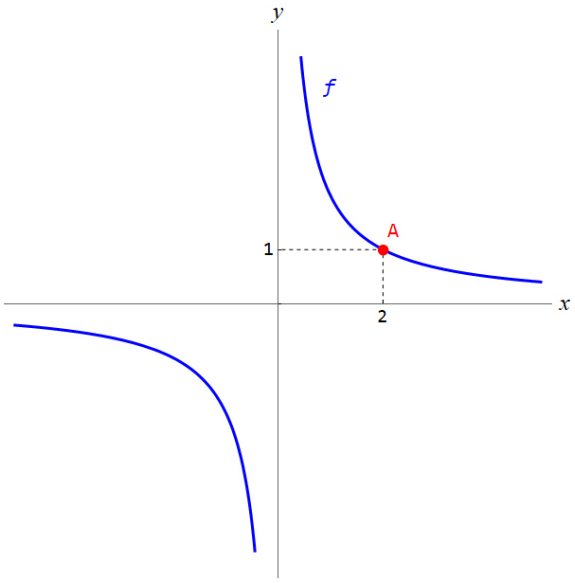
1.1 Bod $\mathrm{P}=\left[3;\frac{4}{3}\right]$ leží na grafu nepřímé úměrnosti. Napište její předpis.

1.2 Bod $\mathrm{Q}=\left[1;-\frac{1}{2}\right]$ leží na grafu nepřímé úměrnosti. Napište její předpis.

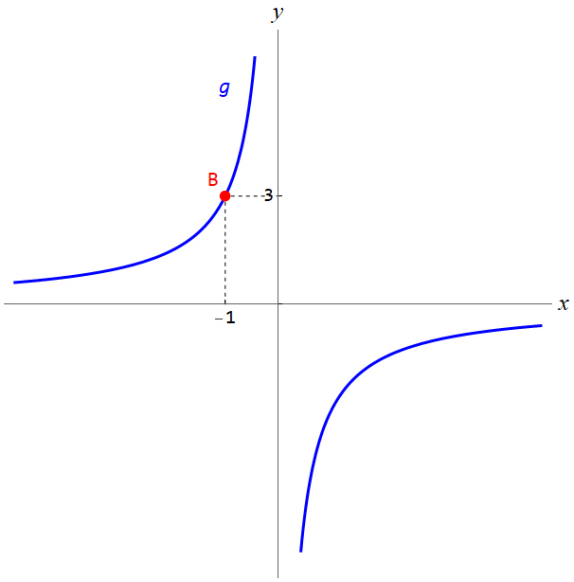
1.3 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $k: y=\frac{1}{x}$, b) $l: y=\frac{2}{x}$, c) $m: y=\frac{1}{2x}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

1.4 Napište předpis funkce *f*, která je zobrazena na obr. 1.

1.5 Napište předpis funkce *g*, která je zobrazena na obr. 2.



obr. 1



obr. 2

1.6 Určete zbývající souřadnici bodu $\mathrm{W}=\left[x_{\mathrm{W}};-7\right]$ tak, aby bod W ležel na grafu funkce $h: y=-\frac{2}{x}$.

1.7 Leží body a) $\mathrm{U}=\left[-4;-1\right]$, b) $\mathrm{V}=\left[6;3\right]$ na grafu funkce $j: y=\frac{4}{x}$? Zdůvodněte.

1.8 V tab. 1 jsou zobrazeny časy, po které různé druhy dopravních prostředků urazily vzdálenost 105 km. Vypočítejte pro každý z časů velikost průměrné rychlosti daného prostředku a sestrojte graf závislosti velikosti rychlosti na čase. Graf zobrazte pro $t\in\left(0;5\right\rangle\,\mathrm{h}$.

$\frac{t}{\mathrm{min}}$	40	45	50	60	70	80	90	100	120	150	180	300

tab. 1

1.9 „Mise na povrchu měla trvat jednatřicet dní. Zásobovací sondy pro jistotu vezly dost jídla pro celou posádku na šestapadesát dní. Strávili jsme tady šest dní, než přišla ta hrozná bouře, takže zbývá jídlo …“ píše Mark Watney, člen šestičlenné posádky mise zkoumající povrch Marsu, v knize Andyho Weira *Marťan*. Na kolik dalších dní by vystačily zásoby jídla pro celou posádku? Na jak dlouho vystačí Markovi, který zůstal na povrchu planety Mars sám? Na jak dlouho mu zásoby jídla vystačí, bude-li si dávat pouze tříčtvrtinové porce jídla?

1.10 Zakreslete průběh elektrického potenciálu v závislosti na vzdálenosti v okolí bodového náboje *Q* a) ve vakuu, b) v prostředí s relativní permitivitou ε_{r} ($\varepsilon_{\mathrm{r}}>1$).

1.11 Zakreslete závislost indexu lomu optického prostředí na velikosti rychlosti, kterou se tímto prostředím šíří světlo.

1.12 Zakreslete závislost vlnové délky elektromagnetického záření, které vyzařuje při dané termodynamické teplotě absolutně černé těleso nejvíce, na termodynamické teplotě tohoto tělesa.

2. Lineárně lomená funkce

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

2.1 $f: y = \dfrac{2x+3}{x+1}$;

2.2 $g: y = \dfrac{2x-3}{x-1}$;

2.3 $h: y = \dfrac{x-3}{x-2}$;

2.4 $j: y = \dfrac{1-x}{x-3}$;

2.5 $k: y = \dfrac{1-x}{2-x}$;

2.6 $l: y = \dfrac{3x-3}{4-2x}$;

2.7 $m: y = \dfrac{x}{3x-6}$;

2.8 $n: y = \dfrac{4x+1}{2x}$;

2.9 $p: y = \left|\dfrac{2x+3}{1-x}\right|$;

2.10 $q: y = -\left|\dfrac{3-x}{-1-x}\right|$;

2.11 $r: y = \dfrac{|x|-3}{1-|x|}$;

2.12 $s: y = \dfrac{|x|-2}{|x|+2}$;

2.13 $d: y = \dfrac{|x-1|+2}{3-2|x-1|}$;

2.14 $b: y = \dfrac{4-2|x+2|}{2+|x+2|}$;

2.15 $t: y = \dfrac{|x|-3}{x+1}$;

2.16 $u: y = \dfrac{x-3}{|x|-2}$;

2.17 $v: y = \left|\dfrac{x+3}{|x|+2}\right|$;

2.18 $z: y = \dfrac{|x+1|-2}{3|x|-6}$.

2.19 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $q: y = \dfrac{2x+1}{x-3}$ kladných funkčních hodnot.

2.20 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $v: y = \dfrac{x-2}{4-x}$ záporných funkčních hodnot.

2.21 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $b: y = \dfrac{1-4x}{2-3x}$ nezáporných funkčních hodnot.

2.22 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $d: y = \dfrac{4-x}{6+3x}$ nekladných funkčních hodnot.

2.23 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $m: y = \dfrac{1-2x}{5-x}$ funkčních hodnot z intervalu $\langle -1; 11 \rangle$.

2.24 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $t: y = \dfrac{3x+1}{2x-2}$ funkčních hodnot z intervalu $\langle -2; 2)$.

2.25 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $z: y = \dfrac{4-x}{2x-3}$ funkčních hodnot z intervalu $(-3; 3 \rangle$.

2.26 Jarda vyjel na projížďku a plánuje ujet vzdálenost $d = 50$ km. Napište předpis funkce p, která vyjadřuje poměr dosud ujeté vzdálenosti x ke vzdálenosti, která Jardovi do cíle ještě zbývá. Nakreslete graf této funkce a určete její definiční obor a obor hodnot.

2.27 K rezistoru o odporu R_1 jsou paralelně připojovány rezistory různých odporů R_2. Vyjádřete odpor R_p tohoto paralelního zapojení. Zakreslete graf závislosti odporu R_p na hodnotě odporu R_2. Určete definiční obor a obor hodnot této závislosti.

3. Mocninná funkce

3.1 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $u: y = x^3$, b) $u: y = x^5$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.2 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $p: y = x^{-3}$, b) $q: y = x^{-5}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.3 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $k: y = x^2$, b) $l: y = x^4$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.4 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $m: y = x^{-2}$, b) $m: y = x^{-4}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.5 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $r: y = \sqrt{x}$, b) $s: y = \sqrt[3]{x}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a pokud je to možné vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

3.6 $f: y = x^3 - 2$;

3.7 $g: y = (x+2)^3 - 1$;

3.8 $h: y = (x-1)^4 - 3$;

3.9 $j: y = -(x-2)^{-4} + 3$;

3.10 $k: y = -(x+1)^{-3} - 2$;

3.11 $l: y = (-x+1)^{-3} + 2$;

3.12 $m: y = \sqrt{x+2} - 1$;

3.13 $n: y = \sqrt[3]{3-x} + 1$;

3.14 $p: y = (|x|+1)^3 - 4$;

3.15 $q: y = \left|(x-1)^{-2} - 3\right|$;

3.16 $r: y = \left|(|x|-1)^4 - 3\right|$;

3.17 $s: y = \sqrt{|x|+2} - 3$;

3.18 $t: y = -\sqrt[3]{|x|-1} + 2$.

3.19 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $\frac{1}{x} = \sqrt{x}$.

3.20 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $x^3 = \frac{2}{x}$.

3.21 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $\frac{1}{x^3} = \sqrt{x+3} - 2$.

3.22 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $\frac{1}{x} = \sqrt{4-x} - 2$.

3.23 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $\frac{1}{x} < \sqrt{x}$.

3.24 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $x^3 + 1 \geq \frac{1}{x^2} - 3$.

3.25 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $\sqrt{|x|} > x^2 - 4$.

3.26 Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky strany čtverce na jeho obsahu. Funkci načrtněte.

3.27 Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky hrany krychle na jejím objemu. Funkci načrtněte.

3.28 Napište předpis funkce popisující závislost velikosti gravitační síly působící mezi dvěma tělesy daných hmotností na vzájemné vzdálenosti těchto těles od sebe. Funkci načrtněte.

3.29 ***Napište předpis funkce, která popisuje závislost periody oběhu planety kolem Slunce na délce hlavní poloosy trajektorie planety. Funkci načrtněte.

3.30 ***Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky hlavní poloosy planety na periodě oběhu této planety kolem Slunce. Funkci načrtněte.

3.31 Napište předpis funkce, která popisuje závislost periody matematického kyvadla na a) délce jeho závěsu, b) odmocnině z délky závěsu. Která z uvedených funkcí je výhodnější pro prezentaci naměřených dat z tohoto experimentu. Zdůvodněte. Obě funkce načrtněte.

3.32 Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky závěsu matematického kyvadla na době trvání jedné periody kmitání. Funkci načrtněte. Porovnejte s předcházející úlohou.

3.33 ***Napište předpis funkce popisující závislost počtu kmitů, které vykoná matematické kyvadlo za určitou dobu, na délce jeho závěsu. Funkci načrtněte.

3.34 Napište předpis funkce, která popisuje závislost velikosti magnetické indukce permanentního magnetu na vzdálenosti od tohoto magnetu. Funkci načrtněte.

4. Exponenciální funkce, rovnice a nerovnice

4.1 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $a: y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, b) $b: y = 2^x$, c) $c: y = \mathrm{e}^x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

4.2 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $p: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, b) $q: y = \left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^x$, c) $r: y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a pokud je to možné vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

4.3 $f: y = 2^{x+1}$;

4.4 $g: y = 3^{x-1} - 2$;

4.5 $h: y = -0{,}5^{x-2} + 3$;

4.6 $j: y = \mathrm{e}^{-x-1} - 3$;

4.7 $k: y = -0{,}25^{-x+1} - 1$;

4.8 $l: y = \mathrm{e}^{|x|+1} - 2$;

4.9 $m: y = 2^{|x-2|} + 1$;

4.10 $n: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-|x|+2} - 1$;

4.11 $p: y = \left|3^{1-x} - 2\right|$;

4.12 $r: y = -\left|1 - \mathrm{e}^{2-x}\right|$;

4.13 $s: y = \left|\left(\frac{3}{2}\right)^{|x-1|} - 2\right|$;

4.14 $t: y = -\left|\left(\frac{1}{4}\right)^{2-|x|} - 1\right|$.

4.15 Pokles teploty t kávy, která měla počáteční teplotu t_0 a která byla postavena na stůl v místnosti s teplotou okolí t_{ok} ($t_0 > t_{\mathrm{ok}}$), v závislosti na čase τ je popsán vztahem $t = t_{\mathrm{ok}} + (t_0 - t_{\mathrm{ok}}) \cdot e^{-\alpha \cdot \tau}$, kde α je součinitel zahrnující hmotnost chladnoucí kávy, její měrnou tepelnou

kapacitu a koeficient přenosu tepla do okolí. Zakreslete graf popsané závislosti. Jakou teplotu bude mít káva po dostatečně dlouhé době?

4.16 Průběh elektrického napětí měřeného na deskách kondenzátoru při jeho nabíjení je v závislosti na čase t popsán vztahem $U = U_{\mathrm{m}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$, kde C je kapacita uvažovaného kondenzátoru a R odpor ke kondenzátoru sériově zapojeného rezistoru. Zakreslete tuto závislost. Jaké elektrické napětí bude na deskách kondenzátoru po uplynutí dostatečně dlouhé doby od začátku nabíjení?

4.17 Průběh elektrického proudu měřeného v obvodu sériového zapojení kondenzátoru s kapacitou C a rezistoru o odporu R během nabíjení kondenzátoru je v závislosti na čase t popsán vztahem $I = I_{\mathrm{m}} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$. Zakreslete tuto závislost. Jaký elektrický proud bude obvodem procházet po uplynutí dostatečně dlouhé doby od začátku nabíjení?

4.18 Průběh počtu dosud nerozpadlých radioaktivních jader v závislosti na čase t je popsán vztahem $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, kde N_0 je počáteční počet radioaktivních jader a T je poločas rozpadu daného radioaktivního nuklidu. Zakreslete tuto závislost. Určete počet nerozpadlých jader v časech T, $2T$ a $4T$ od začátku měření.

Řešte v množině reálných čísel rovnici:

4.19 $2^x = 4$;

4.20 $3^{2x-1} = 27$;

4.21 $\mathrm{e}^{0,5k-2} = \mathrm{e}^2$;

4.22 $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2}} = 4^w$;

4.23 $\frac{\sqrt{48 \cdot \sqrt{9}}}{\sqrt{36}} = 16^{\rho}$;

4.24 $3^{a-1} = 27^{3-\frac{a}{3}}$;

4.25 $6^{2u} = 6^{2\sqrt{u}}$;

4.26 $2^a = 0,25$;

4.27 $4^{u+2} = 32^{2-u}$;

4.28 $9^{3\alpha-1} = 243^{\alpha}$;

4.29 $\frac{1}{5^{2u-4}} = 125$;

4.30 $4^{5-9y} = \frac{1}{8^{y-2}}$;

4.31 $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{m+2} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{m-4} \quad (\alpha \cdot \beta \neq 0)$;

4.32 $\frac{27^{\sigma}}{81} = 9^{\sigma}$;

4.33 $\sqrt{\frac{81^a}{9^a}} = 9$;

4.34 $\sqrt{\frac{100^t}{10^t}} = 100$;

4.52 $\left(\sqrt[3]{a^a}\right)^{\frac{1}{2a}} = 2$;

4.53 $\left(5^{5^{\lambda}}\right)^{5^{\lambda}} = 25 \cdot 125$;

4.54 $4^{20} + 4^{20} = 2^{2z}$;

4.55 $8^{16} + 4^{24} = 32^{2p}$;

4.56 $8^k \cdot 8^k = 32$;

4.57 $\frac{6^{\lambda}}{6^{-\lambda}} = 216$;

4.58 $4^{k+1} \cdot 8^{k-1} = 16^{k+3}$;

4.59 $10^t \cdot 100^t \cdot 1000^t \cdot 10000^t = 10^{80}$;

4.60 $\left(\left(5^{\delta}\right)^{\delta-1}\right)^{\frac{1}{\delta}} = 25$;

4.61 $2^{8^y} = 16^{32^y}$;

4.62 $625^{4^{z-1}} = 25$;

4.63 $6^{5^{c-2}} = 216^{\frac{25}{3}}$;

4.64 $3^{5\sqrt{\beta}} = 9^{\beta}$;

4.65 $2^{2^{2^{2^2}}} = \left(2^{2^{2^2}}\right)^x$;

4.66 $\left(7^{8^n}\right)^{4^n} = 7^{4^5}$;

4.67 $\left(\left(8^{8^{x-3}}\right)^{2^{x-4}}\right)^{2^{x-5}} = 64^{2^{3-x}}$;

4.35 $3^{2\beta^2+2\beta+3}=9^{\beta^2-2\beta+6}$;

4.36 $8^{y}=\dfrac{2^{56}-4^{26}}{30}$;

4.37 $8^{\beta-2}=16^{1-2\beta}$;

4.38 $2^{5q}=\sqrt{2}$;

4.39 $\sqrt[\alpha]{9}=\sqrt[27]{81}$;

4.40 $6^{\frac{w+2}{3}}=\sqrt{216}$;

4.41 $\sqrt{2^{3a}}=\dfrac{1}{0,25}$;

4.42 $\sqrt{9}^{3-4p}=\sqrt{27}^{2p-5}$;

4.43 $\sqrt[k]{\left(\dfrac{k}{12}\right)^{6}}=64^{\frac{1}{k}}$;

4.44 $\left(\sqrt[a]{2}+\sqrt[a]{2}\right)^{3}=4$;

4.45 $\sqrt[3]{\sqrt{x^{n}}\cdot\sqrt{x^{n+2}}}=x^{4}$;

4.46 $\dfrac{36^{r}}{6^{-r}}=216$;

4.47 $49^{4^{h}}=7$;

4.48 $16^{8^{\alpha-\frac{1}{4}}}=4^{64^{\alpha-\frac{1}{3}}}$;

4.49 $25^{4^{k-2}}=5$;

4.50 $10^{4r}=1000^{21-r}$;

4.51 $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{2}}}}=\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{8}}}^{m}$;

4.52 $\left(2^{5^{u-1}}\right)^{5^{u-2}}\Big)^{5^{u-3}}=2^{125}$;

4.53 $4^{4^{4}}=\sqrt[128]{2^{2^{2^{s}}}}$;

4.54 $\beta^{\beta^{3}}=256$;

4.55 $9^{8^{3+2b}}=3^{2^{7b-4}}$;

4.56 $\left(\dfrac{4}{9}\right)^{\alpha+1}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{\alpha+1}$;

4.57 $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{k-1}=\left(\dfrac{25}{4}\right)^{4k-1}$;

4.58 $\left(\dfrac{49}{25}\right)^{h+1}=\left(\dfrac{5}{7}\right)^{h+4}$;

4.59 $2^{y+3}=5^{y+3}$;

4.60 $3\cdot4^{3c+2}=48$;

4.61 $5\cdot9^{3-4b}=405$;

4.62 $5^{u}+5^{u}=250$;

4.63 $2^{u}\cdot4^{2u+2}\cdot16^{2-u}=256$;

4.64 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{v+1}\cdot27^{v+2}\cdot81^{2-v}\cdot6^{3v}=8^{v}\cdot9^{v}$;

4.65 $\left(\dfrac{3}{8}\right)^{2-2r}\cdot16^{r-1}\cdot\left(\dfrac{4}{9}\right)^{4-r}\cdot64^{2r}=\dfrac{0,5^{r+1}}{729}$;

4.66 $z^{z+4}=\sqrt[3]{z}$;

4.67 $w^{\sqrt{w}}=\sqrt{w^{w}}$;

4.68 $\left(\left(2^{5^{u-1}}\right)^{5^{u-2}}\right)^{5^{u-3}}=2^{125}$;

4.69 $4^{4^{4}}=\sqrt[128]{2^{2^{2^{s}}}}$;

4.70 $\beta^{\beta^{3}}=256$;

4.71 $9^{8^{3+2b}}=3^{2^{7b-4}}$;

4.72 $\left(\dfrac{4}{9}\right)^{\alpha+1}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{\alpha+1}$;

4.73 $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{k-1}=\left(\dfrac{25}{4}\right)^{4k-1}$;

4.74 $\left(\dfrac{49}{25}\right)^{h+1}=\left(\dfrac{5}{7}\right)^{h+4}$;

4.75 $2^{y+3}=5^{y+3}$;

4.76 $3\cdot4^{3c+2}=48$;

4.77 $5\cdot9^{3-4b}=405$;

4.78 $5^{u}+5^{u}=250$;

4.79 $2^{u}\cdot4^{2u+2}\cdot16^{2-u}=256$;

4.80 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{v+1}\cdot27^{v+2}\cdot81^{2-v}\cdot6^{3v}=8^{v}\cdot9^{v}$;

4.81 $\left(\dfrac{3}{8}\right)^{2-2r}\cdot16^{r-1}\cdot\left(\dfrac{4}{9}\right)^{4-r}\cdot64^{2r}=\dfrac{0,5^{r+1}}{729}$;

4.82 $z^{z+4}=\sqrt[3]{z}$;

4.83 $w^{\sqrt{w}}=\sqrt{w^{w}}$;

4.84 $\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2p+1}\cdot25^{p-1}\cdot\left(\dfrac{16}{125}\right)^{p}\cdot0,04^{p-2}=\dfrac{0,2^{2p+3}}{4}$;

4.85 $\dfrac{9^{2r-1}\cdot3^{2r}}{27^{r-1}}=1$;

4.86 $\dfrac{6^{\omega}-3^{\omega}}{3^{\omega}}=31$;

4.87 $\dfrac{27^{\vartheta}-3^{\vartheta}}{9^{\vartheta}-3^{\vartheta}}=82$;

4.88 $4^{t}+2^{2t-1}=3^{t+\frac{1}{2}}+3^{t-\frac{1}{2}}$;

4.89 $2^{r}+2^{r}=2^{2-r}$;

4.90 $5^{y+1}-5^{y}=20$;

4.91 $2^{k+3}+2^{k+2}=384$;

4.92 $3^{t-1}+3^{t-2}+3^{t-3}=13$;

4.93 $2^{4-\omega}+26=2^{7-\omega}-2^{3-\omega}$;

4.94 $4^{\alpha+2}=65-4^{\alpha+5}$;

4.95 $3^{2x+3}+4\cdot3^{2x+4}=39$;

4.96 $4^{3u+3}=260-2^{6u}$;

4.97 $5^{z}-5^{z-2}=120\sqrt{5}$;

4.98 $4^{p}+2^{1+2p}=384$;

4.99 $3^{\alpha+\frac{1}{2}}+2^{2\alpha-1}=4^{\alpha+\frac{1}{2}}-3^{\alpha-\frac{1}{2}}$;

4.100 $\dfrac{3^{u}+3^{u+1}+3^{u+2}}{9^{2u-1}}=13$;

4.101 $\dfrac{2^{56}-4^{26}}{30}=8^{\varphi}$;

4.102 $25\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{8-2a}+5\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{7-2a}=625\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{10-2a}-10;$

4.103 $3^{\frac{j+1}{j-2}}+3^{\frac{2j-1}{j-2}}=36;$

4.104 $2^{\frac{4l-3}{l-3}}+2^{\frac{5l-6}{l-3}}=24;$

4.105 $\frac{7^{2023}+7^{2024}}{7^n}=8;$

4.106 $\frac{4^y+4^y+4^y+4^y}{2^y+2^y}=32;$

4.107 $\frac{9^{-x}-9^x}{3^x+3^{-x}}=80\cdot 3^x;$

4.108 $4^q+2^{q+1}+1=72\left(1+\frac{1}{2^q}\right);$

4.109 $\sqrt[7]{\frac{5^{16}+5^b}{5^b+25}}=5;$

4.110 $\sqrt[5]{\frac{5^{12}+5^w}{5^w+5^2}}=5;$

4.111 $***\left(2v\right)^{\sqrt[3]{2v}}=\sqrt{2}^{\sqrt{18}};$

4.112 $y^y=2^{2048};$

4.113 $\frac{\mathrm{e}^{x^2}}{\mathrm{e}^3}=\mathrm{e}^{2x};$

4.114 $\left(2^{\omega}\right)^{\omega}=16;$

4.115 $4^{2\alpha^2+2\alpha}=8;$

4.116 $2^{c^3}=8^{c^2};$

4.117 $4^{100\sigma^2-50}=8^{100-200\sigma^2};$

4.118 $3^{q^2-3}=\left(\frac{1}{9}\right)^q;$

4.119 $9^{x^2}=\frac{1}{81^{4x+6}};$

4.120 $64^{3a^2-1}=8^{16-3a^2};$

4.121 $\frac{4^{m^2}}{2^m}=8;$

4.122 $4^g+16^g=272;$

4.123 $9^b-6=3^b;$

4.124 $5^{2p-3}-6\cdot 5^{p-2}+1=0;$

4.125 $27+9^{\varphi}=4\cdot 3^{\varphi+1};$

4.126 $2^a\cdot 2^{3(a-1)}+2^{1-a}\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^a=1;$

4.127 $3^{2\beta-3}-4\cdot 3^{\beta-2}+1=0;$

4.128 $2^{2+w}+8^{\frac{w}{3}+1}+16^{\frac{w}{4}}=13\cdot 32^{1-w};$

4.129 $3^{2t+3}-9^{t+1}+81^{\frac{t}{2}+1}=33\cdot 3^{4t+2};$

4.130 $25^{k+1}+125^{\frac{2k}{3}+1}-5^{2k+3}=125^{2-k};$

4.131 $16^{\frac{q}{2}+1}-3\cdot 64^{\frac{q}{3}+\frac{1}{2}}+3\cdot 4^{q+2}=10\cdot 4^{5-q};$

4.132 $4^u=3\cdot 2^{u+3}-128;$

4.133 $4^m-5\cdot 2^{m+1}+16=0;$

4.134 $25^n-5^{n+2}+125=5^{n+1};$

4.135 $9\cdot\left(9^{c-1}-1\right)+3^{c+2}=3^c;$

4.136 $4\cdot\left(1+2\cdot 4^d\right)-2^{d+5}=2^d;$

4.137 $2^m+2^{-m}=2;$

4.138 $9\cdot 3^{\alpha}+3^{2-\alpha}=82;$

4.139 $\frac{4^{\delta}-1}{2^{\delta}+1}=7;$

4.140 $\frac{4^z+4\cdot 2^z+3}{4^z+2^z}=25;$

4.141 $\frac{8^m+27^m}{12^m+18^m}=\frac{7}{6};$

4.142 $49^q+25^q=2\cdot 35^q.$

4.143 $2\cdot 15^{\varphi}+5\cdot 9^{\varphi}=3\cdot 5^{2\varphi};$

4.144 $6^p+9^p=2^{2p+1};$

4.145 $8^r+4^r+2^r=14;$

4.146 $4^n+2^{n+1}+1=72\left(1+\frac{1}{2^n}\right);$

4.147 $\mathrm{e}^{\sin u}+\mathrm{e}^{-\sin u}=2;$

4.148 $81^{\sin^2 c}+81^{\cos^2 c}=30;$

4.149 V množině reálných čísel řešte rovnici: $q^{q^2-5q+6}=1.$

4.150 V množině reálných čísel řešte rovnici: $\left(\beta+3\right)^{\beta^2-4\beta-5}=1.$

4.151 V množině reálných čísel řešte rovnici: $\left(2-a^2\right)^{a^2-3a\sqrt{2}+4}=1$.

4.152 V množině reálných čísel řešte rovnici: $(2b)^{\sqrt[3]{2b}}=\sqrt{2}^{\sqrt{18}}$.

4.153 V množině reálných čísel řešte rovnici: $u^{u^5}=\dfrac{1}{\sqrt[7]{125}}$.

4.154 V množině reálných čísel řešte rovnici: $4^{|x-1|}=16^{|3-2x|}$.

4.155 V množině reálných čísel řešte rovnici: $6^{x^2}=\sqrt{19-6\sqrt{2}}+\sqrt{67-42\sqrt{2}}$.

4.156 V množině celých čísel řešte rovnici: $\left(2+\sqrt{3}\right)^p+\left(2-\sqrt{3}\right)^p=4$.

4.157 V množině reálných čísel řešte rovnici: $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^a+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^a=2$.

4.158 Určete hodnotu výrazu $\sqrt{4^z+8^z}$, jestliže $3\cdot 2^{-z}=1$.

4.159 Určete součin proměnných *a* a *b*, jestliže $4^a=9$ a $9^b=256$.

4.160 Určete součin proměnných *k*, *l* a *m*, jestliže $3^k=5$, $5^l=7$ a $7^m=729$.

4.161 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $3^p+3^q=30$ a $3^{p+q}=81$.

4.162 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $2^{u+3v}=1024$ a $2^{3u+v}=64$.

4.163 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $3^{m-3n}=9$ a $3^{2m-7n}=27$.

4.164 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $2^{a-b}=4$ a $3^{2a+b}=27$.

4.165 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $4^{4r+2s}=16$ a $5^{r+s}=125$.

Bez počítání konkrétní mocniny rozhodněte o pravdivosti daného výroku:

4.166 $3^5<3^6$;

4.167 $2^{-5}\geq 2^{-6}$;

4.168 $0{,}25^2\leq 0{,}25^3$;

4.169 $0{,}15^{-6}>0{,}15^{-5}$;

4.170 $5^{3{,}14}<5^{\pi}$;

4.171 $\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2{,}7}\right)^{-2}<\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2{,}7}\right)^{-3}$;

4.172 $\left(\dfrac{3{,}14}{\pi}\right)^{0{,}05}>1$;

4.173 $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{0{,}02}\geq 1$;

4.174 $2^{\sqrt{3}}<3^{\sqrt{3}}$;

4.175 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\pi}\leq\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^{\pi}$.

Pro která reálná čísla platí daná nerovnost:

4.176 $u^2>u^3$;

4.177 $\alpha^7\leq\alpha^{10}$;

4.178 $\left(\dfrac{b}{3}\right)^{-3}\geq\left(\dfrac{b}{3}\right)^{-7}$;

4.179 $\left(\dfrac{\pi}{\varphi}\right)^{-10}<\left(\dfrac{\pi}{\varphi}\right)^{-6}$;

4.180 $\left(\mathrm{e}\cdot q\right)^2<1$;

4.181 $1\leq\left(\dfrac{\pi}{5m}\right)^{-\mathrm{e}}$.

Řešte v množině reálných čísel nerovnice:

4.182 $10^{x+1}<100$;

4.183 $4\cdot 2^{2u-1}\geq 32$;

4.188 $4^y\cdot 25^{y-2}\geq\dfrac{20^y}{125^{y+1}}$;

4.189 $0{,}5^{4n+1}<4\cdot 0{,}25^{2-n}$;

4.184 $\left(\frac{2}{5}\right)^{a}\cdot\left(\frac{4}{25}\right)^{1-a}\le\left(\frac{8}{125}\right)^{a-2}$;

4.185 $27^{g}\cdot 3^{2-g}\le\frac{1}{9}\cdot 81^{g+2}$;

4.186 $\left(\frac{2}{3}\right)^{k+1}\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{k-2}>\left(\frac{4}{9}\right)^{k}$;

4.187 $3\cdot 16^{1-m}<12\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{m+2}$;

4.190 $0,2^{4-3v}\le 25^{v}\cdot\left(\frac{1}{125}\right)^{v+2}$;

4.191 $4^{2+q}-2^{2q+1}+4^{q+1}>72$;

4.192 $25^{2h-1}+5^{4h+1}\le 1-\left(\frac{1}{5}\right)^{2-4h}+\frac{2}{5^{3}}$;

4.193 $\left(3^{p}\right)^{p}\cdot 9^{p-2}>3^{p+2}$;

4.194 $\left(25^{r}\right)^{r+1}\cdot 5^{3r-2}\le 125^{r}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-r-1}$.

4.195 Kolik násobků čísla 6^{3} leží mezi čísly 6^{4} a 6^{6}?

4.196 Pro jaké reálné x nabývá funkce $k: y=2^{x+1}-4$ záporných funkčních hodnot?

4.197 Pro jaké reálné x nabývá funkce $u: y=\left(\frac{2}{3}\right)^{2-x}-1$ nezáporných funkčních hodnot?

4.198 Pro jaké reálné x nabývá funkce $q: y=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+4}-2$ funkčních hodnot z intervalu $\langle -1;2\rangle$?

4.199 Pro jaké reálné x nabývá funkce $m: y=\mathrm{e}^{0,25x+2}+1$ funkčních hodnot z intervalu $\left\langle 2;\mathrm{e}^{2}+1\right\rangle$?

4.200 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru α je funkce $f: y=\left(\frac{\alpha}{\alpha+2}\right)^{x}$ rostoucí.

4.201 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru σ je funkce $g: y=\left(\frac{2\sigma+1}{\sigma-5}\right)^{x}$ klesající.

4.202 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru τ je funkce $k: y=\left(\frac{2-\tau}{\tau+3}\right)^{-x}$ klesající.

4.203 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $2^{x}-1=x^{3}$.

4.204 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $3^{-x}+1=x^{-2}$.

4.205 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $-\left(\frac{4}{9}\right)^{2-x}+3<\sqrt{x+3}$.

4.206 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $5^{x-1}-2\ge\left(x-\frac{3}{2}\right)^{-3}$.

4.207 Na hladině rybníčka rostou lekníny tak, že každý den zaroste dvojnásobná plocha, než je ta, kterou lekníny zaujímaly předcházející den. Od okamžiku, kdy začnou lekníny růst, zakryjí desátý den celý rybníček. Kolikátý den lekníny pokryjí a) polovinu, b) čtvrtinu rybníčka?

4.208 Rytíř, který zachránil králi jednoho království vzácného koně, si může vybrat ze dvou způsobů odměn. První způsob odměny spočívá v tom, že každý rok po zbytek rytířova života v den, kdy zachránil koně, dostane z královské pokladny 1000 grošů. Druhý způsob odměny spočívá v okamžitém vyplacení 1000 grošů a každý rok po zbytek rytířova života v den záchrany koně dostane z královské poklady pět procent částky, kterou rytíř už dostal. Který způsob odměny je pro rytíře výhodnější?

5. Inverzní funkce

Napište k dané funkci předpis inverzní funkce, určete u obou funkcí definiční obor (tak, aby bylo možné inverzní funkci najít) a obor hodnot a obě funkce zakreslete do téhož systému souřadnic:

5.1 $f: y = 2x + 3$;

5.2 $g: y = -x + 1$;

5.3 $h: y = \frac{x}{3} - 2$;

5.4 $j: y = -\frac{x}{2} + 2$;

5.5 $k: y = (x+2)^2 - 1$;

5.6 $l: y = -2(x-1)^2 + 3$;

5.7 $m: y = \frac{(x-1)^2}{2} - 3$;

5.8 $n: y = -\frac{(x+3)^2}{2} + 1$;

5.9 $p: y = \frac{x+1}{x-2}$;

5.10 $q: y = \frac{-2x+1}{x+2}$;

5.11 $r: y = \frac{x-2}{1-2x}$;

5.12 $s: y = (x+2)^3 - 1$;

5.13 $t: y = -(x-1)^3 + 2$;

5.14 $u: y = \sqrt{2-x} + 1$;

5.15 $v: y = \sqrt[3]{x+1} - 2$.

6. Logaritmické funkce, rovnice a nerovnice

6.1 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $k: y = \log_2 x$, b) $l: y = \ln x$, c) $m: y = \log x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

6.2 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $p: y = \log_{\frac{1}{2}} x$, b) $q: y = \log_{\frac{1}{e}} x$, c) $r: y = \log_{\frac{1}{10}} x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a pokud je to možné vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

6.3 $f: y = \log_2 x + 1$;

6.4 $g: y = -\log_3 x - 2$;

6.5 $h: y = \log_{0,5}(x-1) + 2$;

6.6 $j: y = \log(x+3) - 1$;

6.7 $k: y = \ln(2-x) + 3$;

6.8 $l: y = -\log(1-x) - 2$;

6.9 $m: y = \log_2 |x| - 1$;

6.10 $n: y = \ln|x+2| + 3$;

6.11 $p: y = \log(|x|+2) + 1$;

6.12 $q: y = \log_{\frac{1}{3}}(|x|-1) + 3$;

6.13 $r: y = -\log_{\frac{1}{e}}|x-3| + 1$;

6.14 $s: y = |\ln(x+2) - 1|$;

6.15 $t: y = \left|\log_{\frac{5}{3}}(|x|-2) + 1\right|$;

6.16 $u: y = |\log(x+1)| - 2$;

6.17 $v: y = -|\log_2 |x| + 1|$.

Napište k dané funkci předpis inverzní funkce, určete u obou funkcí definiční obor (tak, aby bylo možné inverzní funkci najít) a obor hodnot a obě funkce zakreslete do téhož systému souřadnic:

6.18 $b: y = 2^{x+1} - 3$;

6.19 $c: y = \left(\frac{1}{e}\right)^{x-2} + 1$;

6.20 $d: y = \log(2-x) + 1$;

6.21 $f: y = \log_4(x+3) - 1$.

Vypočtěte neznámou a výpočet zdůvodněte:

6.22 $\log x = 2$;

6.23 $\log_3 y = 4$;

6.24 $\log_2 16 = a$;

6.25 $\log_b 125 = 3$;

6.26 $\log u = -1$;

6.27 $\log_p 16 = 2$;

6.28 $\log_{81} m = \frac{1}{2}$;

6.29 $\log_4 64 = d$;

6.30 $\log_q 10 = -\frac{1}{2}$;

6.31 $\log_{\sqrt{3}} 81 = \alpha$

6.32 $\log_9 81 = k$;

6.33 $\log_f 3 = \frac{1}{5}$;

6.34 $\ln w = 2$;

6.35 $\log_\sigma 32 = 10$;

6.36 $\log_{\frac{1}{\sqrt[4]{2}}} z = -24$;

Vypočtěte a výpočet zdůvodněte:

6.37 $\log_3 \log_8 2 = q$;

6.38 $\log_2 \log_4 t = 2$;

6.39 $\log_w \log 1000 = -\frac{1}{2}$;

6.40 $\log_4 \log_2 256 = j$;

6.41 $\log_{0,25} \log_c 256 = -2$;

6.42 $\log_{0,5} \log_{\sqrt[4]{5}} a = -3$.

Vypočtěte:

6.43 $\log_2 \frac{\log_2 2^{2^{2^2}}}{\log_2 2 \cdot 2^{2^2}}$;

6.44 $\frac{\log_4 16 - \log_2 8 + \log_{0,5} 4}{\log_3 9 - \log_{27} 81}$;

6.45 $\frac{\log_{11} 11 + \log_5 0,2 - \ln \mathrm{e}^3}{3\log_8 64 - 2\log_4 32}$;

6.46 $\frac{\log_7 \sqrt{7} + \log_5 25^3 + \ln \sqrt[3]{\mathrm{e}}}{\ln \mathrm{e}^5 + 4\log_3 243 - 2\log_{0,5} 256}$;

6.47 $\frac{\log_{\sqrt{5}} 25 - \log_{0,1} 1000 - 8\log_{\mathrm{e}^2} \sqrt{\mathrm{e}}}{\log_{121} 11 - 3\log_9 27 + 0,1 \cdot \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 32}$;

6.48 $\log_2 9^{\frac{1}{\log_2 \log_2 9}} \cdot \sqrt{7}^{\frac{1}{\log_4 7}}$;

6.49 $\left(\left(\left(\left(\sqrt{3}^{\log_3 \sqrt{5}} \right)^{\log_5 \sqrt[3]{7}} \right)^{\log_7 \sqrt[4]{11}} \right)^{\log_{11} \sqrt[5]{13}} \right)^{\log_{13} 7^{480}}$.

Zjednodušte a udejte podmínky, za kterých má výraz smysl:

6.50 $\ln \frac{1}{2} + \ln 4 - \ln 8 - \ln \frac{1}{4}$;

6.51 $\log_7 \sqrt{5} + \log_7 5 - \log_7 25$;

6.52 $\log_4 3 + \log_4 12 + \log_4 16 - \log_4 24$;

6.53 $\log u - \log u^3 + \log u^7$;

6.54 $\log_3 b + \log_3 b^4 + \log_3 \frac{1}{b^2}$;

6.55 $\log_2 (q+1) + \log_2 (q-1) - \log_2 (q^2-1)$;

6.56 $\log_\pi (a-7) - \log_\pi (a^2 - 4a - 21) + \log_\pi (2a+6)$;

6.57 $\log xy - \log \frac{x}{y} + \log x^2 y - \log \frac{y^2}{x}$.

6.58 Vyjádřete dekadický logaritmus kladného reálného čísla x pomocí přirozeného logaritmu téhož argumentu.

6.59 Vyjádřete přirozený logaritmus kladného reálného čísla x pomocí dekadického logaritmu téhož argumentu.

6.60 Vyjádřete binární logaritmus kladného reálného čísla x pomocí přirozeného logaritmu téhož argumentu.

6.61 Vyjádřete binární logaritmus kladného reálného čísla x pomocí dekadického logaritmu téhož argumentu.

6.62 Vypočtěte: a) $\log_4 x \cdot \log_x 16$; b) $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$.

Určete, zda je dané číslo kladné nebo záporné. Své tvrzení zdůvodněte:

6.63 $\log 5$;

6.64 $\log_2 5$;

6.65 $\log_{\frac{1}{2}} 5$;

6.66 $\ln \frac{1}{\pi}$;

6.67 $\log_3 0{,}2$;

6.68 $\log_\pi \mathrm{e}$;

6.69 $\log_{100} 0{,}5$;

6.70 $\log_4 \frac{\pi}{\mathrm{e}}$;

6.71 $\log_{0,1} 12$.

Určete a zdůvodněte interval ohraničený dvěma po sobě jdoucími celými čísly, ve kterém se nachází příslušná hodnota:

6.72 $\log 65$;

6.73 $\log_2 20$;

6.74 $\ln 10$;

6.75 $\log_5 252$;

6.76 $\log 2589$;

6.77 $\log_{0,5} 19$;

6.78 $\log_4 0{,}18$;

6.79 $\log_{\sqrt{2}} 5$;

6.80 $\log_{\frac{1}{3}} 96$;

6.81 $\log_\pi 12$;

6.82 $\log_{0,25} 0{,}02$.

Logaritmujte daný výraz a určete podmínky, za kterých je výraz definován:

6.83 $x = a^3 b^2$;

6.84 $y = 4m^2 n^{-2}$;

6.85 $p = 12u^4 \cdot \sqrt[3]{v^2}$;

6.86 $q = 52\alpha^3 \sqrt{\beta + 2}$;

6.87 $\Gamma = \frac{75 r^5 t^2}{q^3 \sqrt{12 - 3r^2}}$;

6.88 $\Omega = 3 \frac{\sin^2 \omega}{\pi^2 \cdot \cos^3 \omega}$.

Vyjádřete neznámou stojící v logaritmu na levé straně rovnosti a udejte podmínky platnosti daných výrazů:

6.89 $\log_z S = \log_z 4 + \log_z \pi + 2\log_z a$;

6.90 $\log_z t = \log_z 2 + \log_z \varepsilon + 3\log_z v - 2\log_z u$;

6.91 $\log_z V = \log_z 4 + \log_z \pi + 2\log_z r + \log_z v - \frac{1}{2}\log_z r - \frac{1}{2}\log_z v$;

6.92 $\log_z \Sigma = \log_z 10 + 2\log_z \operatorname{tg}\alpha - \log_z \pi - \frac{1}{2}\log_z a - \frac{3}{2}\log_z \cos\alpha$;

6.93 $\log_3 A = 2 + \log_3 (x+7) - \log_3 (x+2)$;

6.94 $\log_7 C = \log_7 v - \log_7 (v+2) + \log_7 (v^2+4v+4)$;

6.95 $\log_{0,25} \beta = \log_{0,25} (3n^2-3) - \log_{0,25} (n-1) - \log_{0,25} (1+n)$.

V množině reálných čísel řešte rovnice:

6.96 $2^x = 3$;

6.97 $5^{u+1} = 4$;

6.98 $3^{4b-2} = 5$;

6.99 $3 \cdot 4^{1-0,5n} = 10$;

6.100 $2^v = 5^{v+2}$;

6.101 $8^r \cdot 8^r = 60$;

6.102 $3^{\alpha+2} = \sqrt{5^\alpha}$;

6.103 $6^{2p+1} = \sqrt{3^p}$;

6.104 $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^\alpha = \sqrt[\alpha]{100}$;

6.105 $2^v + 2^2 = 2^{v+2}$;

6.106 $\mathrm{e}^{x-\pi} = \mathrm{e}^x - \mathrm{e}^\pi$;

6.107 $\dfrac{10^u + 10^{-u}}{10^u - 10^{-u}} = 2$;

6.108 $\dfrac{\mathrm{e}^p + \mathrm{e}^{-p}}{\mathrm{e}^p - \mathrm{e}^{-p}} = 2$;

6.109 $9^{3^z} = 3^{9^z}$;

6.110 $2^{\alpha^2-2\alpha} = \left(\log_{\sqrt{2}} 4\right)^{\frac{\alpha}{2}}$;

6.111 $\log_3 (2-5\sigma) = \log_3 (2\sigma+1)$;

6.112 $\log_5 (4-w) = -\log_5 (w+2)$;

6.113 $\log_{3\sqrt{3}} 9 = 4y$;

6.114 $\log(j+5) = 2$;

6.115 $\dfrac{\log \tau}{\log 64} = \dfrac{1}{2}$;

6.116 $\log_2 (4-3p) = 6$;

6.117 $\log_2 (11\mathrm{e} - 5m) = 1$;

6.118 $\log_5 (\sigma+1) + \log_5 3 = \log_5 15$;

6.119 $\log_3 18 + \log_3 3 - \log_3 d = 3$;

6.120 $\log_\sigma \left(\dfrac{4\sigma+5}{6-5\sigma}\right) = -1$;

6.121 $\log_8 f^2 + \log_8 f = 2$;

6.122 $\log_2 25 + \log_2 4 = 2^l$;

6.123 $\log_\varphi 3 + \log_\varphi 27 = 2$;

6.124 $\log(100k) + \log(10k) = 7$;

6.125 $\log(100h) + \log(10h^2) = 9$;

6.126 $\log_3 (54x) - 2\log_3 (2x) = 5$;

6.127 $\log(v+1) + \log(19-v) = 2$;

6.128 $\log(h+5) = 2 - \log(20-2h)$;

6.129 $\log_3 18 + \log_3 3 = 3 + \log_3 a$;

6.130 $\log_6 n^4 = 1 - \log_6 2$;

6.131 $\log_{d+1} (d^2+4) = \log_{\sqrt{2}} 4 - \log_{\sqrt{3}} 3$;

6.132 $\log_2 (5-a) + \log_2 (a^2+5a) = 3\log_2 a + 2$;

6.133 $\log_3 (1-q) - \log_3 (4+q) = 2$;

6.134 $\log_\pi (3x-1) - \log_\pi (3x+1) = \log_\pi 11$;

6.135 $\ln(2+s) = \ln(4-s) - 1$;

6.136 $\log_{\sqrt{8}} (a^2+2a) = 2$;

6.137 $2\log_5 (1+z) - \log_5 (3-z) = \log_5 (4-2z)$;

6.138 $\dfrac{1}{2}\log(u-3) + \log\dfrac{5}{2} = 1 - \log\sqrt{u+3}$;

6.139 $\log\dfrac{1}{v^2} + \log\dfrac{1}{v} + \log v + \log v^2 + \log v^3 = 6$;

6.140 $\log\log\alpha+\log\left(\log\alpha^2-1\right)=0$;

6.141 $\log_2 b+\log_5 b=4$;

6.142 $5\left(4^{\log_{0,5}q}-1\right)=4^{1+\log_{0,5}q}-4^{\log_{0,5}q-1}$;

6.143 $3^{\delta}+9^{\delta}=27^{\delta}$;

6.144 $\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{2x}=\mathrm{e}^{3x}$;

6.145 $\sqrt[\mu]{6}+\sqrt[\mu]{9}=\sqrt[\mu]{4}$;

6.146 $5^{\mu}+5^{-\mu}=6$;

6.147 $\log_{\frac{1}{7}} z+\dfrac{1}{\log_{\frac{1}{7}} z}=-2$;

6.148 $\log_4\beta-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{\log_4\beta}$;

6.149 $\log a+\dfrac{2}{\log a}=3$;

6.150 $16=3\log_2 q+\dfrac{5}{\log_2 q}$;

6.151 $\dfrac{\log_4^2(8m)}{\log_4(128m)}=1$;

6.152 $\dfrac{\log_3^2(9f)}{\log_3(81f)}=\dfrac{8}{3}$;

6.153 $2\dfrac{\ln^2(7d)}{\ln(7\cdot\mathrm{e}\cdot d)}=1$;

6.154 $\dfrac{\log n^{\frac{1}{2}}+\dfrac{1}{2}\log 5-1}{\dfrac{1}{4}\log(n-1)}=\log 0{,}01$;

6.155 $b^{\log b}=b$;

6.156 $\alpha^{\log_2\alpha}=64\alpha$;

6.157 $p^{\log_2 p-1}=p$;

6.158 $t^{2\log_5 t}=t$;

6.159 $\lambda^{\log_9\lambda}=\sqrt{\lambda}$;

6.160 $w^{\log w}=10$;

6.161 $r^{-\log_4 r+3}=r$;

6.162 $y^{\log y+5}=10^{-6}$;

6.163 $x^{\log x+1}=10x$;

6.164 $\varepsilon^{1+\log\varepsilon}=10^4\varepsilon$;

6.165 $625u^2=u^{2+\log_5 u}$;

6.166 $d^{\log_2 d+4}=16d$;

6.167 $y^{4-\log_6 y}=36y$;

6.168 $a^{\log a}=\dfrac{10^{12}}{a^4}$;

6.169 $(b+1)^{\log_9(b+1)+1}=9(b+1)$;

6.170 $(3\lambda-1)^{2\log_5(3\lambda-1)}=5(3\lambda-1)$;

6.171 $(10-2m)^{8-2\log_2(10-2m)}=8(10-2m)$;

6.172 $(4-3k)^{5-3\log(4-3k)}=10(4-3k)$;

6.173 $\alpha^{\alpha\cdot\sqrt{\alpha}}=\left(\alpha\cdot\sqrt{\alpha}\right)^{\alpha}$;

6.174 $\ln^u u=\ln^2 u$;

6.175 $r^2-r^{\sqrt{r}}=0$;

6.176 $t^{\sqrt{t}}=\sqrt{t}^{\,t}$;

6.177 $25^d+10^d=4^d$

6.178 $9^{\lambda}+15^{\lambda}=25^{\lambda}$;

6.179 $6^w=2^{2w+1}-9^w$;

6.180 $2^u-3^u=\sqrt{6^u-9^u}$;

6.181 $\ln x=\sqrt{\ln\left(x^2\cdot\sqrt[6]{x}\right)-1}$;

6.182 $\dfrac{\ln 2q}{\ln q}=\ln 2$;

6.183 $\log_4\left(2^{\alpha}+48\right)=\alpha-1$;

6.184 $\log_7 p+\log_8 p=2$;

6.185 $\log_s 2+\log_2 s=2$;

6.186 $\log_u 4+\log_2 u^2=5$;

6.187 $\log_3 x+\log_x 3=\dfrac{10}{3}$;

6.188 $3\cdot\mathrm{e}^{\ln u}-2\cdot\mathrm{e}^{\ln 2u}+4\cdot\mathrm{e}=0$;

6.189 $\log_3\left(\log_9 x+\dfrac{1}{2}+9^x\right)=2x$;

6.190 $\log\log n+\log\left(\log n^3-2\right)=0$;

6.191 $\log_4(\omega+12)\cdot\log_{\omega}2=1$;

6.192 $\frac{1}{2}\cdot\log\frac{\kappa^7}{100}+\log\frac{100}{\kappa^2}-\log\kappa=0$;

6.193 $2\log\left(3c^2\right)+3\log\left(4c^3\right)=4\log\left(2c^2\right)+4\log\left(6c\right)$;

6.194 $\ln 2m+\ln m^2-\ln\sqrt[3]{m}=1+\ln 2-\ln m^{-3}$;

6.195 $\log_2\sigma+\log_3\sigma+\log_4\sigma=\log_5\sigma$;

6.196 $\log_{\sin b}\operatorname{cotg} b+\log_{\cos b}\operatorname{tg} b=0$;

6.197 $\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\log_5 6\cdot\ldots\cdot\log_z\left(z+1\right)=5$.

6.198 V množině kladných reálných čísel řešte rovnici: $\left(m^2\right)^m-2m^m+1=0$.

6.199 V množině reálných čísel řešte rovnici: $\left(\cos r\right)^{2r+2}=1$.

6.200 V množině reálných čísel řešte rovnici: $\mathrm{e}^{4t}-\mathrm{e}^{3t}-4\mathrm{e}^{2t}-\mathrm{e}^{t}+1=0$. (Návod: Upravit tak, aby bylo možné substituovat.)

6.201 V množině komplexních čísel řešte rovnici: $t^{\ln t^{\ln t}}=\mathrm{e}$.

6.202 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $\log\left(m+n\right)=0$ a $2\log m=\log\left(n+1\right)$.

6.203 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $b=1+\log_4 a$ a $a^b=4^6$.

6.204 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $s=3+\log_5 r$ a $r^s=5^4$.

6.205 V množině $\mathbb{R}^2$ řešte soustavu rovnic: $2\log\alpha=\log 2+\log\beta$ a $2^\alpha=4^\beta$.

6.206 Určete $\log_2 r$, jestliže $\sqrt{\log_2\sqrt{\log_2\sqrt{\log_2\sqrt{r}}}}=2$.

Bez počítání konkrétního logaritmu rozhodněte o pravdivosti daného výroku:

6.207 $\ln 3<\ln 5$;

6.208 $\log_{0,5}5>\log_{0,5}7$;

6.209 $\log_\pi\mathrm{e}\geq\log_\pi 2{,}8$;

6.210 $\log 82\leq\log 75$;

6.211 $\log_2 14>\log_2 12$;

6.212 $\log_\pi 17<\log_{3,14}17$;

6.213 $\log_{\frac{\pi}{\mathrm{e}}}0{,}72\geq 0$;

6.214 $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}1{,}12<0$.

Určete, pro která reálná čísla platí daná nerovnost:

6.215 $\log_u 47>\log_u 57$;

6.216 $\log_a 3\leq\log_a 6$;

6.217 $\log_{k+5}\pi<\log_{k+5}\mathrm{e}$

6.218 $\log_{2p}25\geq\log_{2p}17$;

6.219 $\log_{\frac{\pi}{w}}11<\log_{\frac{\pi}{w}}9$;

6.220 $\log_{\frac{x}{3\mathrm{e}}}15>\log_{\frac{x}{3\mathrm{e}}}19$;

6.221 $\log_{\frac{v+2}{3-v}}2<\log_{\frac{v+2}{3-v}}\sqrt{2}$;

6.222 $\log_{\frac{3-2\alpha}{4+\alpha}}9>\log_{\frac{3-2\alpha}{4+\alpha}}3$.

V množině reálných čísel řešte zadané nerovnice:

6.223 $\log x\leq 3$;

6.224 $\ln u>2$;

6.225 $\log_2\left(a+2\right)\geq 5$;

6.226 $\log_5\left(2p-1\right)<-2$;

6.227 $\log_3\left(2-5\alpha\right)\leq 4$;

6.228 $4\log_{0,5}\left(3v+1\right)>8$;

6.229 $6\log_4\left(9n-5\right)\leq 3$;

6.230 $\log_2 \dfrac{c^2-4c+6}{c} < 0$;

6.231 $\log_{0,1}\left(k^2+1\right) < \log_{0,1}\left(2k-1\right)$;

6.232 $\log_8\left(q+2\right) - \log_8\left(q-2\right) > \log_8\left(2+q\right)$;

6.233 $2\log_{0,2}\left(m+2\right) \le \log_{0,2}\left(m-4\right) + \log_{0,2}\left(2+m\right)$;

6.234 $\ln\left(2y+1\right) + \ln\left(5-y\right) \ge \ln 5$;

6.235 $\log_{0,1}\left(2\vartheta-1\right) + \log_{0,1}\left(6-\vartheta\right) < \log_{0,1}\left(4+\vartheta\right)$;

6.236 $\dfrac{1}{2^{\omega}+7} > \dfrac{1}{2^{\omega+2}-1}$;

6.237 $\log_b \sqrt{20-b} > 1$;

6.238 $\dfrac{x-x^2}{x^2+x-\log_{x+4}\left(x+4\right)^2} \le \log_{x+4} 1$.

Určete definiční obor dané funkce:

6.239 $f: y = \ln\left(x^2+5x-6\right)$;

6.240 $g: y = -\log_{0,1}\left(x^2-5x+6\right)$;

6.241 $h: y = -\log_{\pi}\left(x^2-3x+6\right)$;

6.242 $j: y = \dfrac{x+5}{\log_{12}\left(\dfrac{2-x}{3+x}\right)}$;

6.243 $k: y = \sqrt{\log_2\left(\dfrac{2x}{x+4}\right)-3} - x + 2$;

6.244 $l: y = \dfrac{12-7x}{\sqrt{\log_{0,5}\left(\dfrac{2x+4}{6-x}\right)+2}}$.

6.245 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $f: y = \log_2\left(x^2-7x+11\right)$ kladných hodnot?

6.246 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $g: y = \log_{0,75}\left(x^2-3x-9\right)$ nekladných hodnot?

6.247 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $h: y = \log_8\left(x^2-8x+12\right)$ záporných hodnot?

6.248 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $j: y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(x^2-4x-11\right)$ nezáporných hodnot?

6.249 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $m: y = \log_2\left(x^2-2x\right)$ funkčních hodnot z intervalu $\left(-1;3\right)$?

6.250 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $p: y = \log_{0,25}\left(\frac{x+4}{4-2x}\right)$ funkčních hodnot z intervalu $\langle -1; 1\rangle$?

6.251 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $s: y = \log_3\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ funkčních hodnot z intervalu $\langle -3; 2)$?

6.252 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru σ je funkce $u: y = \log_{\frac{2-\sigma}{\sigma+1}} x$ rostoucí.

6.253 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru β je funkce $q: y = \log_{\beta^2+2\beta} x$ klesající.

6.254 Kondenzátor s kapacitou $470\,\mu\text{F}$ se nabíjí přes ochranný rezistor o odporu $500\,\Omega$. Za jak dlouho se nabije na polovinu svého maximálního napětí?
Návod: úloha 4.16

6.255 Z 250 gramů $^{210}_{84}\text{Po}$ se za dobu 200 dní rozpadne 158 gramů. Jaký je poločas rozpadu tohoto izotopu?

6.256 Běžný kancelářský papír má tloušťku 0,1 mm. Když jej přeložíme na polovinu, bude mít přeložený list tloušťku 0,2 mm. Kolikrát musíme papír přeložit, aby jeho tloušťka alespoň dosáhla z povrchu Země k povrchu Měsíce? Nejdříve s pokuste počet skladů odhadnout, pak jej vypočítejte. Diskutujte reálnost úlohy.

Řešení

1. Nepřímá úměrnost

1.1 $f: y = \frac{4}{x}$;

1.2 $f: y = -\frac{1}{2x}$;

1.3 viz obr. 3; $D = H = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

1.4 $f: y = \frac{2}{x}$;

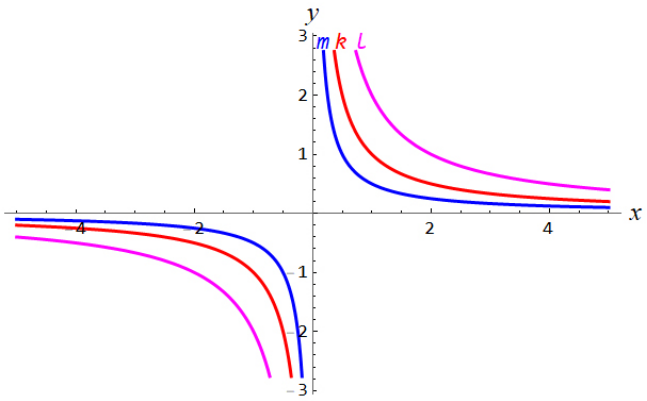
1.5 $g: y = -\frac{3}{x}$;

1.6 $x_W = \frac{2}{7}$;

1.7 a) ano, b) ne;

1.8 viz obr. 4;

1.9 50 dní; 300 dní; 400 dní;

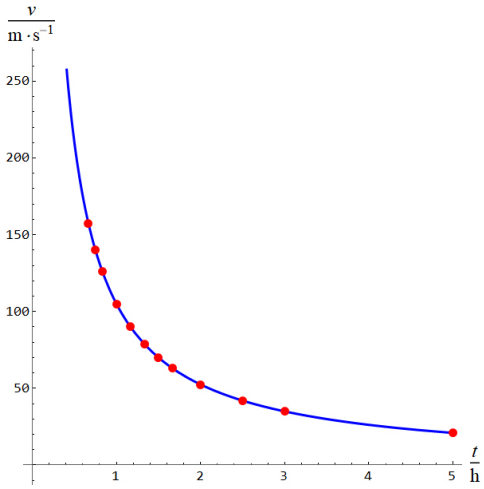


obr. 3

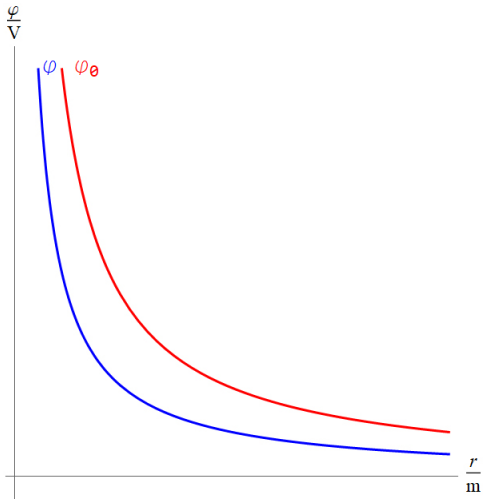
1.10 viz obr. 5;

1.11 viz obr. 6;

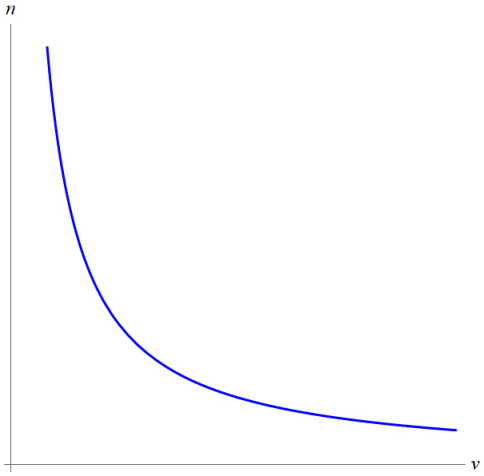
1.12 viz obr. 7.



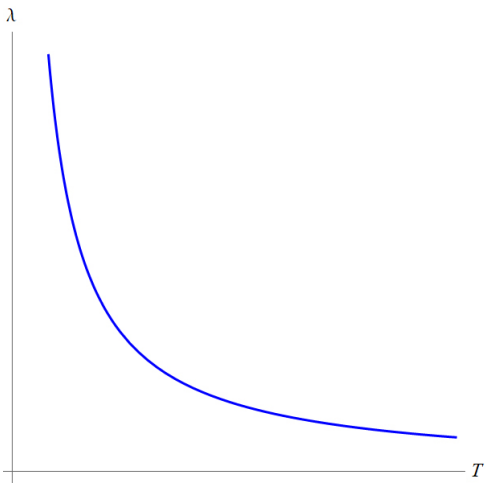
obr. 4



obr. 5



obr. 6



obr. 7

2. Lineárně lomená funkce

2.1 viz obr. 8; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

2.2 viz obr. 9; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

2.3 viz obr. 10; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

2.4 viz obr. 11; $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$;

2.5 viz obr. 12; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

2.6 viz obr. 13; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$;

2.7 viz obr. 14; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$;

2.8 viz obr. 15; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

2.9 viz obr. 16; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R}_0^+$;

2.10 viz obr. 17; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R}_0^-$;

2.11 viz obr. 18; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus (-3; -1\rangle$;

2.12 viz obr. 19; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle -1; 1)$;

2.13 viz obr. 20; $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \left\langle -\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right\rangle$;

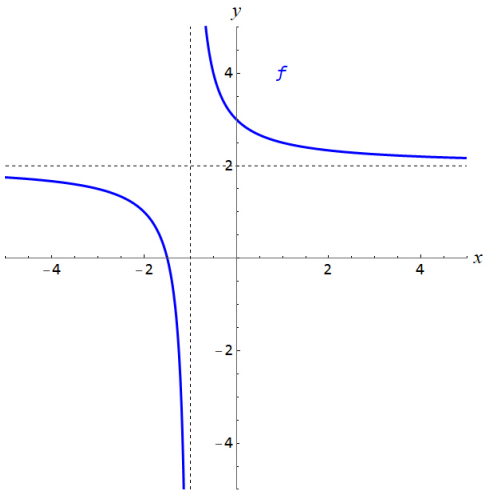
2.14 viz obr. 21; $D = \mathbb{R}$; $H = (-2; 2\rangle$;

2.15 viz obr. 22; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R}$;

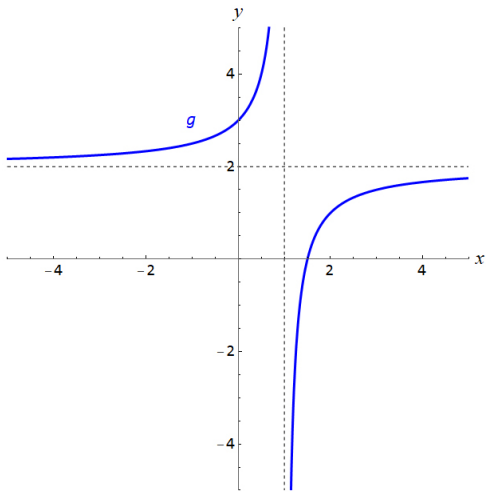
2.16 viz obr. 23; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \left\langle 1; \frac{3}{2}\right\rangle$;

2.17 viz obr. 24; $D = \mathbb{R}$; $H = \left\langle 0; \frac{3}{2}\right\rangle$;

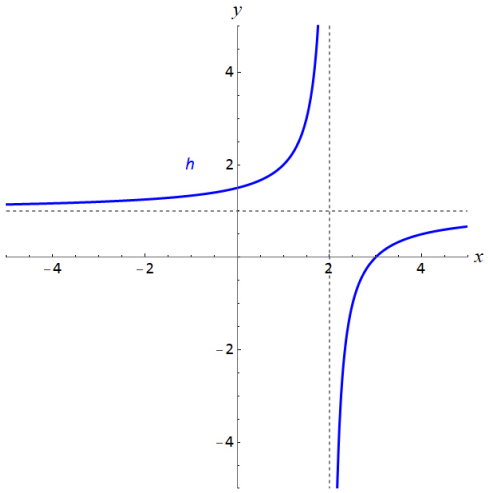
2.18 viz obr. 25; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$; $H = \mathbb{R}$;



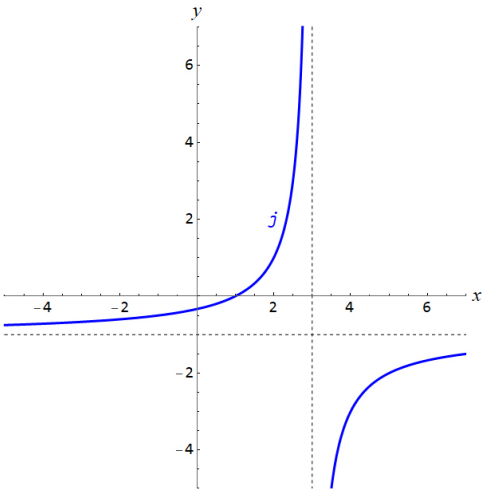
obr. 8



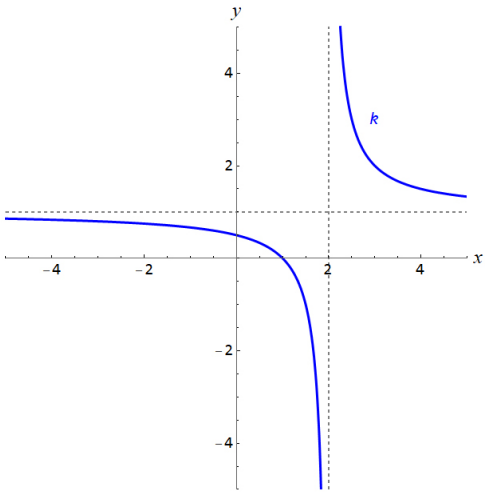
obr. 9



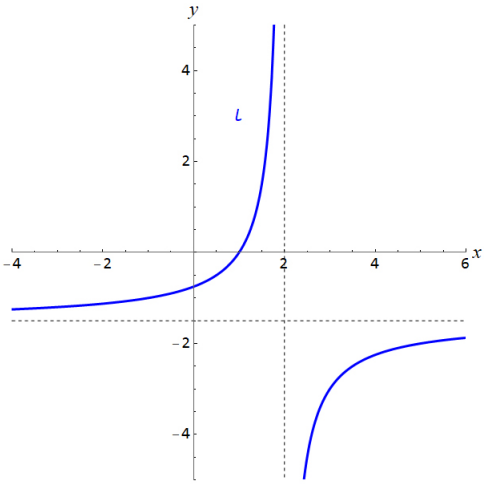
obr. 10



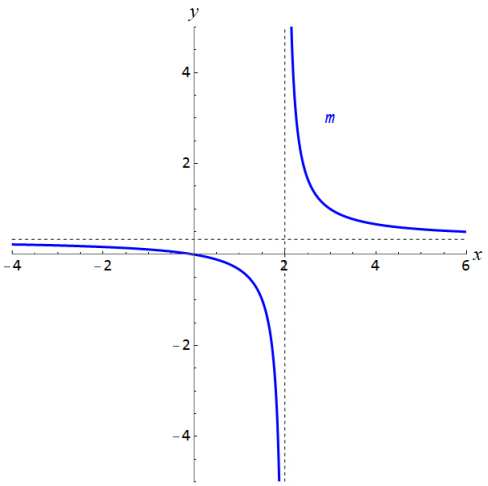
obr. 11



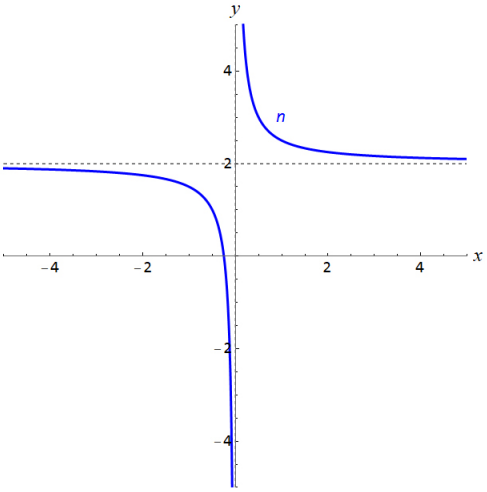
obr. 12



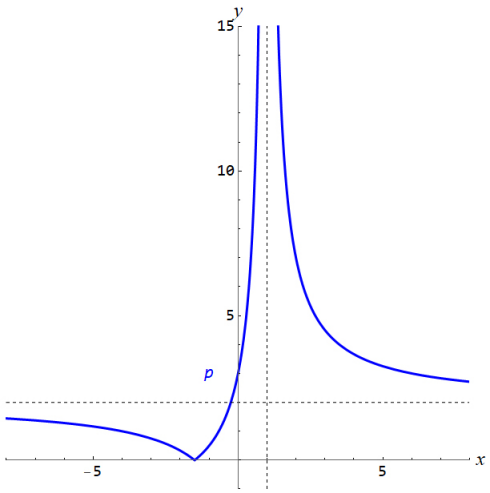
obr. 13



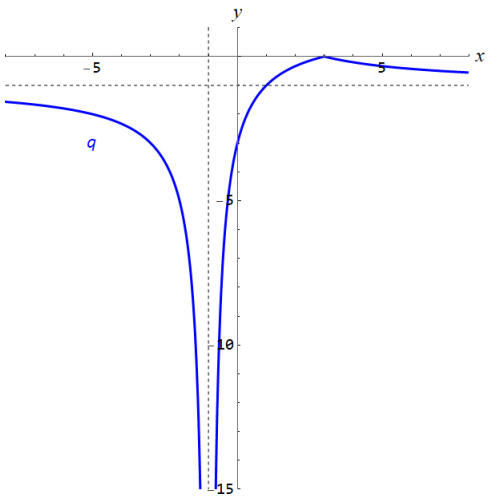
obr. 14



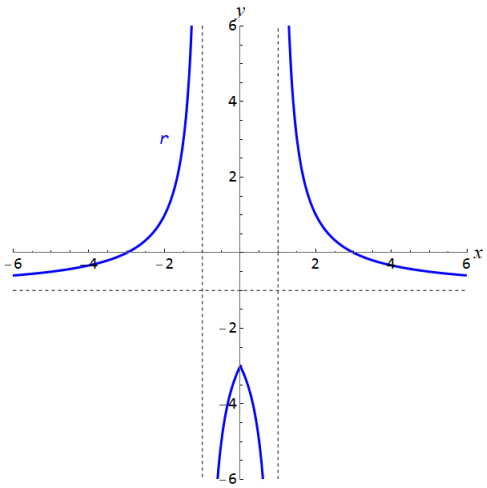
obr. 15



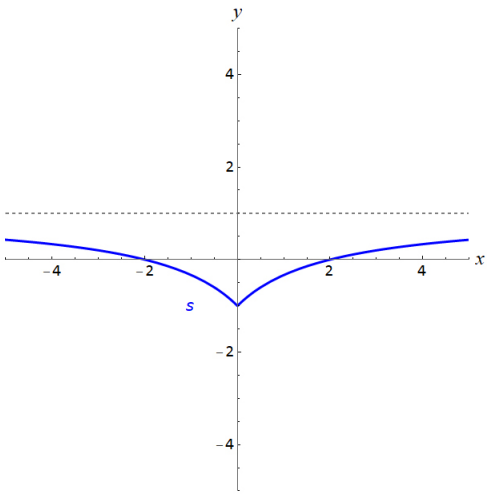
obr. 16



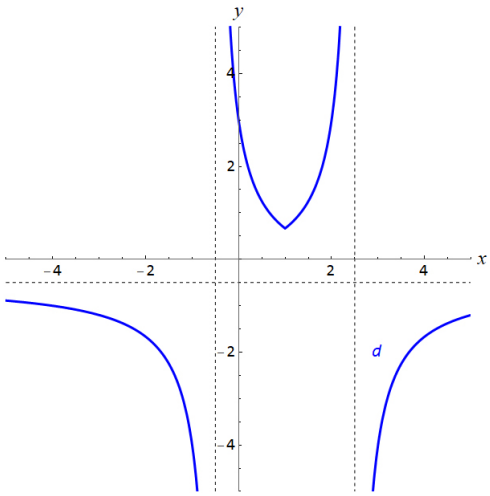
obr. 17



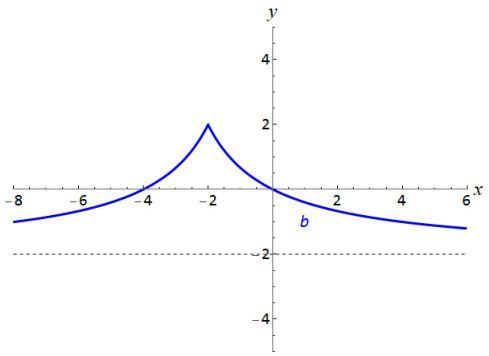
obr. 18



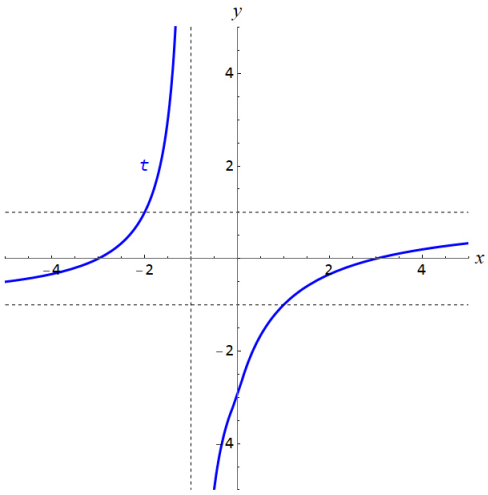
obr. 19



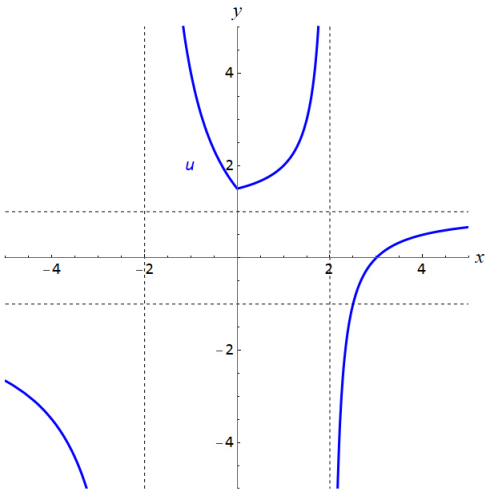
obr. 20



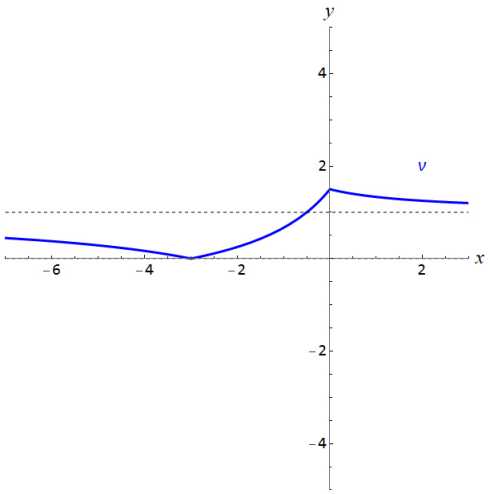
obr. 21



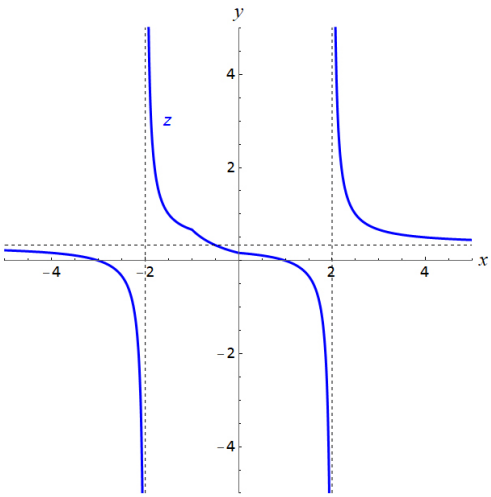
obr. 22



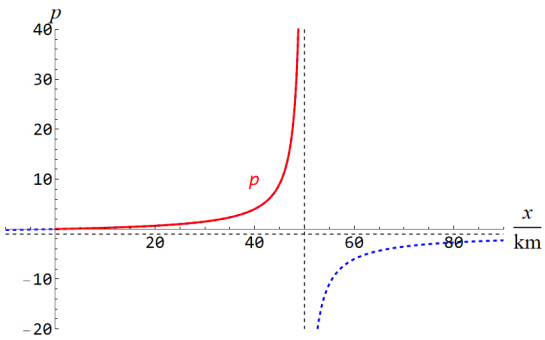
obr. 23



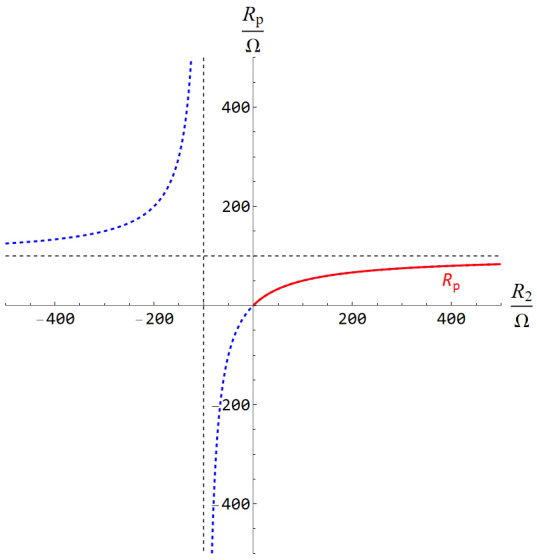
obr. 24



obr. 25



obr. 26



obr. 27

2.19 $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (3; \infty)$;

2.20 $x \in (-\infty; 2) \cup (4; \infty)$;

2.21 $x \in \mathbb{R} \setminus \left\langle \frac{1}{4}; \frac{2}{3} \right\rangle$;

2.22 $x \in \mathbb{R} \setminus \langle -2; 4 \rangle$;

2.23 $x \in \mathbb{R} \setminus \langle 2; 6 \rangle$;

2.24 $x \in \mathbb{R} \setminus \left\langle \frac{3}{7}; 5 \right\rangle$;

2.25 $x \in \mathbb{R} \setminus \left\langle 1; \frac{13}{7} \right\rangle$;

2.26 $p = \frac{x}{d-x} = -\frac{x-d+d}{x-d} = -1 - \frac{d}{x-d}$ (graf je zobrazen na obr. 26); $\mathrm{D} = (0; 50)\,\mathrm{km}$; $\mathrm{H} = (0; \infty)$;

2.27 $R_\mathrm{p} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$; $R_\mathrm{p} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1^2 - R_1^2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_1) - R_1^2}{R_1 + R_2} = R_1 - \frac{R_1^2}{R_1 + R_2}$ (graf je zobrazen na obr. 27); $\mathrm{D} = (0; \infty)\,\Omega$; $\mathrm{H} = (0; 100)\,\Omega$.

3. Mocninná funkce

3.1 viz obr. 28; $\mathrm{D} = \mathrm{H} = \mathbb{R}$;

3.2 viz obr. 29; $\mathrm{D} = \mathrm{H} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

3.3 viz obr. 30; $\mathrm{D} = \mathbb{R}$; $\mathrm{H} = \mathbb{R}_0^+$

3.4 viz obr. 31; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\mathrm{H} = \mathbb{R}^+$;

3.5 viz obr. 32; $\mathrm{D} = \mathrm{H} = \mathbb{R}_0^+$;

3.6 viz obr. 33; $\mathrm{D} = \mathrm{H} = \mathbb{R}$;

3.7 viz obr. 34; $\mathrm{D} = \mathrm{H} = \mathbb{R}$;

3.8 viz obr. 35; $\mathrm{D} = \mathbb{R}$; $\mathrm{H} = \langle -3; \infty)$;

3.9 viz obr. 36; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $\mathrm{H} = (-\infty; 3)$;

3.10 viz obr. 37; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $\mathrm{H} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$;

3.11 viz obr. 38; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\mathrm{H} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

3.12 viz obr. 39; $\mathrm{D} = \langle -2; \infty)$; $\mathrm{H} = \langle -1; \infty)$;

3.13 viz obr. 40; $\mathrm{D} = (-\infty; 3\rangle$; $\mathrm{H} = \langle 1; \infty)$;

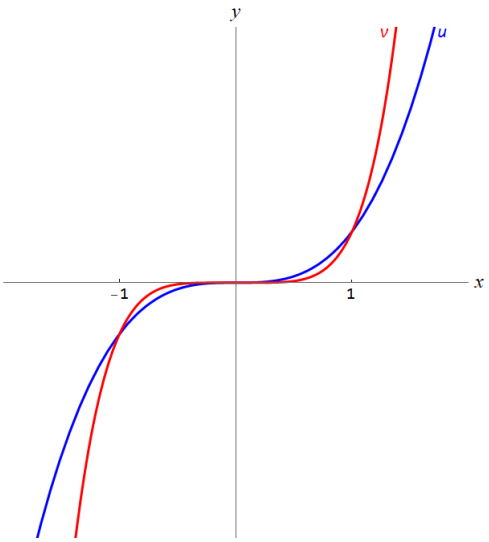
3.14 viz obr. 41; $\mathrm{D} = \mathbb{R}$; $\mathrm{H} = \langle -3; \infty)$;

3.15 viz obr. 42; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\mathrm{H} = \mathbb{R}_0^+$;

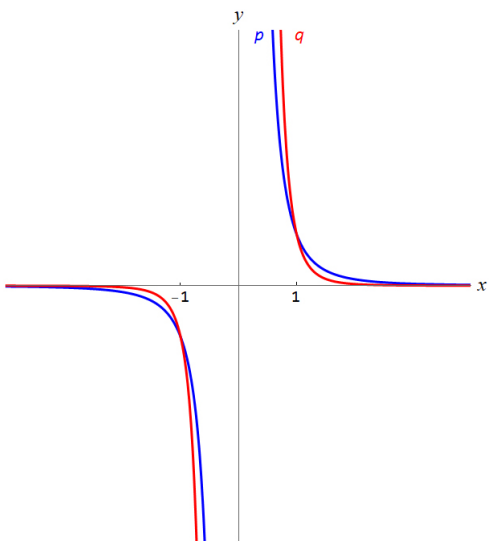
3.16 viz obr. 43; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\mathrm{H} = \mathbb{R}_0^+$;

3.17 viz obr. 44; $\mathrm{D} = \mathbb{R}$; $\mathrm{H} = \langle \sqrt{2} - 3; \infty)$;

3.18 viz obr. 45; $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$; $\mathrm{H} = (-\infty; 2\rangle$;



obr. 28



obr. 29

3.19 viz obr. 46; $P = \{x_1\}$;

3.20 viz obr. 47; $P = \{x_1; x_2\}$;

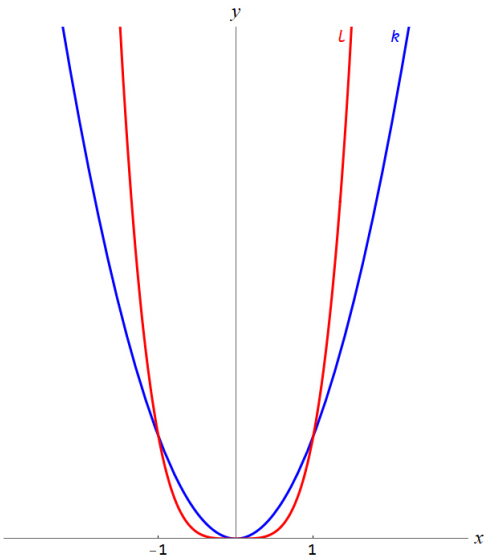
3.21 viz obr. 48; $P = \{x_1; x_2\}$;

3.22 viz obr. 49; $P = \emptyset$;

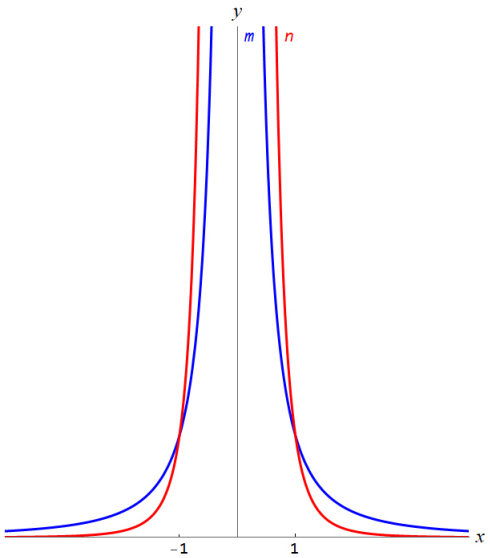
3.23 viz obr. 46; $P = (x_1; \infty)$;

3.24 viz obr. 50; $P = \langle x_1; x_2 \rangle \cup \langle x_3; \infty)$;

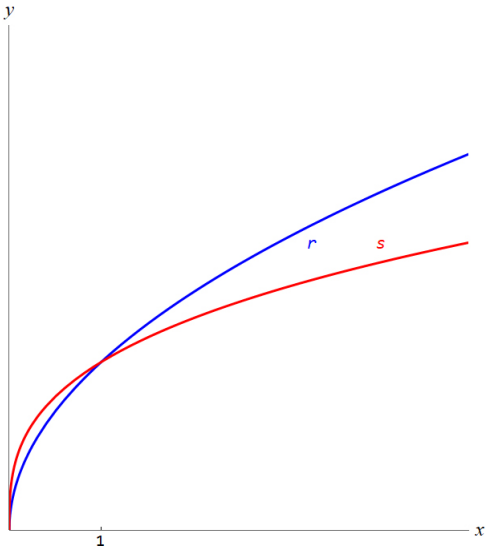
3.25 viz obr. 51; $P = (x_2; x_1)$;



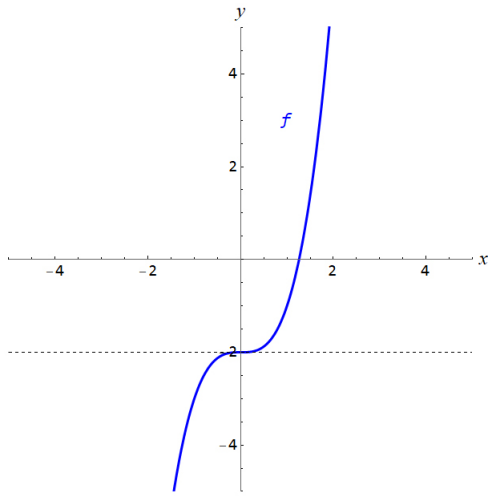
obr. 30



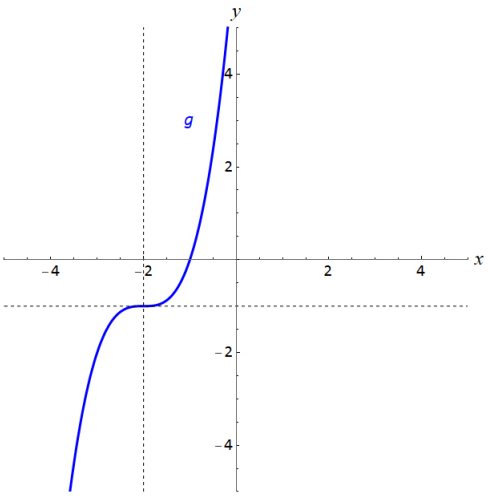
obr. 31



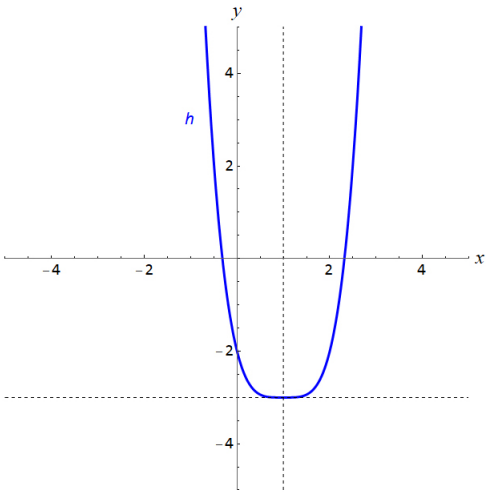
obr. 32



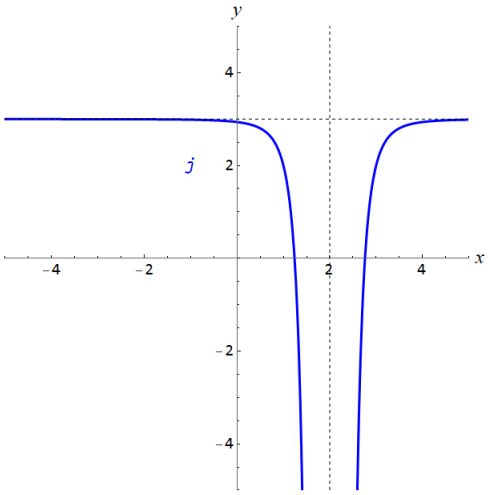
obr. 33



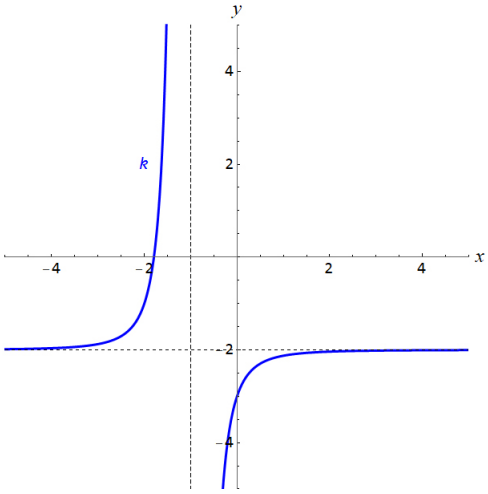
obr. 34



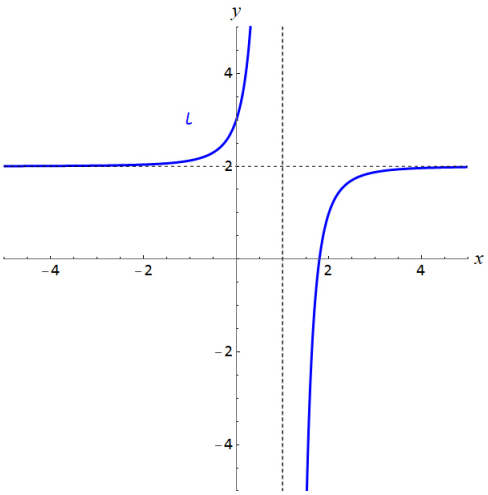
obr. 35



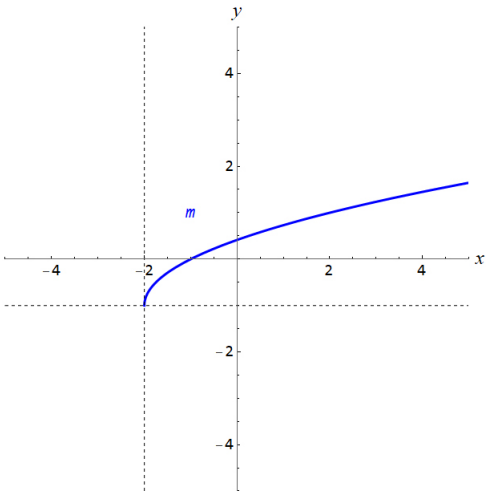
obr. 36



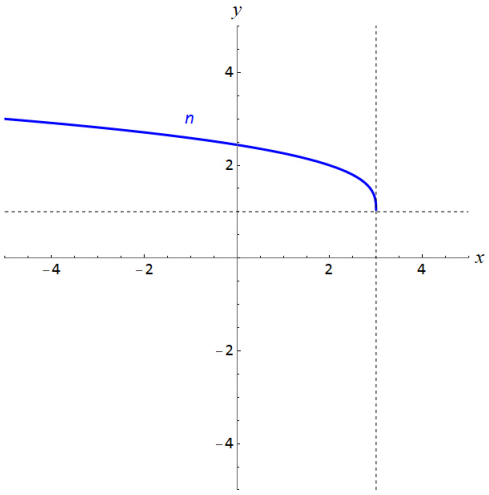
obr. 37



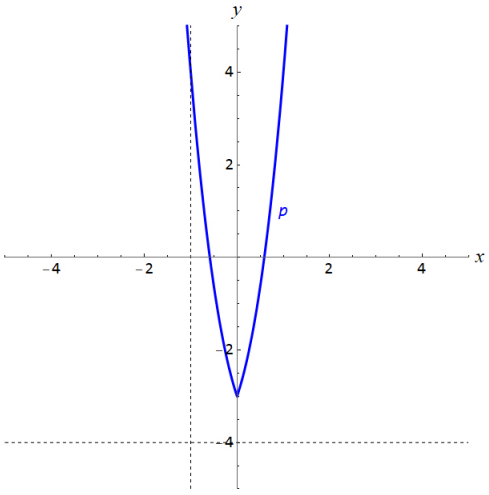
obr. 38



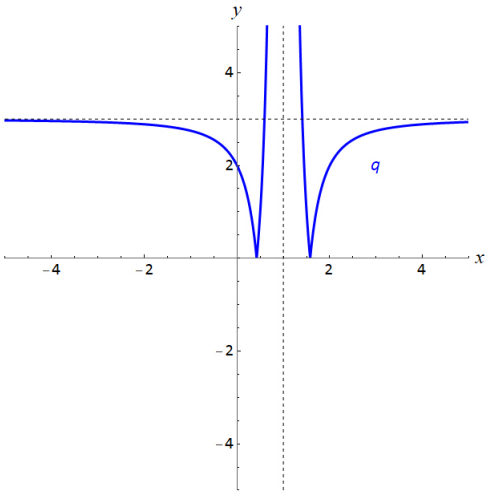
obr. 39



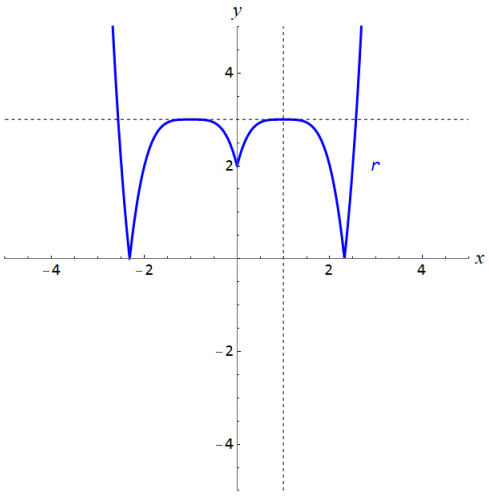
obr. 40



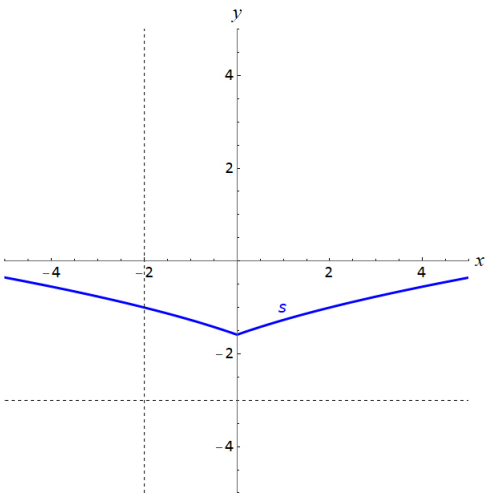
obr. 41



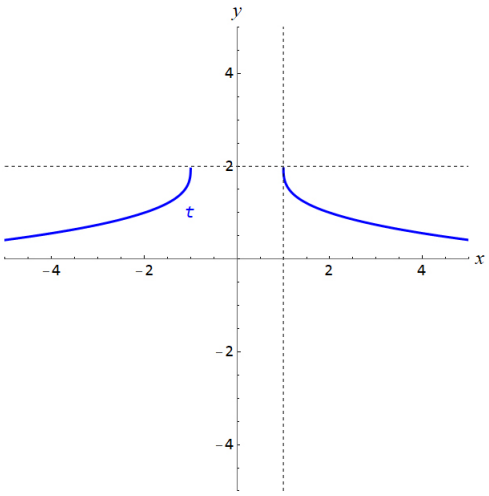
obr. 42



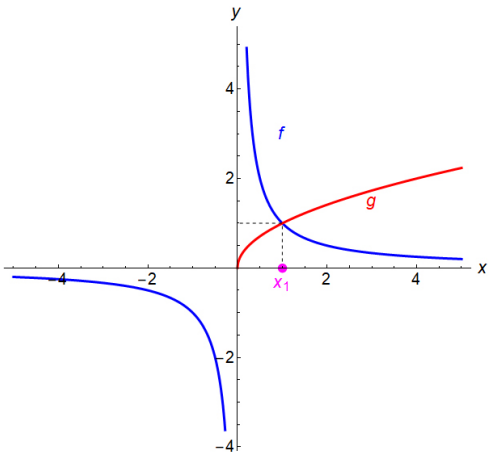
obr. 43



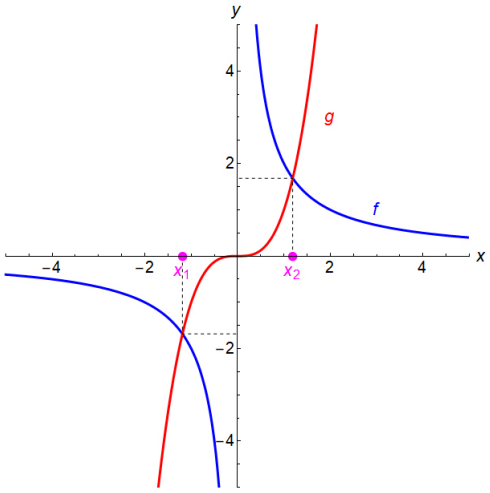
obr. 44



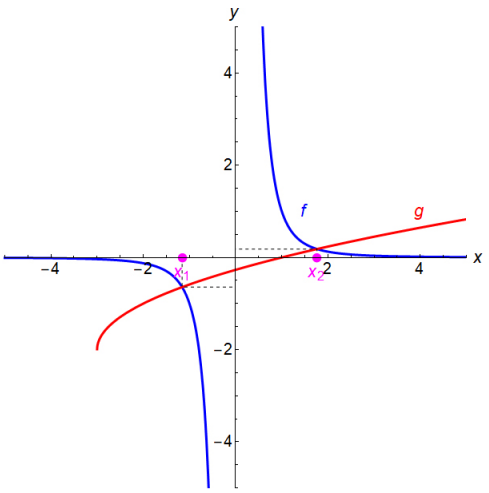
obr. 45



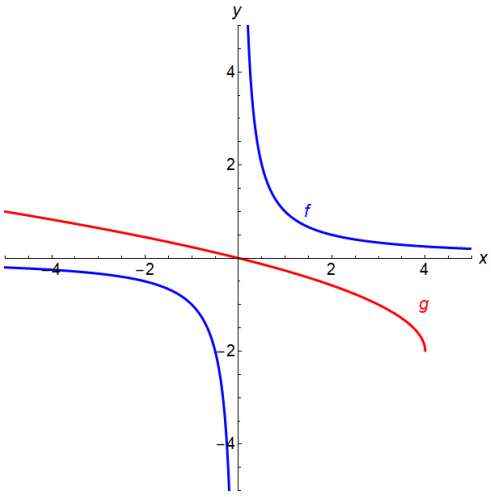
obr. 46



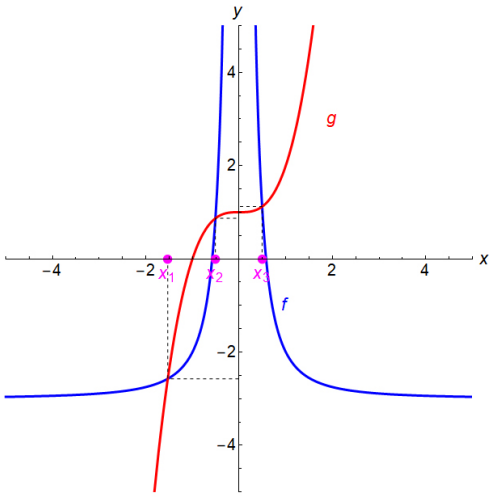
obr. 47



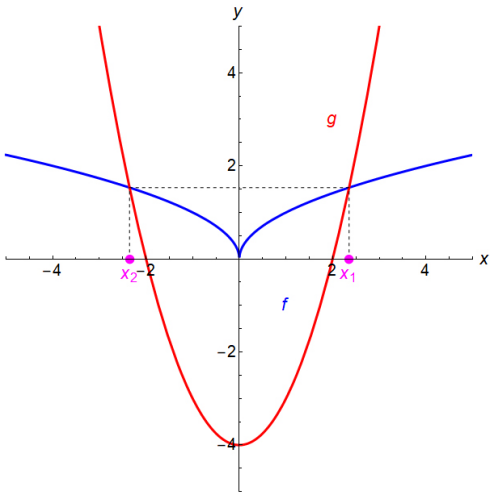
obr. 48



obr. 49



obr. 50



obr. 51

3.26 $a = \sqrt{S}$ viz obr. 52;

3.27 $a = \sqrt[3]{V}$ viz obr. 53;

3.31 $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ a) viz obr. 57; b) viz obr. 58;

3.28 $F_g = \kappa \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ viz obr. 54;

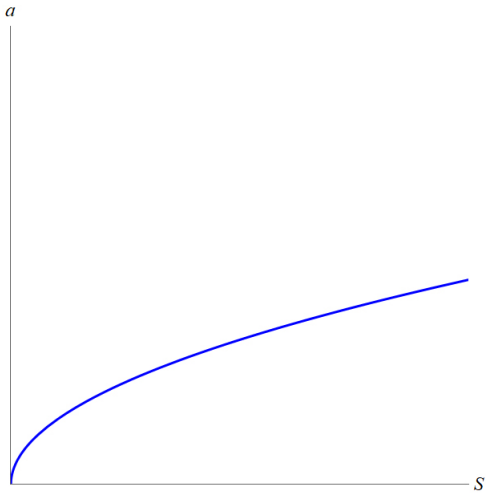
3.29 $T = T_Z \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{a_Z}\right)^3}$ viz obr. 55;

3.30 $a = a_Z \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_Z}\right)^2}$ viz obr. 56;

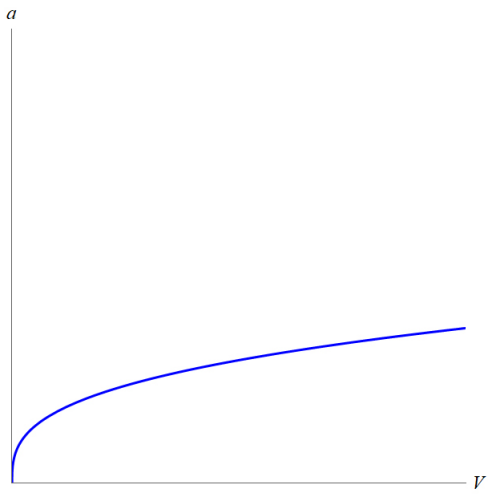
3.32 $l = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot g$ viz obr. 59;

3.33 $n = \frac{t}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$ viz obr. 60;

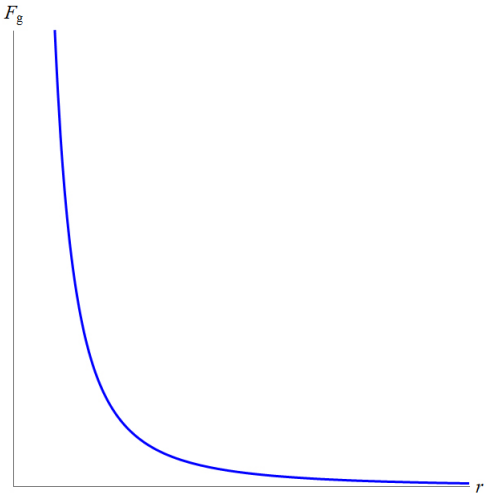
3.34 $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{M}{r^3}$ viz obr. 61.



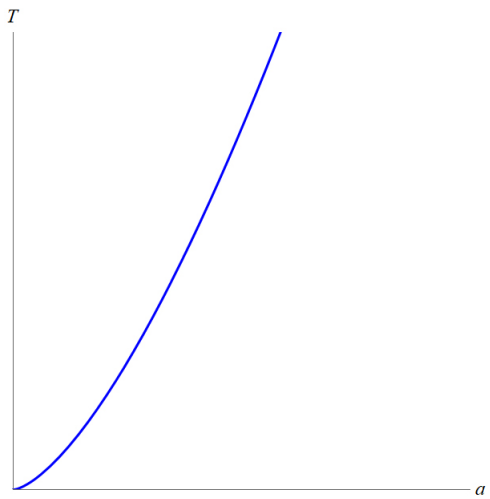
obr. 52



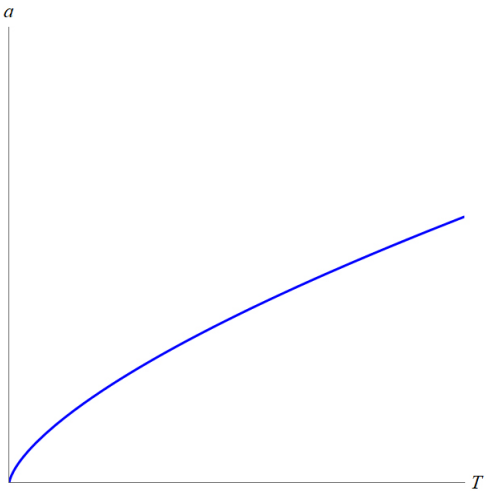
obr. 53



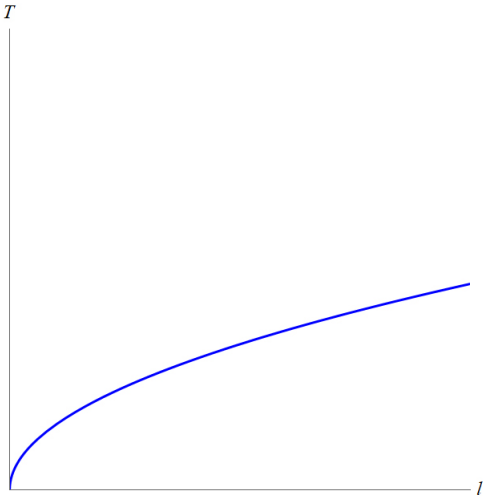
obr. 54



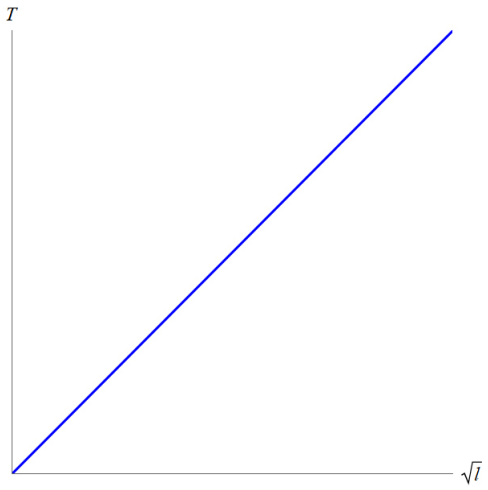
obr. 55



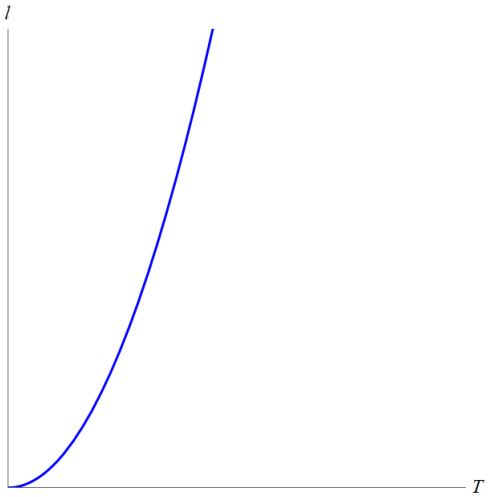
obr. 56



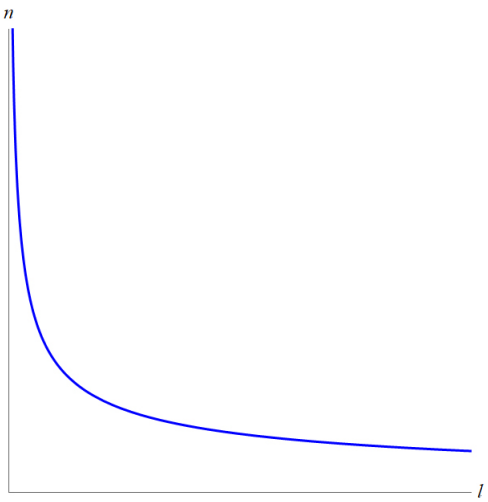
obr. 57



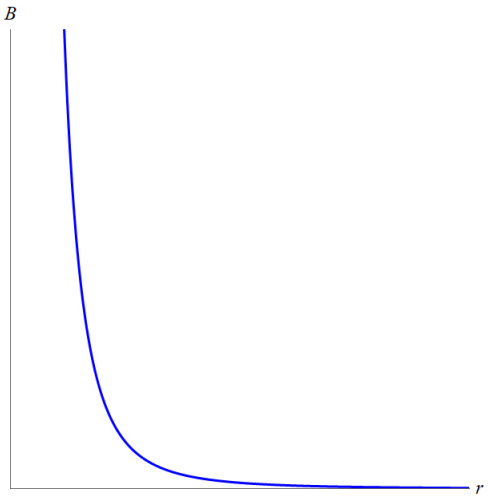
obr. 58



obr. 59



obr. 60



obr. 61

4. Exponenciální funkce, rovnice

4.1 viz obr. 62; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}^+$;

4.2 viz obr. 63; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}^+$;

4.3 viz obr. 64; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}^+$;

4.4 viz obr. 65; $D = \mathbb{R}$; $H = (-2; \infty)$;

4.5 viz obr. 66; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; 3)$;

4.6 viz obr. 67; $D = \mathbb{R}$; $H = (-3; \infty)$;

4.7 viz obr. 68; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; -1)$;

4.8 viz obr. 69; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle e - 2; \infty)$;

4.9 viz obr. 70; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle 2; \infty)$;

4.10 viz obr. 71; $D = \mathbb{R}$; $H = \left\langle -\frac{3}{4}; \infty \right)$;

4.11 viz obr. 72; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle 0; \infty)$;

4.12 viz obr. 73; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; 0\rangle$;

4.13 viz obr. 74; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle 0; \infty)$;

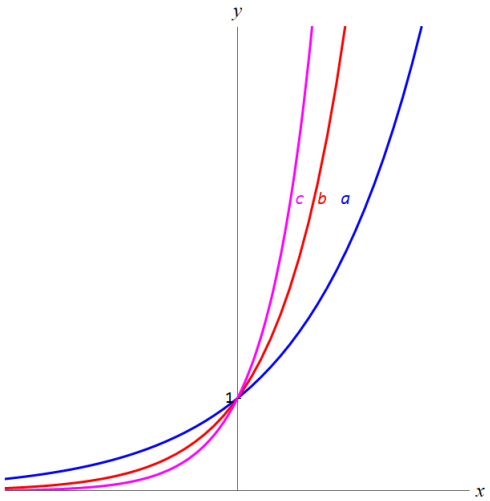
4.14 viz obr. 75; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; 0\rangle$;

4.15 viz obr. 76;

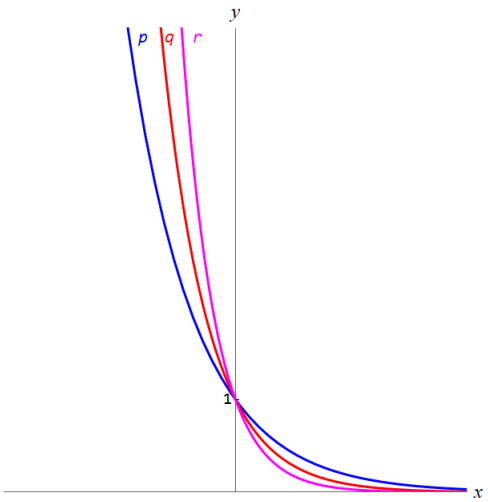
4.16 viz obr. 77;

4.17 viz obr. 78;

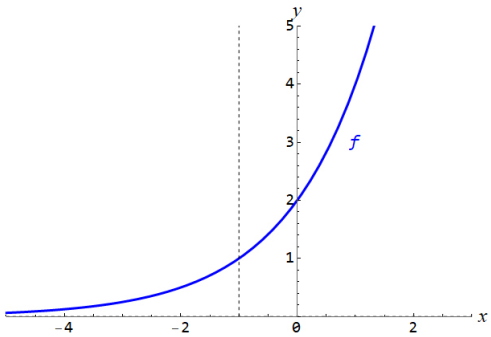
4.18 viz obr. 79;



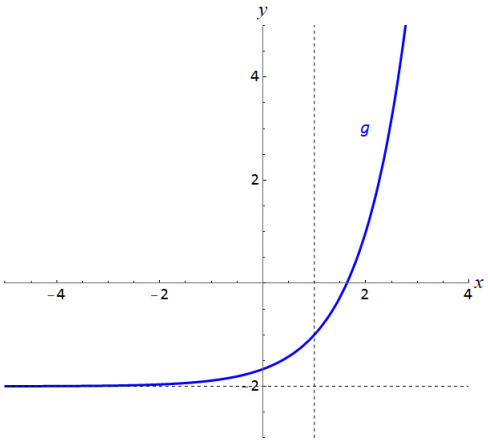
obr. 62



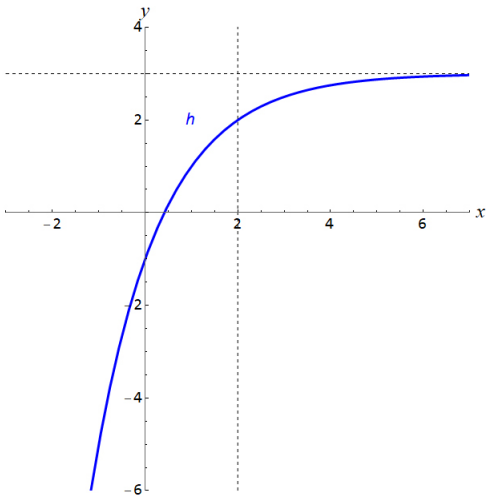
obr. 63



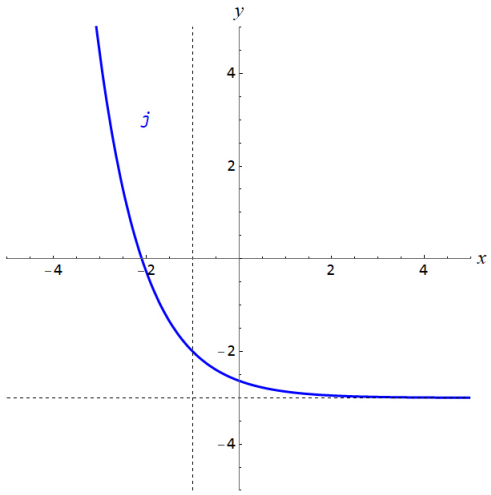
obr. 64



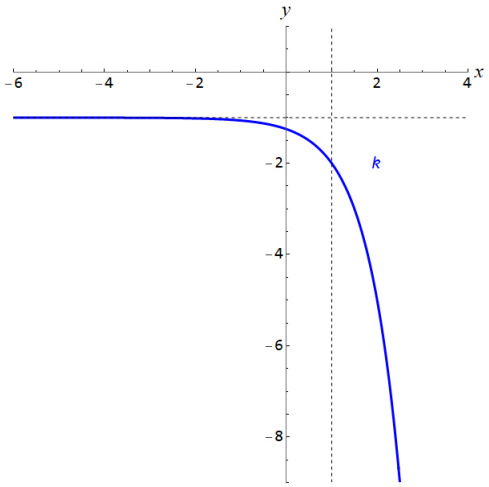
obr. 65



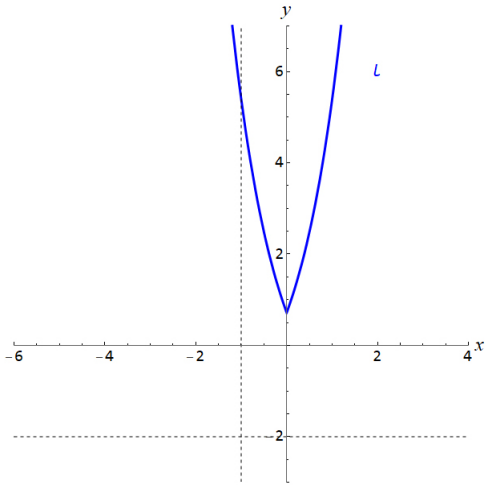
obr. 66



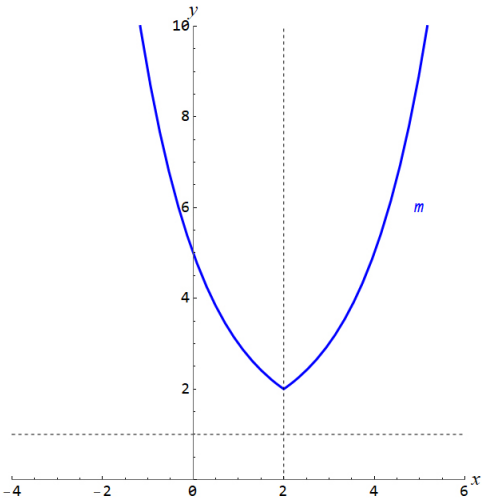
obr. 67



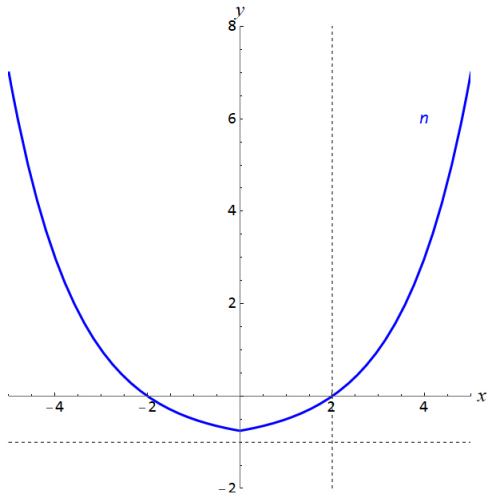
obr. 68



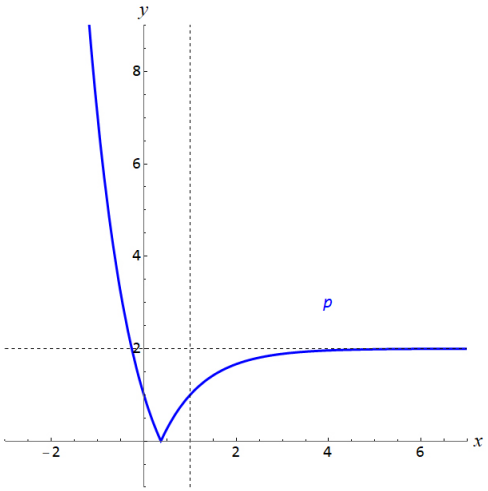
obr. 69



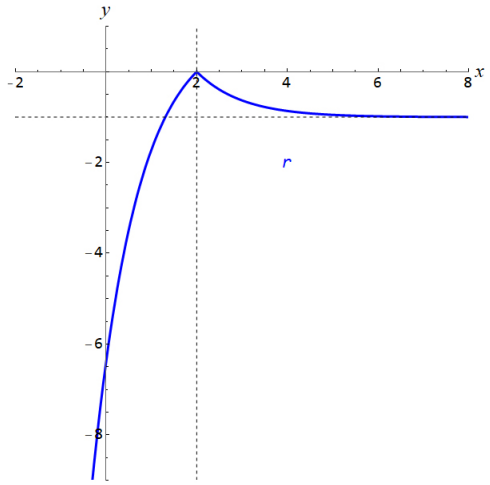
obr. 70



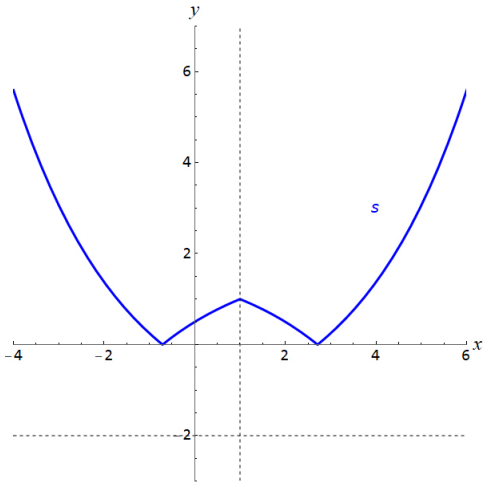
obr. 71



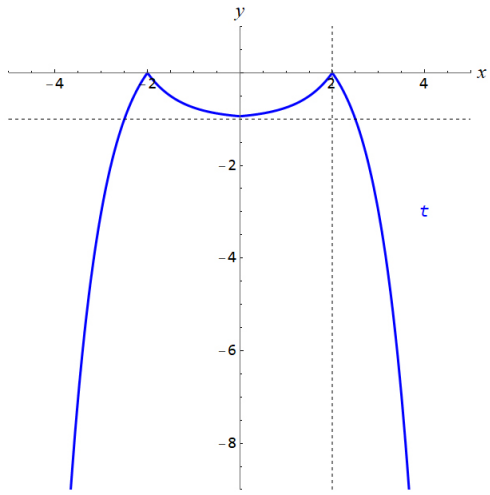
obr. 72



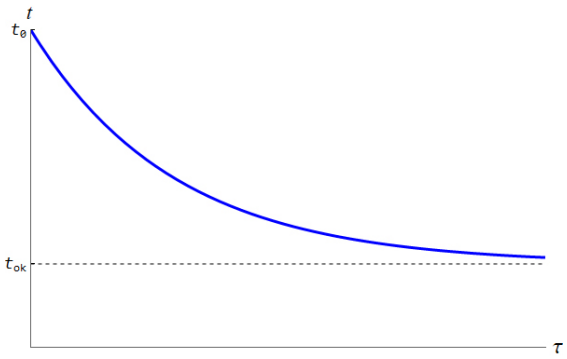
obr. 73



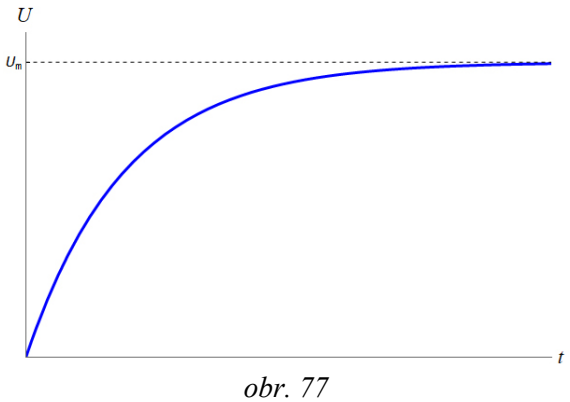
obr. 74



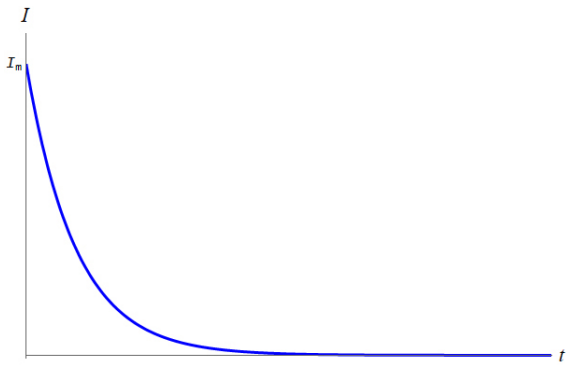
obr. 75



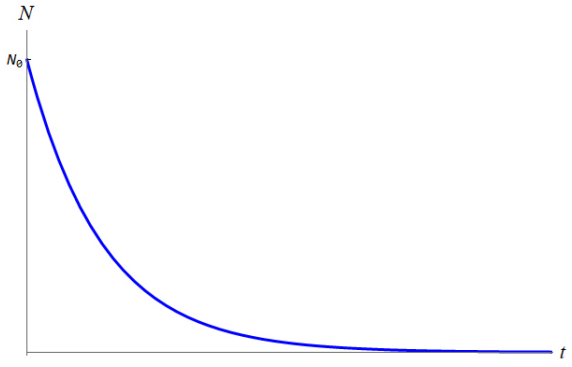
obr. 76



obr. 77



obr. 78



obr. 79

4.19 $P=\{2\}$;

4.20 $P=\{2\}$;

4.21 $P=\{8\}$;

4.22 $P=\left\{\frac{3}{8}\right\}$;

4.23 $P=\left\{\frac{1}{4}\right\}$;

4.24 $P=\{5\}$;

4.25 $P=\{0;1\}$;

4.26 $P=\{-2\}$;

4.27 $P=\left\{\frac{6}{7}\right\}$;

4.28 $P=\{2\}$;

4.29 $P=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

4.30 $P=\left\{\frac{4}{15}\right\}$;

4.31 $P=\{1\}$;

4.32 $P=\{4\}$;

4.33 $P=\{2\}$;

4.34 $P=\{4\}$;

4.35 $P=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.36 $P=\{17\}$;

4.37 $P=\left\{\frac{10}{11}\right\}$;

4.38 $P=\left\{\frac{1}{10}\right\}$;

4.89 $P=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

4.90 $P=\{1\}$;

4.91 $P=\{5\}$;

4.92 $P=\{3\}$;

4.93 $P=\{2\}$;

4.94 $P=\{-2\}$;

4.95 $P=\{-1\}$;

4.96 $P=\left\{\frac{1}{3}\right\}$;

4.97 $P=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.98 $P=\{7\}$

4.99 $P=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.100 $P=\left\{\frac{2}{3}\right\}$;

4.101 $P=\{17\}$;

4.102 $P=\{3\}$;

4.103 $P=\{5\}$;

4.104 $P=\{-6\}$;

4.105 $P=\{2023\}$;

4.106 $P=\{4\}$;

4.107 $P=\{-2\}$;

4.108 $P=\{3\}$;

4.109 $P=\{9\}$;

4.110 $P=\{7\}$;

4.39 $\mathrm{P}=\left\{\frac{27}{2}\right\}$;

4.40 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5}{2}\right\}$;

4.41 $\mathrm{P}=\left\{\frac{4}{3}\right\}$;

4.42 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.43 $\mathrm{P}=\{24\}$;

4.44 $\mathrm{P}=\{-3\}$;

4.45 $\mathrm{P}=\{11\}$;

4.46 $\mathrm{P}=\{1\}$;

4.47 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$;

4.48 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3}{4}\right\}$;

4.49 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.50 $\mathrm{P}=\{9\}$;

4.51 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{9}\right\}$;

4.52 $\mathrm{P}=\{64\}$;

4.53 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

4.54 $\mathrm{P}=\left\{\frac{41}{2}\right\}$;

4.55 $\mathrm{P}=\{4,9\}$;

4.56 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5}{6}\right\}$;

4.57 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.58 $\mathrm{P}=\{13\}$;

4.59 $\mathrm{P}=\{8\}$;

4.60 $\mathrm{P}=\{3\}$;

4.61 $\mathrm{P}=\{-1\}$;

4.62 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

4.111 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt{2}\right\}$;

4.112 $\mathrm{P}=\{256\}$;

4.113 $\mathrm{P}=\{-1;3\}$;

4.114 $\mathrm{P}=\{-2;2\}$;

4.115 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{3}{4};\frac{1}{4}\right\}$;

4.116 $\mathrm{P}=\{0;3\}$;

4.117 $\mathrm{P}=\left\{\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$;

4.118 $\mathrm{P}=\{-3;1\}$;

4.119 $\mathrm{P}=\{-6;-2\}$;

4.120 $\mathrm{P}=\left\{\pm\sqrt{2}\right\}$;

4.121 $\mathrm{P}=\left\{-1;\frac{3}{2}\right\}$;

4.122 $\mathrm{P}=\{1;2\}$;

4.123 $\mathrm{P}=\{1\}$;

4.124 $\mathrm{P}=\{1;2\}$;

4.125 $\mathrm{P}=\{1;2\}$;

4.126 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

4.127 $\mathrm{P}=\{1;2\}$;

4.128 $\mathrm{P}=\left\{\frac{5}{6}\right\}$;

4.129 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$;

4.130 $\mathrm{P}=\left\{\frac{4}{5}\right\}$;

4.131 $\mathrm{P}=\{2\}$;

4.132 $\mathrm{P}=\{3;4\}$;

4.133 $\mathrm{P}=\{1;3\}$;

4.134 $\mathrm{P}=\{1;2\}$;

4.135 $\mathrm{P}=\{0\}$;

4.136 $\mathrm{P}=\{-3;2\}$;

4.137 $\mathrm{P}=\{0\}$;

4.63 $\mathrm{P}=\{4096\}$;

4.64 $\mathrm{P}=\left\{0;\frac{25}{4}\right\}$;

4.65 $\mathrm{P}=\{2^{12}\}$;

4.66 $\mathrm{P}=\{2\}$;

4.67 $\mathrm{P}=\left\{\frac{11}{3}\right\}$;

4.68 $\mathrm{P}=\{3\}$;

4.69 $\mathrm{P}=\{4\}$;

4.70 $\mathrm{P}=\{2\}$;

4.71 $\mathrm{P}=\{14\}$;

4.72 $\mathrm{P}=\{-1\}$;

4.73 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{3}\right\}$;

4.74 $\mathrm{P}=\{-2\}$;

4.75 $\mathrm{P}=\{-3\}$;

4.76 $\mathrm{P}=\{0\}$;

4.77 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{4}\right\}$;

4.78 $\mathrm{P}=\{3\}$;

4.79 $\mathrm{P}=\{-4\}$;

4.80 $\mathrm{P}=\{6\}$;

4.81 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{21}\right\}$;

4.82 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{11}{3};0;1\right\}$;

4.83 $\mathrm{P}=\{0;1;4\}$;

4.84 $\mathrm{P}=\{-6\}$;

4.85 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$;

4.86 $\mathrm{P}=\{5\}$;

4.87 $\mathrm{P}=\{4\}$;

4.88 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

4.138 $\mathrm{P}=\{-2;2\}$;

4.139 $\mathrm{P}=\{3\}$;

4.140 $\mathrm{P}=\{-3\}$;

4.141 $\mathrm{P}=\{-1;1\}$;

4.142 $\mathrm{P}=\{0\}$;

4.143 $\mathrm{P}=\{1\}$;

4.144 $\mathrm{P}=\{0\}$;

4.145 $\mathrm{P}=\{1\}$;

4.146 $\mathrm{P}=\{3\}$;

4.147 $\mathrm{P}=\{k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\}$;

4.148 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi;\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$;

4.149 $\mathrm{P}=\{-1;1;2;3\}$;

4.150 $\mathrm{P}=\{-2;-1;5\}$;

4.151 $\mathrm{P}=\left\{\pm1;\sqrt{2};2\sqrt{2}\right\}$;

4.152 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt{2}\right\}$;

4.153 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{\sqrt[5]{5}}\right\}$;

4.154 $\mathrm{P}=\left\{\frac{7}{5};\frac{5}{3}\right\}$;

4.155 $\mathrm{P}=\{\pm1\}$;

4.156 $\mathrm{P}=\{4\}$;

4.157 $\mathrm{P}=\{0\}$;

4.158 6;

4.159 4;

4.160 6;

4.161 $\mathrm{P}=\{[1;3];[3;1]\}$;

4.162 $\mathrm{P}=\{[1;3]\}$;

4.163 $\mathrm{P}=\{[5;1]\}$;

4.164 $\mathrm{P}=\{[-2;5]\}$;

4.165 $\mathrm{P}=\left\{\left[\frac{5}{3};-\frac{1}{3}\right]\right\}$;

4.166 pravda; **4.170** pravda; **4.173** pravda;

4.167 pravda; **4.171** lež; **4.174** pravda;
4.168 lež; **4.172** lež; **4.175** lež;
4.169 pravda;

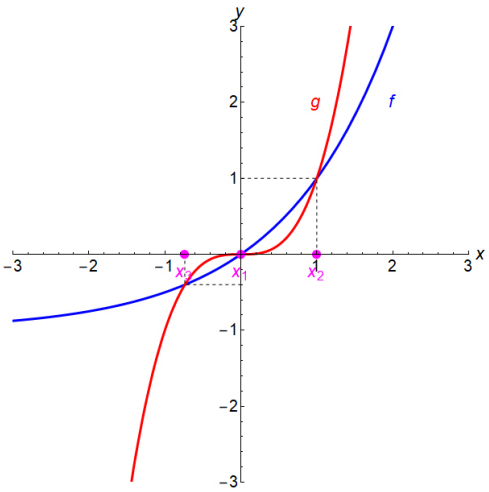
4.176 $u \in (0;1)$;
4.177 $\alpha \in (0;1) \cup (1;\infty)$;
4.178 $b \in (3;\infty)$;
4.179 $\varphi \in (0;\pi)$;

4.180 $q \in \left(0;\frac{1}{e}\right)$;
4.181 $m \in \left(\frac{\pi}{5};\infty\right)$;

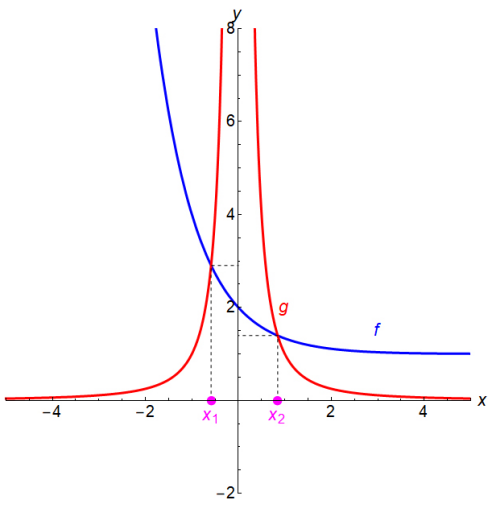
4.182 $P = (-\infty;1)$;
4.183 $P = \langle 2;\infty)$;
4.184 $P = (-\infty;-2\rangle$;
4.185 $P = \langle -2;\infty)$;
4.186 $P = \left(\frac{7}{4};\infty\right)$;
4.187 $P = (3;\infty)$;
4.188 $P = \left\langle \frac{1}{4};\infty\right)$;

4.189 $P = \left(\frac{1}{6};\infty\right)$;
4.190 $P = \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right\rangle$;
4.191 $P = (1;\infty)$;
4.192 $P = \left(-\infty;-\frac{1}{4}\right\rangle$;
4.193 $P = \mathbb{R} \setminus \langle -3;2\rangle$;
4.194 $P = \left\langle -\frac{3}{2};1\right)$;

4.195 209;



obr. 80

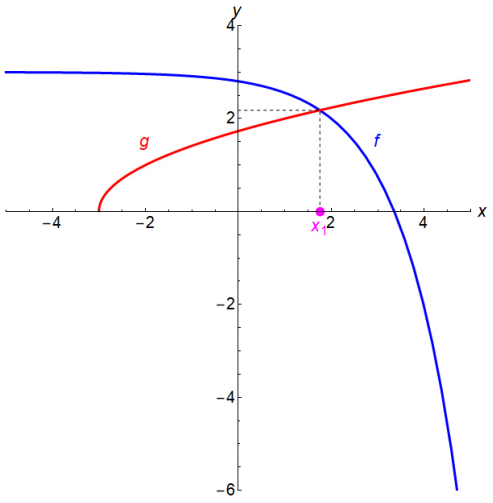


obr. 81

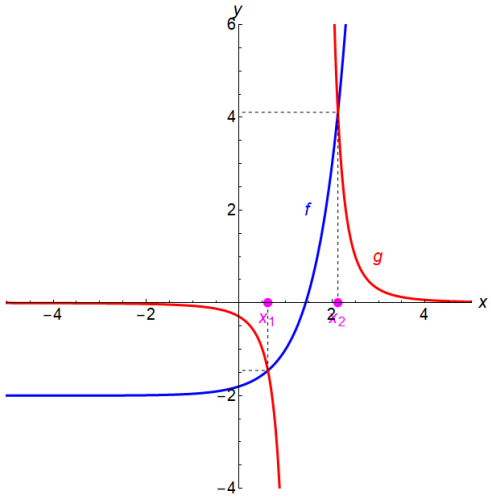
4.196 $x \in (-\infty;1)$;
4.197 $x \in \langle 2;\infty)$;
4.198 $x \in \langle -3;-2)$;
4.199 $x \in \langle -8;0)$;
4.200 $\alpha \in (-\infty;-2)$;

4.202 $\tau \in \left(-3;-\frac{1}{2}\right)$;
4.203 viz obr. 80; $P = \{x_1;x_2;x_3\}$;
4.204 viz obr. 81; $P = \{x_1;x_2\}$;
4.205 viz obr. 82; $P = (x_1;\infty)$;
4.206 viz obr. 83;

4.201 $\alpha \in \left(-6; -\frac{1}{2}\right)$; $P = \left\langle x_1; \frac{3}{2}\right) \cup (x_2; \infty)$;



obr. 82

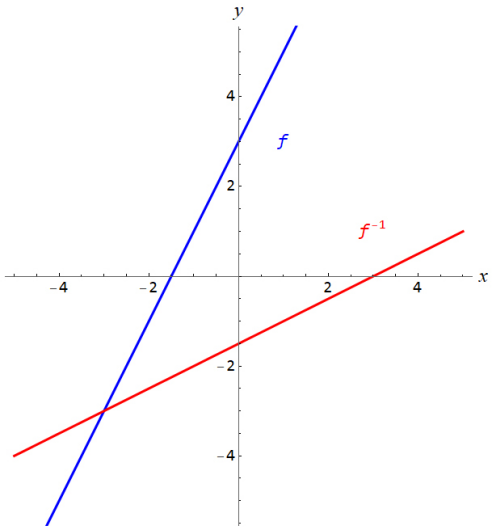


obr. 83

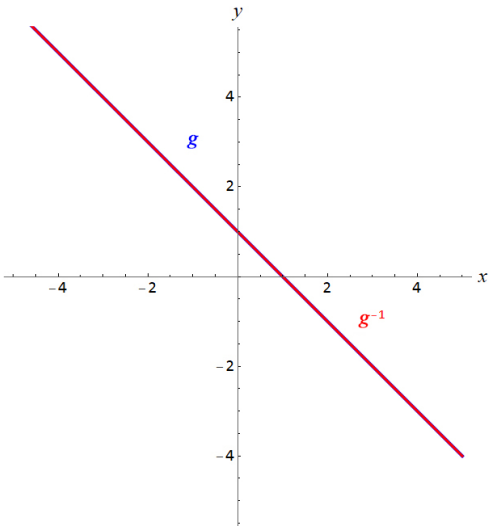
4.207 a) devátý; b) osmý;

4.208 výhodnější je v tomto případě první způsob odměny.

5. ***Inverzní funkce***



obr. 84



obr. 85

5.1 viz obr. 84; $D_f = H_f = \mathbb{R}$;

5.2 viz obr. 85; $D_g = H_g = \mathbb{R}$;

5.3 viz obr. 86; $D_h = H_h = \mathbb{R}$;

5.4 viz obr. 87; $D_j = H_j = \mathbb{R}$;

5.5 viz obr. 88; $D_k = \langle -2; \infty)$; $H_k = \langle -1; \infty)$;

5.6 viz obr. 89; $D_l = \langle 1; \infty)$; $H_l = (-\infty; 3\rangle$;

5.9 viz obr. 92; $D_p = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H_p = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

5.10 viz obr. 93; $D_q = H_q = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$;

5.11 viz obr. 94; $D_r = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$; $H_r = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$;

5.12 viz obr. 95; $D_s = \langle -2; \infty)$; $H_s = \langle -1; \infty)$;

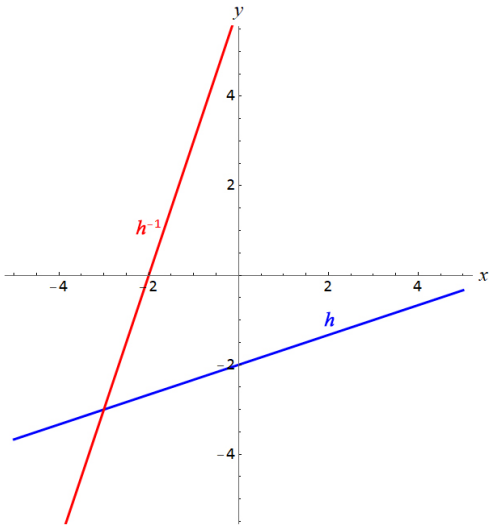
5.13 viz obr. 96; $D_t = \langle 1; \infty)$; $H_t = (-\infty; 2\rangle$;

5.7 viz obr. 90; $D_m = \langle 1; \infty)$; $H_m = \langle -3; \infty)$;

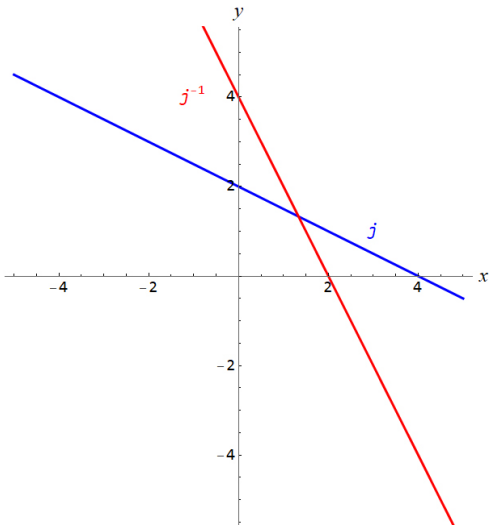
5.8 viz obr. 91; $D_n = \langle -1; \infty)$; $H_n = (-\infty; 1 \rangle$;

5.14 viz obr. 97; $D_u = (-\infty; 2 \rangle$; $H_u = \langle 1; \infty)$;

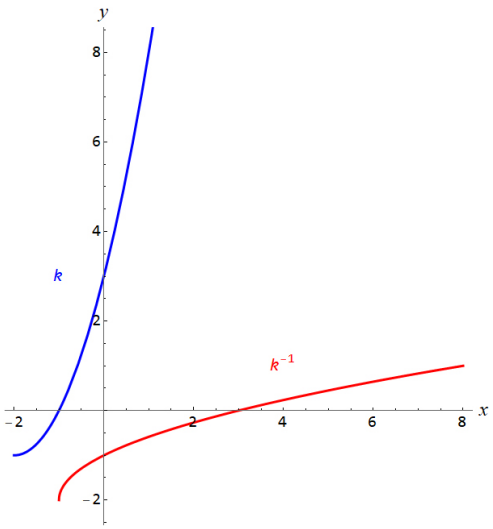
5.15 viz obr. 98; $D_v = \langle -1; \infty)$; $H_v = \langle -2; \infty)$;



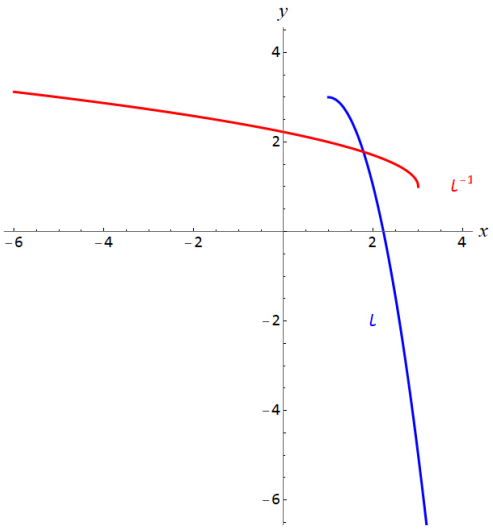
obr. 86



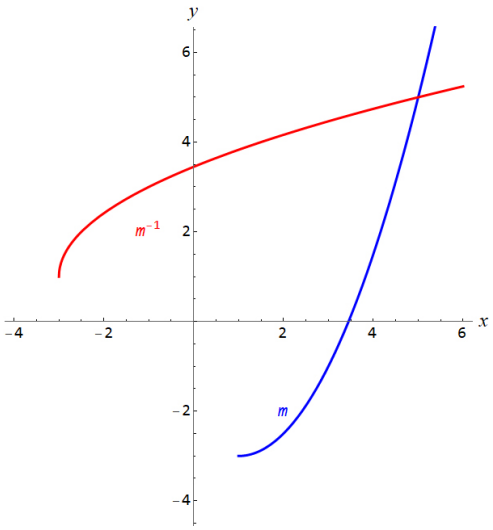
obr. 87



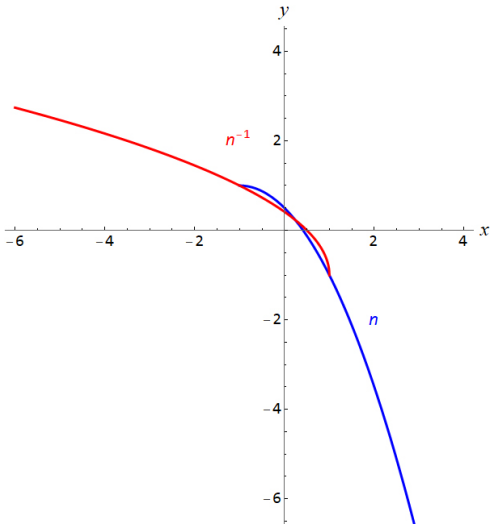
obr. 88



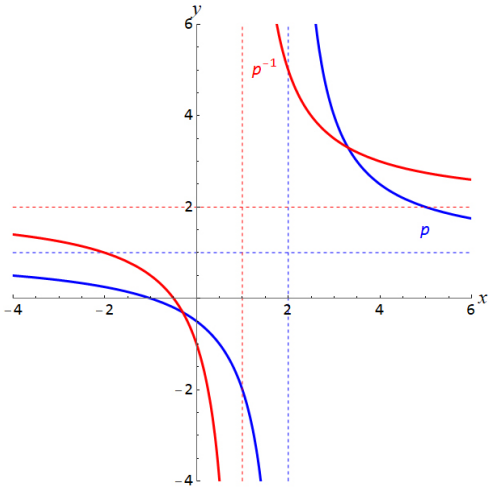
obr. 89



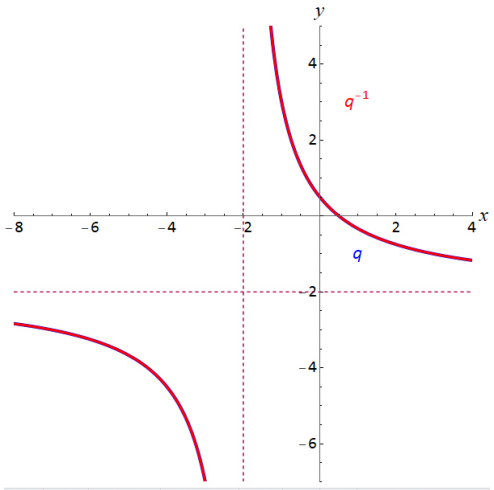
obr. 90



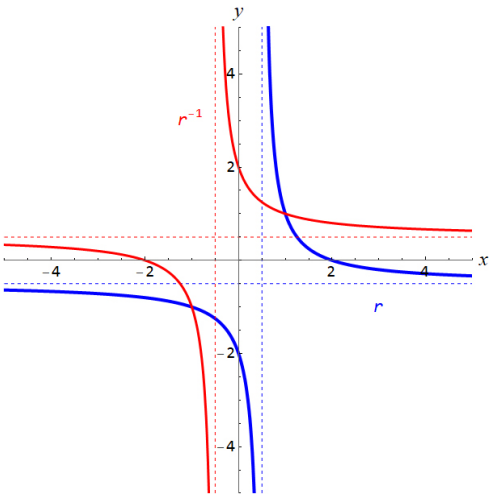
obr. 91



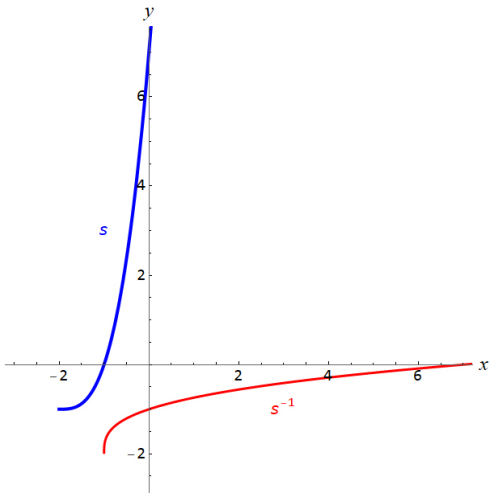
obr. 92



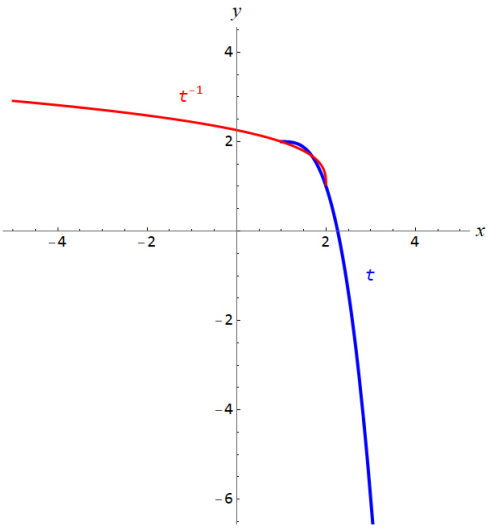
obr. 93



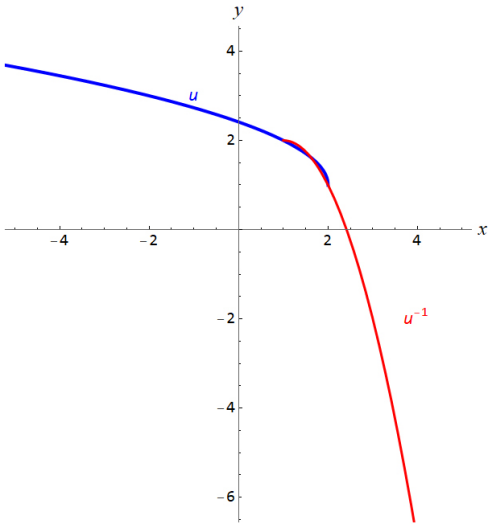
obr. 94



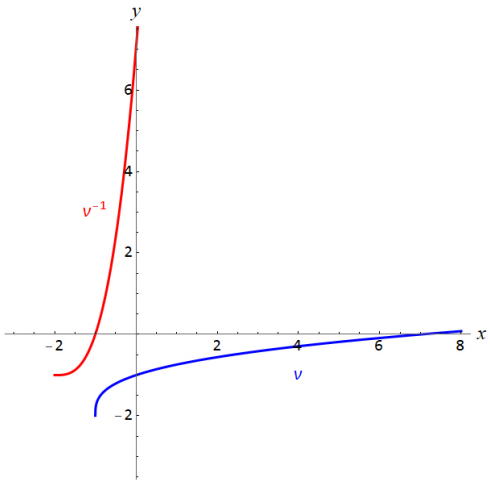
obr. 95



obr. 96



obr. 97



obr. 98

6. ***Logaritmické funkce, rovnice***

6.1 viz obr. 99; $D=\mathbb{R}^+$; $H=\mathbb{R}$;

6.2 viz obr. 100; $D=\mathbb{R}^+$; $H=\mathbb{R}$;

6.3 viz obr. 101; $D=\mathbb{R}^+$; $H=\mathbb{R}$;

6.4 viz obr. 102; $D=\mathbb{R}^+$; $H=\mathbb{R}$;

6.5 viz obr. 103; $D=(1;\infty)$; $H=\mathbb{R}$;

6.6 viz obr. 104; $D=(-3;\infty)$; $H=\mathbb{R}$;

6.7 viz obr. 105; $D=(-\infty;2)$; $H=\mathbb{R}$;

6.8 viz obr. 106; $D=(-\infty;1)$; $H=\mathbb{R}$;

6.9 viz obr. 107; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; $H=\mathbb{R}$;

6.10 viz obr. 108; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; $H=\mathbb{R}$;

6.11 viz obr. 109; $D=\mathbb{R}$; $H=\langle\log 2+1;\infty)$;

6.12 viz obr. 110; $D=\mathbb{R}\setminus\langle-1;1\rangle$; $H=\mathbb{R}$;

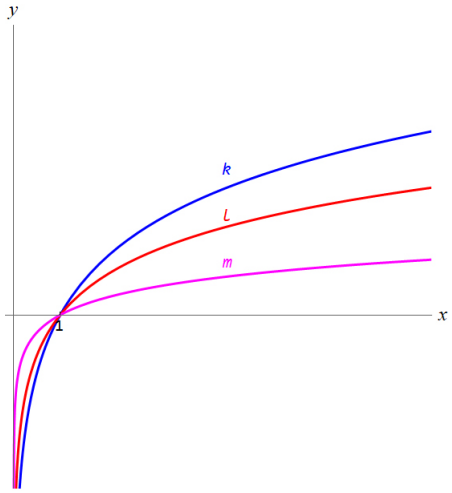
6.13 viz obr. 111; $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$; $H=\mathbb{R}$;

6.14 viz obr. 112; $D=(-2;\infty)$; $H=\mathbb{R}_0^+$;

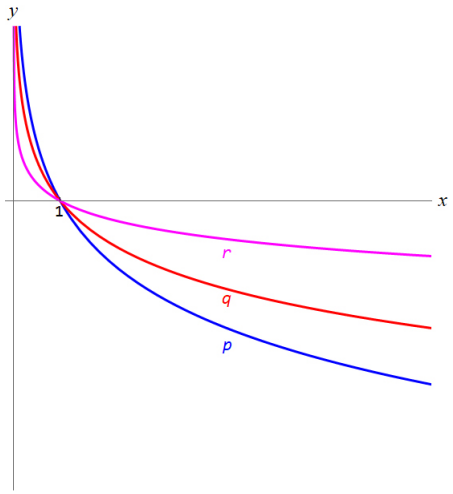
6.15 viz obr. 113; $D=\mathbb{R}\setminus\langle-2;2\rangle$; $H=\mathbb{R}_0^+$

6.16 viz obr. 114; $D=(-2;\infty)$; $H=\langle-2;\infty)$;

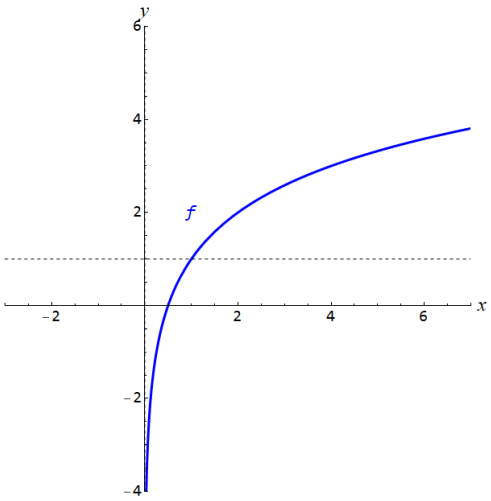
6.17 viz obr. 115; $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; $H=\mathbb{R}_0^-$;



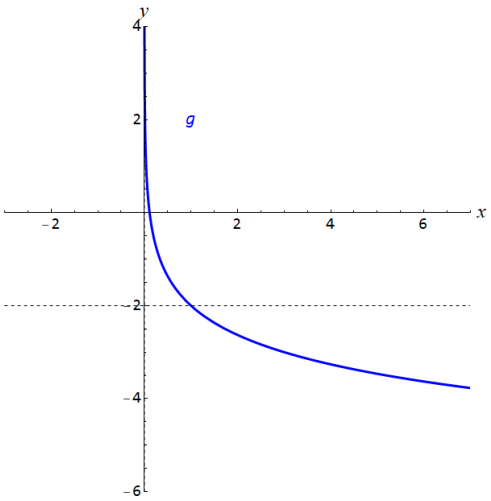
obr. 99



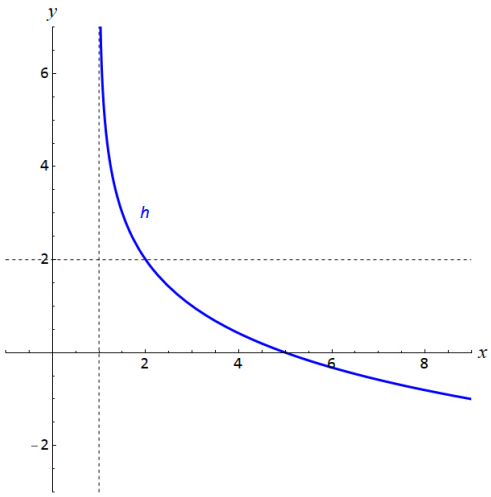
obr. 100



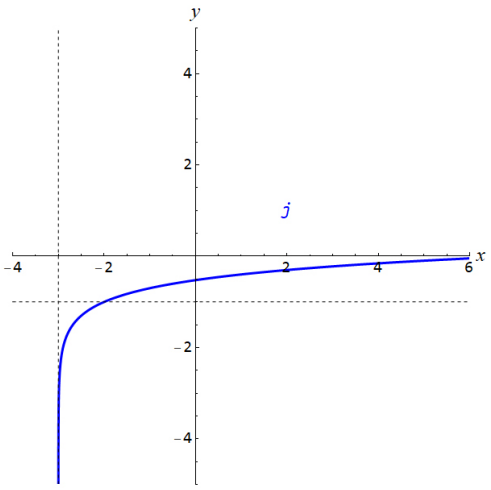
obr. 101



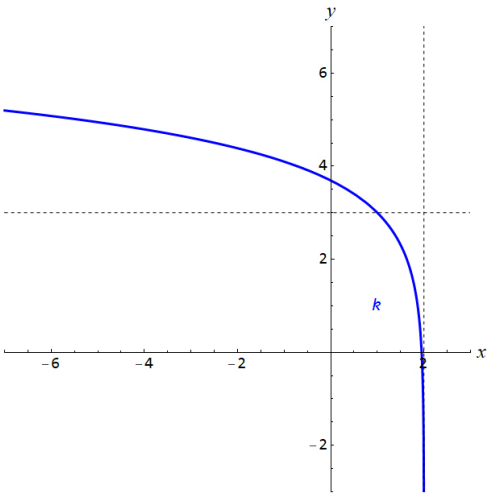
obr. 102



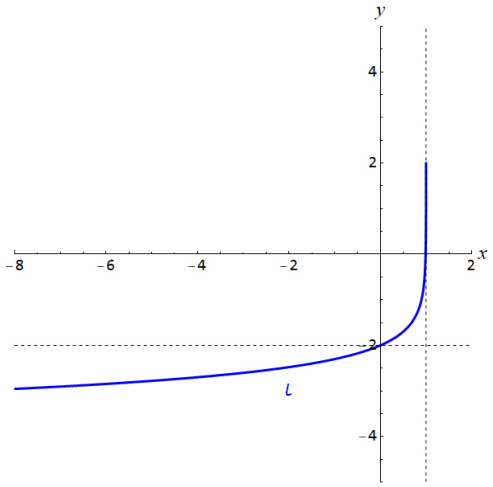
obr. 103



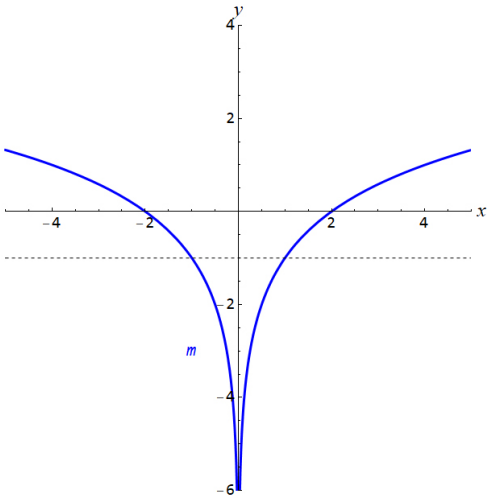
obr. 104



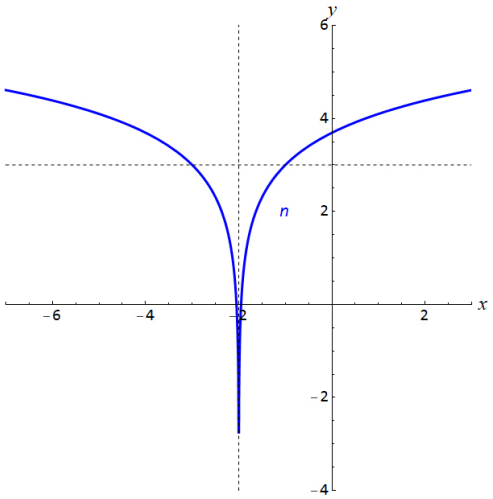
obr. 105



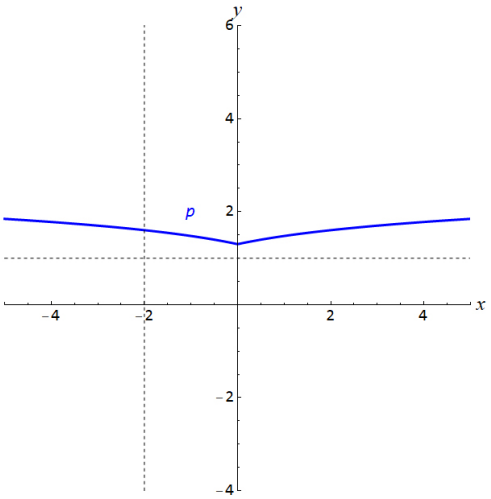
obr. 106



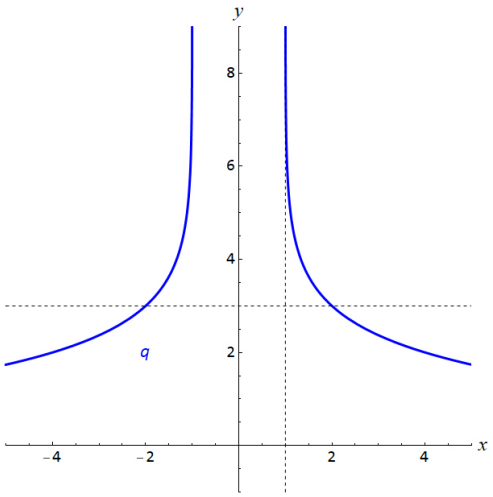
obr. 107



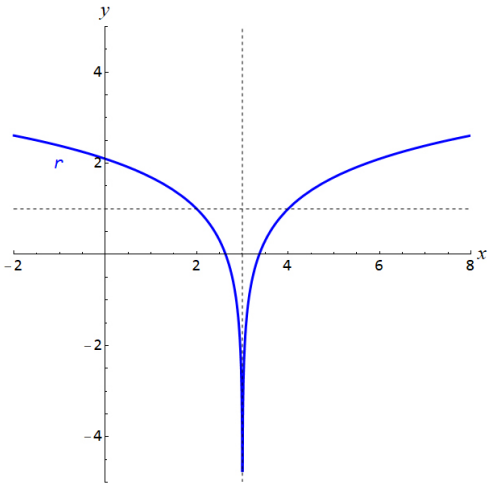
obr. 108



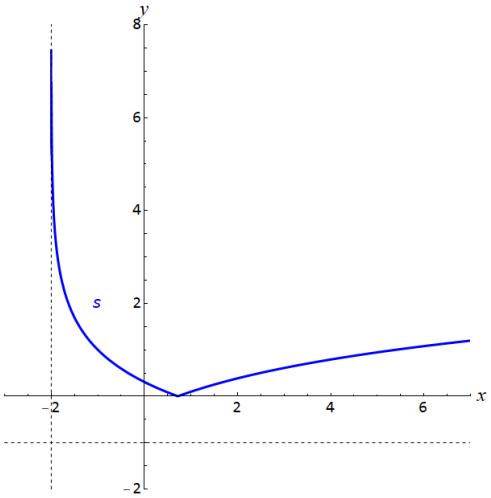
obr. 109



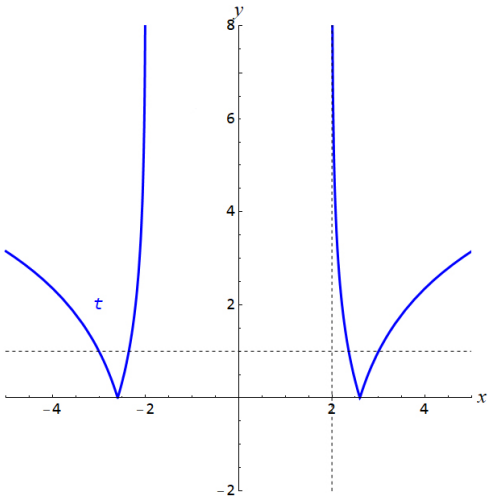
obr. 110



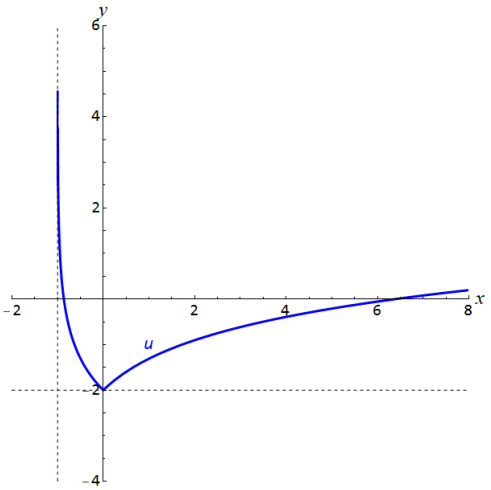
obr. 111



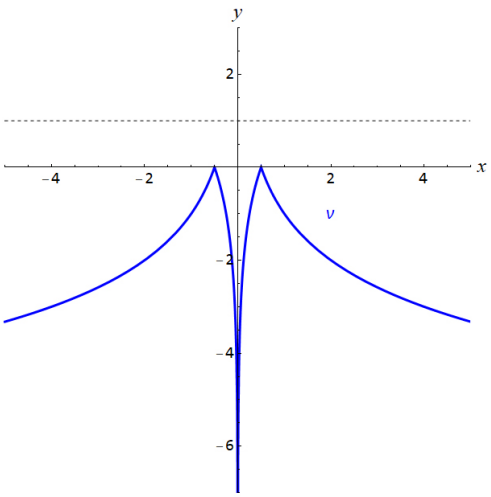
obr. 112



obr. 113



obr. 114



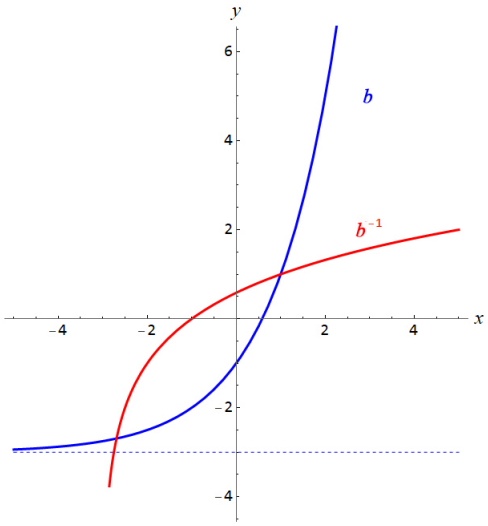
obr. 115

6.18 viz obr. 116; $D_b = \mathbb{R}$; $H_b = (-3; \infty)$;

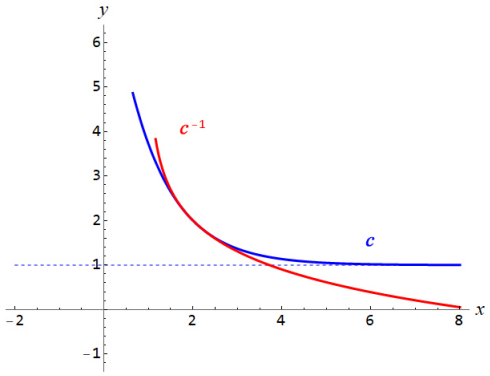
6.19 viz obr. 117; $D_c = \mathbb{R}$; $H_c = (1; \infty)$;

6.20 viz obr. 118; $D_d = (-\infty; 2)$; $H_d = \mathbb{R}$;

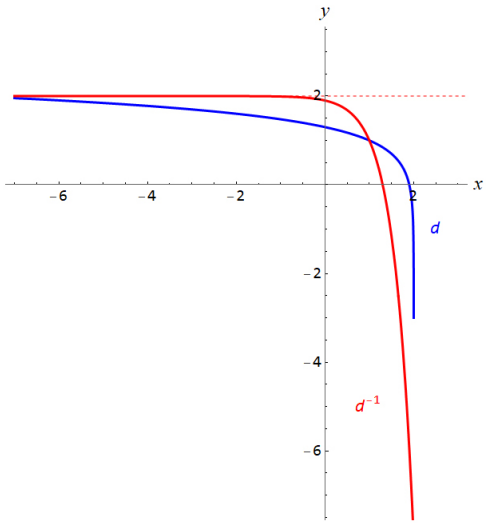
6.21 viz obr. 119; $D_f = (-3; \infty)$; $H_f = \mathbb{R}$;



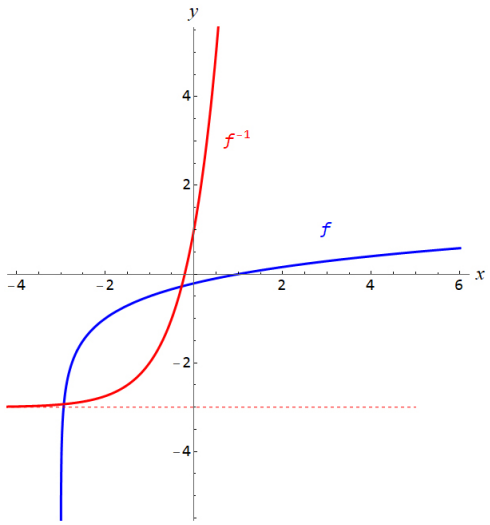
obr. 116



obr. 117



obr. 118



obr. 119

6.22 100;
6.23 81;
6.24 4;
6.25 5;
6.26 0,1;
6.27 4;
6.28 9;
6.29 3;
6.30 0,01;
6.31 8;
6.32 2;
6.33 243;
6.34 e^2;
6.35 $\sqrt{2}$;
6.36 64;

6.37 $q=-1$;
6.38 $t=256$;
6.39 $w=\frac{1}{9}$;
6.40 $j=\frac{3}{2}$;
6.41 $c=\sqrt{2}$;
6.42 $a=25$;

6.43 0;

6.44 $-\frac{9}{2}$; **6.45** -3; **6.46** $\frac{1}{6}$; **6.47** -1;

6.48 4;

6.49 49;

6.50 0;

6.51 $-\frac{\log_7 5}{2}$;

6.52 $\log_4 3+\frac{3}{2}$;

6.53 $5\log u\ ;\ u\in\mathbb{R}^+$;

6.54 $3\log_3 b\ ;\ b\in\mathbb{R}^+$;

6.55 $0;\ q\in(1;\infty)$;

6.56 $\log_\pi 2\ ;\ a\in(7;\infty)$;

6.57 $\log x^3y\ ;\ x,\ y\in\mathbb{R}^+$;

6.58 $\log x=\frac{\ln x}{\ln 10}=0,43429\cdot\ln x$;

6.59 $\ln x=\frac{\log x}{\log \mathrm{e}}=2,30259\cdot\ln x$;

6.60 $\log_2 x=\frac{\ln x}{\ln 2}=1,44270\cdot\ln x$;

6.61 $\log_2 x=\frac{\log x}{\log 2}=3,32193\cdot\log x$;

6.62 a) 2; b) 3;

6.63 kladné;
6.64 kladné;
6.65 záporné;
6.66 záporné;
6.67 záporné;

6.68 kladné;
6.69 záporné;
6.70 kladné;
6.71 záporné;

6.72 $(1;2)$;

6.73 $(4;5)$;

6.74 $(2;3)$;

6.75 $(3;4)$;

6.76 $(3;4)$;

6.77 $(-5;-4)$;

6.78 $(-2;-1)$;

6.79 $(4;5)$;

6.80 $(-5;-4)$;

6.81 $(2;3)$;

6.82 $(2;3)$;

6.83 $\log_z x=3\log_z a+2\log_z b$;

6.84 $\log_z y=\log_z 4+2\log_z m-2\log_z n$;

6.85 $\log_z p=\log_z 12+4\log_z u+\frac{2}{3}\log_z v$;

6.86 $\log_z q=\log_z 52+3\log_z \alpha+\frac{1}{2}\log_z(\beta+2)$;

6.87 $\log_z \Gamma=\log_z 75+5\log_z r+2\log_z t-3\log_z q-\frac{1}{2}\log_z 3-\frac{1}{2}\log_z(4-r^2)$;

6.88 $\log_z \Omega=\log_z 3+2\log_z\sin\omega-2\log_z\pi-3\log_z\cos\omega$;

6.89 $S=4\pi a^2$;

6.90 $t=\frac{2\varepsilon v^3}{u^2}$;

6.93 $A=\frac{9(x+7)}{x+2}$;

6.94 $C=v(v+2)$;

6.91 $V = \dfrac{4\pi r^2 v}{\sqrt{r \cdot v}}$;

6.92 $\Sigma = 10\dfrac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\pi \cdot \sqrt{a \cdot \cos^3 \alpha}}$;

6.95 $\beta = 3$;

6.96 $\mathrm{P} = \{\log_2 3\}$;

6.97 $\mathrm{P} = \{\log_5 4 - 1\}$;

6.98 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{\log_3 5 + 2}{4}\right\}$;

6.99 $\mathrm{P} = \left\{2 \cdot \left(1 - \log_4 \dfrac{10}{3}\right)\right\}$;

6.100 $\mathrm{P} = \left\{\log_{\frac{2}{5}} 25\right\}$;

6.101 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{2} \cdot \log_8 60\right\}$;

6.102 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{4\log 3}{\log 5 - 2\log 3}\right\}$;

6.103 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{2\log 6}{\log 3 - 4\log 6}\right\}$;

6.104 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{2}{\sqrt{\log 18}}\right\}$;

6.105 $\mathrm{P} = \left\{\log_2 \dfrac{4}{3}\right\}$;

6.106 $\mathrm{P} = \left\{2\pi - \ln\left(\mathrm{e}^{\pi} - 1\right)\right\}$;

6.107 $\mathrm{P} = \left\{\log \sqrt{3}\right\}$;

6.108 $\mathrm{P} = \left\{\ln \sqrt{3}\right\}$;

6.109 $\mathrm{P} = \{\log_3 2\}$;

6.110 $\mathrm{P} = \{0; 3\}$;

6.111 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{7}\right\}$;

6.112 $\mathrm{P} = \left\{1 \pm 2\sqrt{2}\right\}$;

6.113 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$;

6.114 $\mathrm{P} = \{95\}$;

6.115 $\mathrm{P} = \{8\}$;

6.152 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{27 \cdot \sqrt[3]{3}}; 9\right\}$;

6.153 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{7 \cdot \sqrt{\mathrm{e}}}; \dfrac{\mathrm{e}}{7}\right\}$;

6.154 $\mathrm{P} = \{5\}$;

6.155 $\mathrm{P} = \{1; 10\}$;

6.156 $\mathrm{P} = \{1; 3\}$;

6.157 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{10}; 10\right\}$;

6.158 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{4}; 8\right\}$;

6.159 $\mathrm{P} = \{1; 4\}$;

6.160 $\mathrm{P} = \left\{1; \sqrt{5}\right\}$;

6.161 $\mathrm{P} = \{1; 16\}$;

6.162 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{1000}; \dfrac{1}{100}\right\}$;

6.163 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{10}; 10\right\}$;

6.164 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{100}; 100\right\}$;"

6.165 $\mathrm{P} = \left\{25; \dfrac{1}{25}\right\}$;

6.166 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{1}{16}; 2\right\}$;

6.167 $\mathrm{P} = \{6; 36\}$;

6.168 $\mathrm{P} = \left\{10^{-6}; 100\right\}$;

6.169 $\mathrm{P} = \left\{-\dfrac{8}{9}; 8\right\}$;

6.170 $\mathrm{P} = \left\{\dfrac{\sqrt{5} + 5}{15}; 2\right\}$;

6.171 $\mathrm{P} = \left\{1; 5 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right\}$;

6.116 $\mathrm{P}=\{-20\}$;

6.117 $\mathrm{P}=\{2\mathrm{e}\}$;

6.118 $\mathrm{P}=\{4\}$;

6.119 $\mathrm{P}=\{2\}$;

6.120 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

6.121 $\mathrm{P}=\{4\}$;

6.122 $\mathrm{P}=\{2\}$;

6.123 $\mathrm{P}=\{9\}$;

6.124 $\mathrm{P}=\{100\}$;

6.125 $\mathrm{P}=\{100\}$;

6.126 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{18}\right\}$;

6.127 $\mathrm{P}=\{9\}$;

6.128 $\mathrm{P}=\{0;5\}$;

6.129 $\mathrm{P}=\{2\}$;

6.130 $\mathrm{P}=\left\{\pm\sqrt[4]{3}\right\}$;

6.131 $\mathrm{P}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$;

6.132 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt{5}\right\}$;

6.133 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{7}{2}\right\}$;

6.134 $\mathrm{P}=\left\{-\frac{2}{5}\right\}$;

6.135 $\mathrm{P}=\left\{2\cdot\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}\right\}$;

6.136 $\mathrm{P}=\{-4;2\}$;

6.137 $\mathrm{P}=\{1\}$;

6.138 $\mathrm{P}=\{5\}$;

6.139 $\mathrm{P}=\{100\}$;

6.140 $\mathrm{P}=\{10\}$;

6.141 $\mathrm{P}=\left\{2^{4\cdot\log 5}\right\}$;

6.142 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$;

6.172 $\mathrm{P}=\left\{-2;\frac{4-\sqrt[3]{10}}{3}\right\}$;

6.173 $\mathrm{P}=\left\{1;\frac{9}{4}\right\}$;

6.174 $\mathrm{P}=\{1;2;\mathrm{e}\}$;

6.175 $\mathrm{P}=\{1;4\}$;

6.176 $\mathrm{P}=\{1;4\}$;

6.177 $\mathrm{P}=\left\{\log_{\frac{2}{5}}\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\log_{\frac{5}{2}}\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$;

6.178 $\mathrm{P}=\left\{\log_{\frac{5}{3}}\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$;

6.179 $\mathrm{P}=\{0\}$;

6.180 $\mathrm{P}=\left\{\log_{\frac{2}{3}}2=\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}\right\}$;

6.181 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[3]{\mathrm{e}^2};\mathrm{e}\cdot\sqrt{\mathrm{e}}\right\}$;

6.182 $\mathrm{P}=\left\{2^{\frac{1}{\ln 2-1}}\right\}$;

6.183 $\mathrm{P}=\{4\}$;

6.184 $\mathrm{P}=\left\{10^{2^{\frac{\log 7\cdot\log 8}{\log 56}}}\right\}$;

6.185 $\mathrm{P}=\{2\}$;

6.186 $\mathrm{P}=\{4\}$;

6.187 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[3]{3};27\right\}$;

6.188 $\mathrm{P}=\{4\mathrm{e}\}$;

6.189 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{3}\right\}$;

6.190 $\mathrm{P}=\{10\}$;

6.191 $\mathrm{P}=\{4\}$;

6.192 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{100}\right\}$;

6.193 $\mathrm{P}=\{36\}$;

6.194 $\mathrm{P}=\left\{\mathrm{e}^{-3}\right\}$;

6.195 $\mathrm{P}=\{1\}$;

6.143 $\mathrm{P}=\left\{\log_3\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right\}$;

6.144 $\mathrm{P}=\left\{\ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right\}$;

6.145 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\ln 3-\ln 2}{\ln\left(\sqrt{5}-1\right)-\ln 2}\right\}$;

6.146 $\mathrm{P}=\left\{\pm 2\sqrt{2}+\log_5 3\right\}$;

6.147 $\mathrm{P}=\{7\}$;

6.148 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{8};16\right\}$;

6.149 $\mathrm{P}=\{10;100\}$;

6.150 $\mathrm{P}=\left\{\sqrt[3]{2};32\right\}$;

6.151 $\mathrm{P}=\left\{\frac{1}{32};2\right\}$;

6.196 $\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$;

6.197 $\mathrm{P}=\{31\}$;

6.198 $\mathrm{P}=\{1\}$;

6.199 $\mathrm{P}=\{-1;\ 2k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\}$;

6.200 $\mathrm{P}=\left\{\pm\ln\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right\}$;

6.201 $\mathrm{P}=\left\{\mathrm{e};\frac{1\pm\mathrm{j}\sqrt{3}}{2}\right\}$;

6.202 $\mathrm{P}=\{[1;0]\}$;

6.203 $\mathrm{P}=\left\{[16;3];\left[\frac{1}{64};-2\right]\right\}$;

6.204 $\mathrm{P}=\left\{[5;4];\left[\frac{1}{625};-1\right]\right\}$;

6.205 $\mathrm{P}=\left\{\left[1;\frac{1}{2}\right]\right\}$;

6.206 $\log_2 r=2^{513}$;

6.207 pravda;

6.208 pravda;

6.209 lež;

6.210 lež;

6.211 pravda;

6.212 pravda;

6.213 lež;

6.214 pravda;

6.215 $u\in(0;1)$;

6.216 $a\in(1;\infty)$;

6.217 $k\in(-4;\infty)$

6.218 $p\in(0{,}5;\infty)$;

6.219 $w\in(\pi;\infty)$;

6.220 $x\in(0;3\mathrm{e})$;

6.221 $v\in(-2;0{,}5)$;

6.222 $\alpha\in\left(-4;-\frac{1}{3}\right)$;

6.223 $\mathrm{P}=\langle 0;1000\rangle$;

6.224 $\mathrm{P}=\left(\mathrm{e}^2;\infty\right)$;

6.225 $\mathrm{P}=\langle 30;\infty)$;

6.226 $\mathrm{P}=\left(\frac{1}{2};\frac{13}{25}\right)$;

6.227 $\mathrm{P}=\left\langle-\frac{79}{5};\frac{2}{5}\right)$;

6.230 $\mathrm{P}=(2;3)$;

6.231 $\mathrm{P}=\left(\frac{1}{2};\infty\right)$;

6.232 $\mathrm{P}=(2;3)$;

6.233 $\mathrm{P}=(4;\infty)$;

6.234 $\mathrm{P}=\left\langle 0;\frac{9}{2}\right\rangle$;

6.235 $\mathrm{P}=(1;5)$;

6.228 $\mathrm{P}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{4}\right)$;

6.229 $\mathrm{P}=\left\langle\frac{5}{9};\frac{7}{9}\right\rangle$;

6.236 $\mathrm{P}=(-\infty;-2)\cup(3-\log_2 3;\infty)$;

6.237 $\mathrm{P}=(1;4)$;

6.238 $\mathrm{P}=(-4;-3)\cup(-3;-2)\cup\langle 0;1)\cup(1;\infty)$;

6.239 $\mathrm{D}=(-\infty;-6)\cup(1;\infty)$;

6.240 $\mathrm{D}=(-\infty;2)\cup(3;\infty)$;

6.241 $\mathrm{D}=\mathbb{R}$;

6.242 $\mathrm{D}=\left(-3;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2};2\right)$;

6.243 $\mathrm{D}=\left\langle-\frac{16}{3};-4\right)$;

6.244 $\mathrm{D}=\left(-2;\frac{10}{3}\right)$;

6.245 $x\in(-\infty;2)\cup(5;\infty)$;

6.246 $x\in(-\infty;-2\rangle\cup\langle 5;\infty)$;

6.247 $x\in\left(4-\sqrt{5};2\right)\cup\left(6;4+\sqrt{5}\right)$;

6.248 $x\in\langle -2;2-\sqrt{15}\rangle\cup\left(2+\sqrt{15};6\right\rangle$;

6.249 $x\in\left(-2;\frac{2-\sqrt{6}}{2}\right)\cup\left(\frac{2+\sqrt{6}}{2};4\right)$;

6.250 $x\in\left\langle-2;\frac{4}{3}\right)$;

6.251 $x\in\left(-\frac{4}{5};\frac{13}{14}\right\rangle$;

6.252 $\sigma\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$;

6.253 $\beta\in\left(-1-\sqrt{2};-2\right)\cup\left(0;-1+\sqrt{2}\right)$;

6.254 163 ms;

6.255 139 dní;

6.256 42krát, ale i libovolně tenký papír lze přeložit maximálně 7krát.