PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky
Panská 3
Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2023

Analytická geometrie lineárních útvarů

sbírka úloh

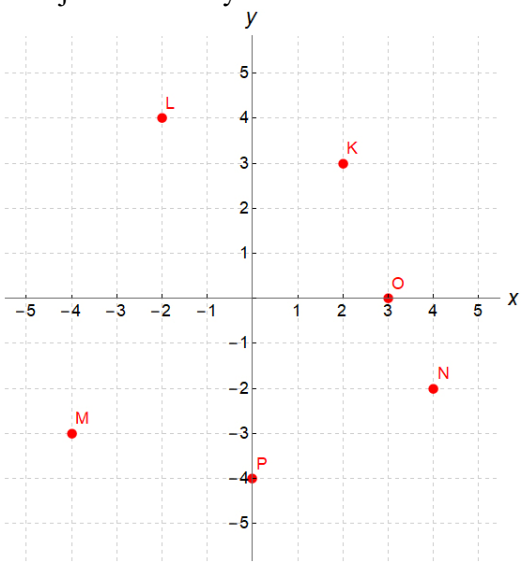
Jaroslav Reichl

Obsah

1. Bod, souřadnice bodu, vzdálenost bodů 3
2. Vektory 4
3. Přímka v rovině 7
4. Přímka v prostoru 11
5. Rovina 12
1. Bod, souřadnice bodu, vzdálenost bodů 17
2. Vektory 17
3. Přímka v rovině 18
4. Přímka v prostoru 21
5. Rovina 21

1. Bod, souřadnice bodu, vzdálenost bodů

1.1 Určete souřadnice bodů, které jsou zobrazeny na obr. 1.



obr. 1

1.2 Určete délku úsečky UV, která je dána body $U=[1;-2]$ a $V=[2;1]$.

1.3 Určete délku úsečky EF, která je dána body $E=[0;2;-1]$ a $F=[2;-3;1]$.

1.4 Rozhodněte, zda trojúhelník s vrcholy $A=[3;2]$, $B=[-1;-1]$ a $C=[11;-6]$ je pravoúhlý.

1.5 Na ose *x* najděte bod, který je od bodu $Q=[1;6]$ vzdálen 10 j.

1.6 Na ose *y* najděte bod, který je vzdálený od bodu $A=[4;-6]$ o délku 5 j.

1.7 Na ose *z* najděte bod, který má stejnou vzdálenost od bodů $Q=[-2;1;4]$ a $R=[3;0;1]$.

1.8 Určete souřadnice středu úsečky CD, je-li $C=[3;-1]$ a $D=[-4;-3]$.

1.9 Určete souřadnice středu úsečky MN, je-li $M=[-1;2;-3]$ a $N=[3;-2;-1]$.

1.10 Úsečka ST má střed $V=[1;2]$. Určete souřadnice bodu T, jestliže pro bod S platí $S=[-1;3]$.

1.11 Úsečka XY má střed $Z=[2;0;-5]$. Určete souřadnice bodu X, jestliže pro bod Y platí $Y=[1;2;3]$.

1.12 Určete délku těžnic v trojúhelníku KLM, jsou-li dány body $K=[2;0]$, $L=[2;3]$ a $M=[-2;0]$.

1.13 Určete délky středních příček v trojúhelníku COP, je-li dáno $C=[-2;0;2]$, $O=[2;2;-2]$ a $P=[4;-2;0]$.

1.14 Určete souřadnice bodu K, který dělí úsečku AB v poměru 1:2, přičemž $A=[4;-2]$ a $B=[-2;3]$.

1.15 Určete souřadnice bodu F, který dělí úsečku RS v poměru 4:3, přičemž $R=[1;1;1]$ a $S=[2;3;4]$.

1.16 Bod $U=[-1;2]$ dělí úsečku KL v poměru 3:4. Určete souřadnice bodu K, jestliže $L=[2;-3]$.

1.17 Bod $Q=[-1;0;2]$ dělí úsečku UV v poměru 2:1. Určete souřadnice bodu V, jestliže $U=[1;-1;2]$.

1.18 Určete těžiště trojúhelníka HUP, je-li dáno: $H=[-2;1]$, $U=[3;3]$ a $P=[2;-1]$.

1.19 Určete těžiště trojúhelníka ABS, je-li dáno: $A=[-2;1]$, $B=[2;-4]$ a $S=[3;6]$.

1.20 Těžiště T trojúhelníka LAK má souřadnice $T=[2;3;-2]$ a jeho dva vrcholy souřadnice $L=[3;2;-4]$ a $A=[-2;3;2]$. Určete souřadnici třetího vrcholu trojúhelníka LAK.

1.21 V trojúhelníku RVP je dáno: $R=[-3;-2;-1]$, $V=[-1;3;2]$ a střed strany RP $U=[1;1;1]$. Určete těžiště trojúhelníka RVP.

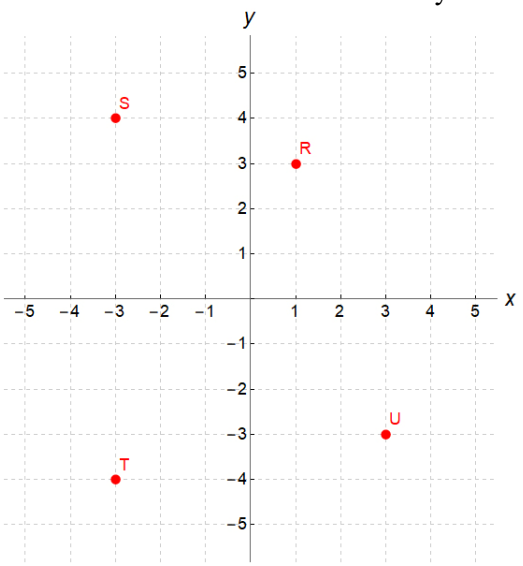
1.22 V trojúhelníku NOC je dáno: $N=[1;3]$, střed strany o $K=[-3;1]$ a střed strany c $L=[-4;-2]$. Určete těžiště trojúhelníka NOC.

1.23 V trojúhelníku PQR je délka strany PQ rovna $\sqrt{10}$ j a vzdálenost bodu P od středu protilehlé strany je rovna $\frac{\sqrt{17}}{2}$ j, přičemž tento bod má souřadnice $V=\left[4;\frac{3}{2}\right]$. Bod Q má souřadnice $Q=[5;0]$ a x-ová souřadnice bodu P je 2. Určete zbývající souřadnici bodu P, souřadnice bodu R, souřadnice zbývajících středů stran trojúhelníka PQR a délky zbývajících stran trojúhelníka.

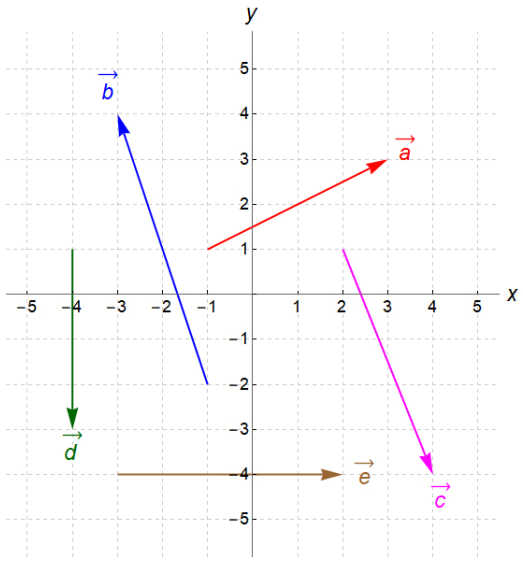
2. Vektory

2.1 Určete souřadnice vektorů $\overrightarrow{RS}$, $\overrightarrow{UR}$, $\overrightarrow{TR}$, $\overrightarrow{RT}$, $\overrightarrow{SU}$ a $\overrightarrow{TS}$ tvořených body zobrazenými na obr. 2.

2.2 Určete souřadnice vektorů zobrazených na obr. 3.



obr. 2



obr. 3

2.3 Zjistěte, zda vektor $\vec{v}=(1;2;-1)$ je roven vektoru $\overrightarrow{AB}$, je-li dáno: $A=[-1;1;5]$ a $B=[0;3;4]$

2.4 Umístěte vektor $\vec{q}=\overrightarrow{ZA}=(3;-1)$ do bodu $Z=[-2;3]$.

2.5 Určete velikost vektoru $\vec{u}=\overrightarrow{CD}$, kde $C=[-1;0;3]$ a $D=[2;2;-2]$.

2.6 Určete zbývající souřadnici vektoru $\vec{a}=\left(a_x;\frac{3}{5}\right)$ tak, aby vektor $\vec{a}$ byl jednotkový.

2.7 Určete zbývající souřadnici vektoru $\vec{w}=\left(2;w_y;-\frac{5}{3}\right)$ tak, aby vektor $\vec{w}$ byl jednotkový.

2.8 Určete zbývající souřadnici vektoru $\vec{s}=\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4};s_z\right)$ tak, aby vektor $\vec{s}$ byl jednotkový.

2.9 Určete zbývající souřadnici vektoru $\vec{n}=(-1;n_y)$ tak, aby velikost vektoru $\vec{n}$ byla 2 j.

2.10 Určete zbývající souřadnici vektoru $\vec{k}=(k_x;-2;3)$ tak, aby velikost vektoru $\vec{k}$ byla 5 j.

2.11 Napište jednotkový vektor ve směru vektoru $\vec{u}=(-6;8)$.

2.12 Napište jednotkový vektor ve směru vektoru $\vec{m}=\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4};-\frac{1}{2}\right)$.

2.13 Zjistěte souřadnice součtu vektorů $\vec{a}=(1;3;4)$, $\vec{b}=(-2;3;-1)$, $\vec{c}=(0;-3;2)$ a $\vec{d}=(0;1;-2)$.

2.14 Jsou dány vektory $\vec{a}=(0;2;-4)$, $\vec{b}=(1;2;-1)$ a $\vec{c}=(-2;2;3)$. Zjistěte souřadnice vektoru a) $\vec{w}=\vec{a}+0{,}5\vec{b}-2\vec{c}$, b) $\vec{p}=-2\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+0{,}1\vec{c}$, c) $\vec{q}=-\vec{a}-4\left(0{,}5\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

2.15 Určete reálné číslo σ tak, aby velikost vektoru $\sigma\vec{k}$ byla 2 j, přičemž $\vec{k}=(4;-3)$.

2.16 Určete reálné číslo α tak, aby velikost vektoru $\alpha\vec{q}$ byla 20 j. Přitom $\vec{q}=(-3;1;-2)$.

2.17 Rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou vektory a) $\vec{k}=(-1;3;2)$ a $\vec{l}=(2;-6;-4)$, b) $\vec{m}=(2;-1;-4)$ a $\vec{n}=(8;4;-16)$ rovnoběžné.

2.18 Určete souřadnici q_y tak, aby vektory $\vec{p}=(9;-3)$ a $\vec{q}=(-3;q_y)$ byly navzájem rovnoběžné.

2.19 Body $\mathrm{K}=[1;-4]$ a $\mathrm{L}=[-2;3]$ tvoří vektor. Určete souřadnice bodu M tak, aby byl vektor $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ rovnoběžný s vektorem $\overrightarrow{\mathrm{KL}}$. Přitom $\mathrm{N}=[-3;-1]$ a oba vektory mají stejnou velikost.

2.20 Určete souřadnice bodu F tak, aby vektor $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ byl a) souhlasně, b) nesouhlasně rovnoběžný s vektorem $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, kde $\mathrm{A}=[-1;2;-3]$, $\mathrm{B}=[1;-3;3]$ a $\mathrm{E}=[-2;1;2]$.

2.21 Zjistěte, zda vektory $\vec{u}=(12;1;14)$, $\vec{v}=(-1;-3;0)$ a $\vec{w}=(2;1;2)$ lineárně závislé či nezávislé.

2.22 Zjistěte, zda vektory $\vec{k}=(0;0;1)$, $\vec{l}=(2;1;1)$ a $\vec{m}=(1;1;1)$ lineárně závislé či nezávislé.

2.23 Určete $a_2\in\mathbb{R}$ tak, aby vektory $\vec{a}=(2;a_2;5)$, $\vec{b}=(1;2;1)$ a $\vec{r}=(-5;-2;-2)$ byly lineárně závislé.

2.24 Určete $p_3\in\mathbb{R}$ tak, aby vektory $\vec{p}=(4;4;p_3)$, $\vec{q}=(-2;-2;-1)$ a $\vec{r}=(1;2;3)$ byly lineárně závislé.

2.25 Vypočtěte skalární součin vektorů a) $\vec{a}=(7;-1)$ a $\vec{b}=(3;5)$; b) $\vec{u}=(5;2;-1)$ a $\vec{v}=(-1;-3;2)$.

2.26 Vypočtěte skalární součin dvou vektorů, pro které platí: $|\vec{m}|=3$ j, $|\vec{n}|=2$ j a $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$.

2.27 Vypočtěte skalární součin dvou vektorů, pro které platí: $|\vec{j}|=4$ j, $|\vec{k}|=5$ j a $\varphi=\dfrac{5\pi}{6}$.

2.28 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{s}=(1;-2)$ a $\vec{t}=(2;1)$.

2.29 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{u}=\left(6;2\sqrt{3}\right)$ a $\vec{v}=(3;0)$.

2.30 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{c}=\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2};\dfrac{9}{2}\right)$ a $\vec{d}=\left(-1;\sqrt{3}\right)$.

2.31 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{a}=\left(2\sqrt{3};2\right)$ a $\vec{b}=(-1;0)$.

2.32 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{k}=\left(\sqrt{3};1\right)$ a $\vec{l}=\left(-\sqrt{3};1\right)$.

2.33 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{r}=(4;1;13)$ a $\vec{s}=(5;6;-2)$.

2.34 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{p}=(-2;1;-9)$ a $\vec{q}=(-3;12;2)$.

2.35 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{x}=(-4;1;1)$ a $\vec{y}=(-2;-1;2)$.

2.36 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{f}=(0;-3;-3)$ a $\vec{h}=(-2;-2;0)$.

2.37 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{m}=(1;3;-2)$ a $\vec{n}=(2;-1;3)$.

2.38 Vypočtěte úhel vektorů $\vec{g}=(1;-2;-3)$ a $\vec{h}=(-4;1;5)$.

2.39 Určete souřadnice vektoru $\vec{w}$, který je kolmý k vektoru $\vec{a}=(-2;3)$.

2.40 Určete souřadnice vektoru $\vec{b}$, který je kolmý k vektoru $\vec{c}=(3;-4)$ a který má velikost 10 j.

2.41 Určete souřadnice vektoru $\vec{d}$, který svírá s vektorem $\vec{k}=\left(-1;\sqrt{3}\right)$ úhel $\frac{\pi}{6}$ a který má velikost 3 j.

2.42 Určete souřadnice vektoru $\vec{m}$, který svírá s vektorem $\vec{n}=\left(1;-3\right)$ úhel $\frac{3\pi}{4}$ a který má velikost 2 j.

2.43 Jsou dány body $\mathrm{U}=\left[-1;2\right]$ a $\mathrm{V}=\left[1;3\right]$. Určete na ose *y* bod T tak, aby úhel vektorů $\overrightarrow{\mathrm{VT}}$ a $\overrightarrow{\mathrm{VU}}$ byl roven $\frac{\pi}{3}$.

2.44 Jsou dány body $\mathrm{R}=\left[2;5;10\right]$ a $\mathrm{S}=\left[2;1;7\right]$. Určete na ose *x* bod Q tak, aby úhel vektorů $\overrightarrow{\mathrm{SR}}$ a $\overrightarrow{\mathrm{SQ}}$ byl roven $\frac{2\pi}{3}$.

2.45 Vrcholy trojúhelníku BUK jsou $\mathrm{B}=\left[2;-4;9\right]$, $\mathrm{U}=\left[-1;-4;5\right]$ a $\mathrm{K}=\left[6;-4;6\right]$. Vypočtěte délky stran trojúhelníka BUK a velikost jeho vnitřních úhlů.

2.46 Zjistěte, zda čtyřúhelník s vrcholy $\mathrm{K}=\left[5;2;6\right]$, $\mathrm{O}=\left[6;4;4\right]$, $\mathrm{L}=\left[4;3;2\right]$ a $\mathrm{A}=\left[3;1;4\right]$ je čtverec.

2.47 Jarda táhne saně silou o velikosti 200 N po dráze 100 m. Provázek, za který Jarda táhne, svírá se směrem pohybu úhel $30°$. Jakou práci uvedená síla vykoná?

2.48 Jarda působí silou $\vec{F}=\left(30;-15;10\right)\,\mathrm{N}$ na balík, který se pohybuje po trajektorii určené směrovým vektorem $\vec{s}=\left(15;15;-5\right)\,\mathrm{m}$. Jakou práci vykoná?

2.49 Vypočtěte magnetický indukční tok v dutině cívky o obsahu průřezu $5\,\mathrm{cm}^2$, je-li velikost magnetické indukce homogenního magnetického pole v dutině cívky 12 mT a indukční čáry svírají s normálou plochy úhel $60°$.

2.50 Vypočtěte magnetický indukční tok v dutině cívky o obsahu průřezu $7\,\mathrm{cm}^2$, je-li magnetická indukce homogenního magnetického pole v dutině cívky $\vec{B}=\left(250;150;-100\right)\,\mu\mathrm{T}$ a normálový vektor plochy je $\vec{n}=\left(-1;2;1\right)$.

2.51 Vypočtěte vektorový součin vektorů $\vec{a}=\left(-1;2;1\right)$ a $\vec{b}=\left(1;3;-2\right)$.

2.52 Vypočtěte vektorový součin vektorů $\vec{n}=\left(2;-1;1\right)$ a $\vec{m}=\left(0;-2;-3\right)$.

2.53 Vypočtěte vektorový součin vektorů $\vec{k}=\left(4;-2;-4\right)$ a $\vec{l}=\left(-2;1;2\right)$.

2.54 Najděte souřadnice vektoru, který je kolmý k vektorům $\vec{p}=\left(1;-1;-2\right)$ a $\vec{q}=\left(-2;2;1\right)$.

2.55 Určete velikost vektoru $\vec{z}=\left(-1;-3;4\right)\times\left(1;1;-2\right)$.

2.56 Vypočtěte: $\left(2;-1;3\right)\times\left(-1;3;-1\right)\cdot\left(-2;1;-2\right)$.

2.57 Vypočtěte: $4\left(-1;2;-1\right)\cdot\left(1;1;-2\right)\times\left(-2;-1;-3\right)$.

2.58 Vypočítejte obsah rovnoběžníku AUTO, jestliže jeho stranu UA tvoří vektor $\vec{a}=\left(-3;1;2\right)$ a stranu UT tvoří vektor $\vec{b}=\left(2;-2;-1\right)$.

2.59 Vypočítejte obsah rovnoběžníku KOZA, jestliže $\mathrm{K}=\left[1;4;-2\right]$, $\mathrm{O}=\left[2;-3;1\right]$ a $\mathrm{Z}=\left[3;1;2\right]$.

2.60 Vypočítejte obsah rovnoběžníku MRAK, jestliže $\mathrm{M}=\left[-2;3;-1\right]$, $\mathrm{R}=\left[1;-2;1\right]$ a $\mathrm{A}=\left[4;1;-2\right]$.

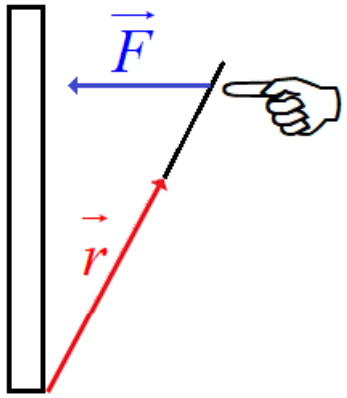
2.61 Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu, jehož tři hrany protínající se v jednom bodě jsou tvořeny vektory $\vec{k}=\left(1;-1;2\right)$, $\vec{l}=\left(-2;3;-2\right)$ a $\vec{m}=\left(-1;1;0\right)$.

2.62 Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu, jehož tři hrany protínající se v jednom bodě jsou tvořeny vektory $\vec{p}=\left(3;-3;-2\right)$, $\vec{q}=\left(2;1;2\right)$ a $\vec{r}=\left(-1;3;4\right)$.

2.63 Na obr. 4 je zobrazena schematicky situace při zavírání okna. Určete moment síly $\vec{F} = (1; -1; 2)$ N působící na okno při jeho zavírání. Zobrazený polohový vektor je $\vec{r} = (30; 10; -10)$ cm .

2.64 Elektron s nábojem *e* vletí rychlostí $\vec{v} = (1; -2; 1) \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ do homogenního magnetické pole s magnetickou indukcí $\vec{B} = (2; -1; -2)$ mT . Určete magnetickou sílu, která na něj v tomto poli bude působit.

2.65 Proton s nábojem *e* vletí rychlostí $\vec{v} = (2; 1; -3) \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ do homogenního magnetické pole s magnetickou indukcí $\vec{B} = (1; -1; 3)$ mT . Určete velikost magnetické síly, která na něj v tomto poli bude působit. Jaký úhel svírá vektor rychlosti protonu se směrem magnetických indukčních čar?



obr. 4

3. Přímka v rovině

3.1 Napište parametrické vyjádření přímky *p* dané bodem $A = [1; -2]$ a vektorem $\vec{u} = (-3; 4)$ s ní rovnoběžným.

3.2 Napište parametrické vyjádření přímky procházející body $C = [5; 3]$ a $D = [7; 4]$.

3.3 Napište parametrické vyjádření přímky *p*, která prochází bodem $E = [2; 6]$ a je rovnoběžná s přímku PQ, kde $P = [3; 7]$ a $Q = [-4; 8]$.

3.4 Rozhodněte, zda body $M = [5; 3]$ a $N = \left[-\frac{31}{2}; 0\right]$ leží na přímce *q* dané bodem $K = [-5; 7]$ a vektorem $\vec{s} = (3; 2)$.

3.5 Napište parametrické vyjádření a) úsečky MN, b) polopřímky MN, c) polopřímky NM, d) přímky MN, jestliže $M = [-2; 1]$ a $N = [3; -4]$.

3.6 Napište parametrické vyjádření tečny kružnice, která prochází jejím bodem $T = [-2; 3]$. Střed kružnice má souřadnice $S = [1; -2]$.

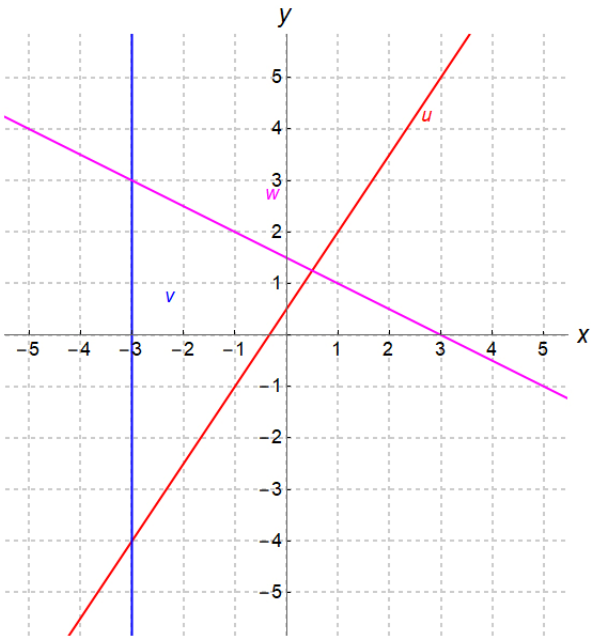
3.7 Zakreslete do soustavy souřadnic přímky, které jsou dány parametrickým vyjádřením: $m: x = 3 + 4t$, $y = 2 + t; t \in \mathbb{R}$, $n: x = 3 - t$, $y = 1 - 2t; t \in \mathbb{R}$ a $p: x = 2 - t$, $y = -3 + 5t; t \in \mathbb{R}$.

3.8 Napište parametrická vyjádření přímek, které jsou zobrazeny na obr. 5.

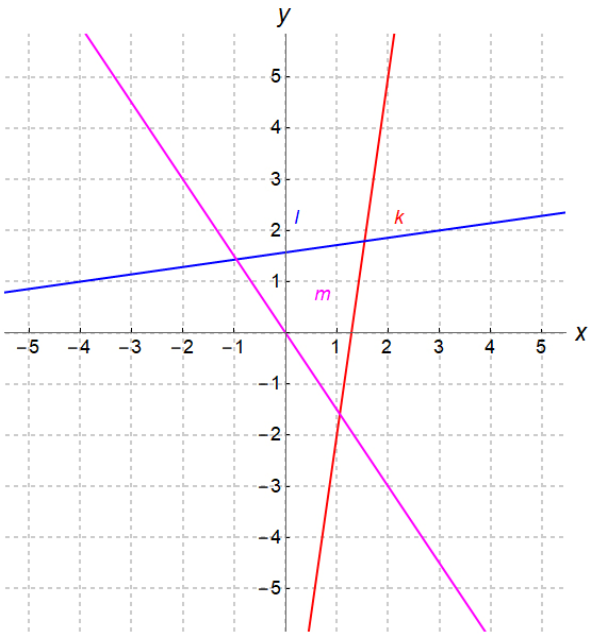
3.9 Napište parametrické vyjádření stran trojúhelníka HIC, jestliže $H = [1; 1]$, $I = [2; 3]$ a $C = [-1; 4]$.

3.10 Napište parametrické vyjádření přímek, na nichž leží výšky trojúhelníka CIP, jestliže $C = [3; 2]$, $I = [-1; -1]$ a $P = [-2; 3]$.

3.11 Napište parametrické vyjádření těžnic trojúhelníka NOS, jestliže $N = [-1; 3]$, $O = [-2; -1]$ a $S = [1; -3]$.



obr. 5



obr. 6

3.12 Napište parametrické vyjádření přímky u procházející bodem $\mathrm{H}=[2;-1]$, která je rovnoběžná s přímkou $v:\dfrac{x+3}{2}=-\dfrac{y-2}{3}$.

3.13 Napište parametrické vyjádření přímky w procházející bodem $\mathrm{P}=[-3;1]$, která je kolmá k přímce $c:-\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-3}{5}$.

3.14 Mravenec se pohybuje po vodorovné podlaze stálou rychlostí $\vec{v}=(3;-1)\,\mathrm{dm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ z bodu $\mathrm{S}=[1;2]\,\mathrm{m}$ po dobu dvou sekund. Napište předpis mravencovi trajektorie a určete, v jakém bodě svůj pohyb skončí?

3.15 Mravenec se pohybuje po vodorovné podlaze stálou rychlostí $\vec{v}=(-2;1)\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ z bodu $\mathrm{P}=[2;-3]\,\mathrm{m}$ po dobu tří sekund. Napište předpis mravencovi trajektorie. V jakém bodě svůj pohyb skončí? Jak daleko od místa startu skončí?

3.16 Napište rovnici přímky, která prochází bodem $\mathrm{L}=[2;1]$ a je kolmá k vektoru $\vec{n}=(7;2)$.

3.17 Napište rovnici přímky, která prochází bodem $\mathrm{Q}=[1;-4]$ a je rovnoběžná s vektorem $\vec{q}=(-2;5)$.

3.18 Napište rovnici přímky, která prochází bodem $\mathrm{K}=[3;-2]$ a je rovnoběžná s osou y.

3.19 Napište obecnou rovnici přímky, jestliže tato přímka je dána parametrickým vyjádřením $x=-3+5t$ a $y=1-4t;t\in\mathbb{R}$.

3.20 Napište obecnou rovnici přímky, je-li přímka dána body $\mathrm{U}=[-3;7]$ a $\mathrm{V}=[5;-2]$.

3.21 Napište obecnou rovnici přímky p, která je kolmá k přímce $q:3x-2y+2=0$ a prochází bodem $\mathrm{W}=[4;-1]$.

3.22 Napište obecnou rovnici tečny kružnice, která prochází jejím bodem $\mathrm{T}=[4;-5]$. Střed kružnice má souřadnice $\mathrm{S}=[-1;-3]$.

3.23 Jsou dány body $\mathrm{R}=[-2;1]$ a $\mathrm{S}=[6;7]$. Bodem R veďte přímku p a bodem S přímku q tak, aby přímky p a q byly vzájemně kolmé a jejich průsečík ležel na ose x.

3.24 Zakreslete do soustavy souřadnic přímky, které jsou dány obecnými rovnicemi: $a: 5x-2y-7=0$, $b: 7x+3y+2=0$ a $c: y-1=0$.

3.25 Napište obecné rovnice přímek, které jsou zobrazeny na obr. 6.

3.26 Napište obecné rovnice stran trojúhelníka LUK, jestliže $\mathrm{L}=[-1;-1]$, $\mathrm{U}=[2;-3]$ a $\mathrm{K}=[-3;4]$.

3.27 Napište obecné rovnice výšek trojúhelníka ZUB, jestliže $\mathrm{Z}=[-1;2]$, $\mathrm{U}=[2;-2]$ a $\mathrm{B}=[-3;1]$.

3.28 Napište obecné rovnice přímek, na nichž leží střední příčky trojúhelníka EKG, jestliže $\mathrm{E}=[1;2]$, $\mathrm{K}=[-1;-2]$ a $\mathrm{G}=[3;-1]$.

3.29 Strany trojúhelníka FRK leží na přímkách daných rovnicemi $2x+3y-1=0$, $x+2y-3=0$ a $5x-6y-1=0$. Pro které hodnoty reálného parametru α je bod $\mathrm{B}=[\alpha;\alpha^2]$ vnitřním bodem trojúhelníku FRK?

3.30 Napište parametrické vyjádření přímky *a* dané rovnicí: $2x-3y+4=0$.

3.31 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *l*, která je daná rovnicí $3x+5y-1=0$.

3.32 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *c*, která prochází bodem $\mathrm{L}=[-1;3]$ a jejíž směrnice je rovna 2.

3.33 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *a*, která prochází bodem $\mathrm{U}=[2\sqrt{3};2]$ a jejíž směrový úhel je $60°$.

3.34 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *k*, která prochází bodem $\mathrm{U}=[-1;3]$ a jejíž směrový úhel je $-30°$.

3.35 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *q*, která prochází bodem $\mathrm{Z}=[-3;-2]$ a s osou *y* svírá úhel $60°$.

3.36 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *r*, která prochází bodem $\mathrm{R}=[-\sqrt{3};4]$ a s osou *y* svírá úhel $-30°$.

3.37 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *u*, která prochází body $\mathrm{P}=[1;-2]$ a $\mathrm{Q}=[-3;1]$.

3.38 Napište směrnicový tvar rovnice přímky *v*, která prochází body $\mathrm{M}=[5;4]$ a $\mathrm{N}=[5;-1]$.

3.39 Napište úsekový tvar rovnice přímky, která protíná osy kartézského systému v bodech $\mathrm{R}=[4;0]$ a $\mathrm{S}=[0;5]$.

3.40 Napište úsekový tvar rovnice přímky, která protíná osy kartézského systému v bodech $\mathrm{E}=[-3;0]$ a $\mathrm{F}=[0;6]$.

3.41 Určete souřadnice bodů, v nichž protíná přímka daná rovnicí $\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1$ osy kartézského systému.

3.42 Určete směrnici přímky, která je dána rovnicí v úsekovém tvaru $-\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$.

3.43 Vyjádřete v úsekovém tvaru přímku danou obecnou rovnicí a) $x+3y-3=0$, b) $2x+y-2=0$, c) $2x-5y-2=0$, d) $5x+6y+5=0$, e) $x-1=0$.

3.44 Určete souřadnice těžiště trojúhelníka, který je dán body $\mathrm{L}=[2;0]$, $\mathrm{U}=[4;2]$ a $\mathrm{P}=[-2;4]$.

3.45 Do soustavy souřadnic zakreslete trojúhelník ODS, jehož strany OD, DS a SO leží po řadě na přímkách daných rovnicemi $2x+y-1=0$, $x-y+2=0$ a $x+2y+6=0$. Určete graficky i početně souřadnice jeho vrcholů.

3.46 Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímek daných rovnicemi $3x-2y-9=0$ a $4x+y-1=0$ a je rovnoběžná s přímkou danou rovnicí $2x+y-3=0$.

3.47 Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímek $2x+y-5=0$ a $x-y+2=0$ a je rovnoběžná s přímkou $x-2y+1=0$.

3.48 Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímek $x+2y+3=0$ a $3x-y-5=0$ a je kolmá k přímce $3x-4y-6=0$.

3.49 Napište rovnice kolmic vedených k přímce $2x-4y-10=0$ v jejím průsečíku s osou a) x, b) y.

3.50 Určete vzájemnou polohu dvou přímek p, q, které jsou dány:

$p: 2x-3y+19=0$	$p: 8x-2y+7=0$	$p: x=4-1{,}2t,\ y=1-1{,}3t;\ t\in\mathbb{R}$
$q: 3x-2y+2=0$	$q: x=3+t,\ y=15{,}5+4t;\ t\in\mathbb{R}$	$q: x=r,\ y=1-r;\ r\in\mathbb{R}$

3.51 Jsou dány body $\mathrm{C}=[2;3]$, $\mathrm{D}=[-1;2]$, $\mathrm{E}=[5;11]$ a $\mathrm{F}=[4;13]$. Zjistěte, zda se protínají a) úsečky CD a EF, b) polopřímky CD a EF, c) přímky CD a EF.

3.52 Zjistěte vzájemnou polohu přímek $k: 2x+y+4=0$ a $l: x-4y+11=0$. Jsou-li přímky různoběžné, napište rovnici přímky kolmé na přímku k procházející průsečíkem přímek k a l.

3.53 Na ose y najděte bod P tak, aby součet délek úseček $|\mathrm{AP}|+|\mathrm{PB}|$ byl minimální, jestliže $\mathrm{A}=[5;5]$ a $\mathrm{B}=[2;1]$.

3.54 V bodech $\mathrm{A}=[4;0]$ a $\mathrm{B}=[8;0]$ kartézského systému souřadnic stojí zajíci a v bodech $\mathrm{C}=[0;4]$ a $\mathrm{D}=[0;8]$ rostou mrkve. Ve stejné rovině roste jitrocel, který je od obou zajíců i od obou mrkví stejně vzdálen. V jakém bodě se protnou přímé trajektorie zajíců, jestliže vyrazí každý k jedné mrkvi tak, aby oba urazili stejnou vzdálenost? Jak daleko je tento bod od jitrocele?

3.55 Určete odchylku přímek $u: x=1+t\sqrt{3},\ y=-2+t;\ t\in\mathbb{R}$ a $v: x=-4+s,\ y=2+s\sqrt{3};\ s\in\mathbb{R}$.

3.56 Určete odchylku přímek $p: 5x+y-3=0$ a $q: 3x-2y+1=0$.

3.57 Určete odchylku přímek $k: x=-5-3t,\ y=6;\ t\in\mathbb{R}$ a $l: 3x+y\sqrt{3}-11=0$.

3.58 Určete odchylku přímek $m: x-3y+5=0$ a $n: y=-0{,}5x+2$.

3.59 Určete velikost vnitřních úhlů trojúhelníka ABC, jehož strany leží na přímkách $a: x\sqrt{3}-y+1=0$, $b: y-3\sqrt{3}-1=0$ a $c: x\sqrt{3}+3y-20\sqrt{3}-3=0$. Určete souřadnice vrcholů tohoto trojúhelníka.

3.60 Světelný paprsek prochází bodem $\mathrm{K}=[3;2]$, odráží se od zrcadla, které leží na přímce popsané rovnicí $x+y+1=0$ a dopadá do bodu $\mathrm{L}=[2;0]$. Najděte rovnici přímky, na níž leží dopadající a odražený paprsek.

3.61 Světelný paprsek vychází z bodu $\mathrm{P}=[5;4]$, dopadá na osu x pod úhlem $60°$, odráží se od ní a poté dopadá na osu y, od níž se také odráží. Určete rovnice přímek, na nichž leží všechny 3 paprsky, a souřadnice bodů, v nichž se paprsek odráží od jednotlivých os.

3.62 Napište rovnici přímky u, která svírá s přímkou $v: 2x+3y-2=0$ úhel $\frac{\pi}{4}$ a která prochází bodem $\mathrm{U}=[1;4]$.

3.63 Napište obecnou rovnici přímky r, která svírá s přímkou $t: x=-1+3s$, $y=2+s;\ s\in\mathbb{R}$ úhel $\frac{\pi}{4}$ a která prochází bodem $\mathrm{R}=[-3;4]$.

3.64 Vypočítejte vzdálenost bodu $\mathrm{K}=[-1;5]$ od přímky p dané rovnicí $3x-4y+7=0$.

3.65 Určete vzdálenost bodu $\mathrm{M}=[2;-3]$ od přímky k dané rovnicí $y=2x-1$.

3.66 Určete poloměr kružnice, která má střed v počátku soustavy souřadnic a jejíž jedna tečna má rovnici $4x+3y-15=0$.

3.67 Určete vzdálenost bodu $\mathrm{J}=[-3;1]$ od přímky u dané parametrickým vyjádřením $x=1+3t$, $y=4-t$; $t\in\mathbb{R}$.

3.68 Dokažte, že přímky dané rovnicemi $f: 2x-3y+1=0$ a $g: 4x-6y+5=0$ jsou rovnoběžné. Poté určete jejich vzájemnou vzdálenost.

3.69 Dokažte, že přímky dané parametrickými vyjádřeními $m: x=1+3t$, $y=3-4t; t\in\mathbb{R}$ a $n: x=2-3s$, $y=-1+4s; s\in\mathbb{R}$ jsou rovnoběžné. Poté určete jejich vzájemnou vzdálenost.

3.70 Dokažte, že přímky dané rovnicemi $k: x=-2-4t$, $y=1-2t; t\in\mathbb{R}$ a $l: x-2y+5=0$ jsou rovnoběžné. Poté určete jejich vzájemnou vzdálenost.

3.71 Na ose *y* najděte bod, který má od přímky *a* dané rovnicí $y=5x+1$ vzdálenost rovnou 2 j.

3.72 Na ose *x* najděte bod, který má od přímky *b* dané parametrickým vyjádřením $x=2-t$, $y=3-t; t\in\mathbb{R}$ vzdálenost rovnou $\sqrt{2}$ j.

3.73 Na přímce *k* dané rovnicí $2x-3y+6=0$ najděte bod, který má od přímky *p* dané rovnicí $4x-3y+3=0$ vzdálenost 3 j.

3.74 Na přímce *m* dané rovnicí $3x+y-4=0$ najděte bod, který má od přímky *n* dané rovnicí $x+2y-3=0$ vzdálenost $\sqrt{5}$ j.

3.75 Určete obvod a obsah čtverce, jehož protilehlé strany leží na přímkách daných rovnicemi $2x-y+15=0$ a $2x-y-6=0$.

3.76 Strana UB čtverce ZUBR leží na přímce dané rovnicí $3x-4y+1=0$. Bod $\mathrm{S}=[-2;5]$ je středem úsečky ZB. Určete souřadnice vrcholů čtverce ZUBR.

3.77 Dvě strany obdélníka KUNA leží na přímkách $r: 3x+4y-12=0$ a $s: 3x+4y+13=0$ a jeho obsah je $10\ \mathrm{j}^2$. Určete rozměry obdélníka KUNA.

3.78 Určete množinu bodů, které mají od přímky $8x-6y+5=0$ vzdálenost rovnou 3 j.

3.79 Napište rovnici přímky, která je ve vzdálenosti 5 j od bodu $\mathrm{A}=[-4;2]$ a je a) rovnoběžná, b) kolmá k přímce dané rovnicí $3x-4y+2=0$.

3.80 Přímka prochází bodem $\mathrm{P}=[-2;5]$ a má od bodu $\mathrm{Q}=[3;5]$ vzdálenost $\sqrt{5}$ j. Napište její rovnici.

3.81 Napište rovnici trajektorie pohybu bodu $\mathrm{M}=[x;y]$, jehož vzdálenost od přímky $p: y=2x-4$ je třikrát větší než jeho vzdálenost od přímky $q: y=4-2x$.

3.82 V rovnici přímky $p: 3x+b\cdot y-1=0$ určete parametr *b* tak, aby: a) přímka procházela bodem $\mathrm{E}=[2;2]$, b) přímka *p* byla rovnoběžná s osou *y*, c) směrový úhel přímky *p* měl velikost $\frac{\pi}{6}$.

3.83 Napište rovnice os úhlů, jejichž ramena leží na přímkách, které jsou dány rovnicemi:
a) $x-3y+3=0$ a $3x-y+10=0$; b) $6x-8y+11=0$ a $12x+5y+2=0$.

3.84 Vypočtěte obsah trojúhelníku s vrcholy $\mathrm{L}=[2;3]$, $\mathrm{U}=[5;1]$ a $\mathrm{K}=[0;0]$.

4. Přímka v prostoru

4.1 Napište parametrické vyjádření přímky *r*, která je dána bodem $\mathrm{R}=[2;1;-3]$ a směrovým vektorem $\vec{s}=(2;-1;1)$.

4.2 Napište parametrické vyjádření přímky *d*, která prochází bodem $\mathrm{Z}=[1;-1;4]$ a která je rovnoběžná s přímkou *c* danou parametrickým vyjádřením $x=3t$, $y=4-5t$, $z=1-t$; $t\in\mathbb{R}$.

4.3 Napište parametrické vyjádření přímky *u*, která prochází body $\mathrm{U}=[3;0;1]$ a $\mathrm{V}=[2;-3;1]$.

4.4 Napište parametrické vyjádření přímky *q*, která prochází bodem $\mathrm{A}=[2;1;-4]$ a je rovnoběžná s přímkou procházejí body $\mathrm{S}=[2;1;-3]$ a $\mathrm{T}=[-1;2;-2]$.

4.5 Určete zbývající souřadnice bodu $\mathrm{L}=[x_\mathrm{L};-3;z_\mathrm{L}]$, který leží na přímce MN dané body $\mathrm{M}=[1;-1;1]$ a $\mathrm{N}=[-5;-9;2]$.

4.6 Napište parametrické vyjádření stran trojúhelníka OSN, kde $O=[2;-2;2]$, $S=[-3;0;-2]$ a $N=[0;-4;2]$.

4.7 Napište parametrické vyjádření přímky *q*, která je rovnoběžná s přímkou $p: x=2t$, $y=2-3t$, $z=5+t$; $t\in\mathbb{R}$ a která prochází bodem $A=[1;5;-2]$.

4.8 Napište parametrické vyjádření přímky *m*, která je rovnoběžná s přímkou *n* procházející body $K=[1;-1;1]$ a $L=[2;1;-1]$ a která prochází bodem $M=[3;0;-1]$.

4.9 Napište parametrické vyjádření přímky *c*, která prochází průsečíkem přímky $a: x=2+3t$, $y=2-t$, $z=5+t$; $t\in\mathbb{R}$ a $b: x=2+s$, $y=-2+s$, $z=-3+3s$; $s\in\mathbb{R}$ a bodem $C=[2;0;1]$.

4.10 Napište parametrické vyjádření přímky *d*, která prochází průsečíkem přímky $p: x=3-t$, $y=2-2t$, $z=5-t$; $t\in\mathbb{R}$ a $q: x=2+s$, $y=-1+s$, $z=4+s$; $s\in\mathbb{R}$ a je rovnoběžná s přímou danou body $E=[1;2;1]$ a $F=[2;-2;3]$.

4.11 Určete vzájemnou polohu přímek *p* a *q*. Přímka *p* je dána body $A=[3;-2;-4]$ a $B=[-1;3;0]$, přímka *q* je určena bodem $C=[-2;2;1]$ a vektorem $\vec{v}=(1;-5;6)$, který je s přímkou *q* rovnoběžný.

4.12 Přímka *k* prochází body $E=[3;-2;4]$ a $F=[5;-1;3]$; přímka *l* pak prochází body $G=[1;-6;2]$ a $H=[5;3;h_3]$. Určete souřadnici h_3 bodu H tak, aby přímky *k* a *l* byly: a) různoběžné, b) splývající a c) mimoběžné.

4.13 Zjistěte, zda mohou body $K=[1;3;4]$, $L=[2;-2;-1]$, $M=[-3;-2;1]$ a $N=[5;-1;0]$ tvořit vrcholy rovinného čtyřúhelníku.

4.14 Je dána přímka *p* parametrickým vyjádřením $x=m+2t$, $y=3t$, $z=6-4t$; $t\in\mathbb{R}$ a přímka *q* s parametrickým vyjádřením $x=5+s$, $y=1-4s$, $z=-4+s$; $s\in\mathbb{R}$. Určete hodnotu reálného parametru *m* tak, aby přímky byly různoběžné a poté určete jejich průsečík.

4.15 Určete vzájemnou polohu přímek *p* a *q*, které jsou dány takto: *p*: $x=1+t$, $y=3-2t$, $z=-1+3t$; $t\in\mathbb{R}$ a *q*: $x=2+2s$, $y=5+3s$, $z=s$; $s\in\mathbb{R}$.

4.16 Jsou dány body $P=[3;-1;4]$, $Q=[1;0;7]$, $R=[3;-7;0]$ a $S=[5;-5;-1]$. Zjistěte, zda se navzájem protínají a) úsečky PQ a RS, b) polopřímky PQ a RS, c) přímky PQ a RS.

4.17 Určete odchylku dvou přímek $p: x=3+t$, $y=5+t$, $z=-1-2t$; $t\in\mathbb{R}$ a $q: x=-1-2k$, $y=4$, $z=4+2k$; $k\in\mathbb{R}$.

4.18 Přímka *m* je dána parametrickým vyjádřením $m: x=1-4t$, $y=-2+t$, $z=3+t$; $t\in\mathbb{R}$ a přímka *n* je dána bodem $B=\left[2;-3;\frac{7}{2}\right]$ a směrovým vektorem $\vec{s}=(-2;-1;2)$. Určete odchylku těchto dvou přímek.

4.19 Přímka *u* prochází body $U=[-1;-2;4]$ a $V=[3;0;2]$. Přímka *v* prochází body $W=[3;1;-5]$ a $Z=[4;3;-4]$. Určete odchylku přímek *u* a *v*.

4.20 Jsou dány přímky $a: x=4+t,\ y=-1+3t,\ z=5-2t;\ t\in\mathbb{R}$ a $b: \frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{\sigma}=\frac{z}{3}$. Určete hodnotu reálného parametru σ tak, aby zadané přímky navzájem svíraly úhel $60°$.

5. Rovina

5.1 Napište parametrické vyjádření roviny, která prochází body $T=[1;-2;-3]$, $U=[-2;1;0]$ a $K=[3;2;1]$.

5.2 Napište parametrické vyjádření roviny, která prochází body $S=[2;-1;-3]$, $A=[-2;-2;1]$ a $D=[-6;-3;5]$.

5.3 Napište parametrické vyjádření roviny, která prochází body $\mathrm{U}=[1;-1;-2]$, $\mathrm{V}=[-2;1;1]$ a v níž leží vektor a) $\vec{v}=(-3;2;3)$, b) $\vec{v}=(-1;-2;2)$.

5.4 Napište parametrické vyjádření roviny, v níž leží bod $\mathrm{L}=[-3;1;4]$ a přímka *k* daná parametrickým vyjádřením $x=2+r$, $y=3-r$, $z=-1-2r$; $r\in\mathbb{R}$.

5.5 Napište parametrické vyjádření roviny, v níž leží bod $\mathrm{A}=[0;2;-3]$ a přímka *b* daná parametrickým vyjádřením $x=2-r$, $y=-2+2r$, $z=-1-r$; $r\in\mathbb{R}$.

5.6 Rovina τ je určena body $\mathrm{K}=[1;2;-3]$, $\mathrm{L}=[3;-2;0]$ a $\mathrm{M}=[-1;-2;-3]$. Zjistěte, zda v této rovině leží body $\mathrm{P}=[1;-2;-3]$, $\mathrm{Q}=[-5;2;-6]$ a $\mathrm{R}=[11;-2;-6]$.

5.7 Rovina λ je dána body $\mathrm{E}=[-1;3;-3]$, $\mathrm{K}=[2;-3;4]$ a $\mathrm{G}=[5;-1;7]$. Určete zbývající souřadnici bodu $\mathrm{S}=[x_\mathrm{S};-4;1]$ tak, aby ležel v rovině λ.

5.8 Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $\mathrm{Z}=[2;-1;4]$ a je kolmá k vektoru $\vec{k}=(-2;3;-1)$.

5.9 Jsou dány body $\mathrm{P}=[3;-1;2]$ a $\mathrm{Q}=[-2;4;3]$. Napište obecnou rovnici roviny α, která prochází bodem Q a je kolmá k vektoru $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$.

5.10 Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $\mathrm{U}=[-1;2;-3]$ a je kolmá k přímce *p* dané parametrickým vyjádřením $x=3-2t$, $y=-1+t$, $z=4+2t; t\in\mathbb{R}$.

5.11 Napište obecnou rovnici roviny procházející bodem $\mathrm{L}=[3;-6;1]$, který je patou kolmice vedené počátkem soustavy souřadnic k této rovině.

5.12 Rovina τ je dána bodem $\mathrm{P}=[1;0;-3]$ a vektory a) $\vec{u}=(-1;1;1)$ a $\vec{v}=(3;-4;2)$, b) $\vec{u}=(4;6;-2)$ a $\vec{v}=(-2;-3;1)$. Napište její obecnou rovnici.

5.13 Rovina ω je dána body $\mathrm{V}=[2;4;-2]$, $\mathrm{A}=[0;3;-1]$ a $\mathrm{K}=[1;-2;3]$. Napište její obecnou rovnici.

5.14 Napište obecnou rovinu, která prochází body $\mathrm{L}=[1;2;1]$, $\mathrm{H}=[3;1;-2]$ a $\mathrm{C}=[-1;-2;5]$.

5.15 Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží bod $\mathrm{B}=[4;2;-1]$ a přímka *p* daná parametrickým vyjádřením $x=2-3r$, $y=1+2r$, $z=-3+r$; $r\in\mathbb{R}$.

5.16 Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží dvě přímky dané parametrickým vyjádřením $a: x=1+2t$, $y=-1-t$, $z=2+3t$; $t\in\mathbb{R}$ a $b: x=3+2s$, $y=1-s$, $z=-1+3s$; $s\in\mathbb{R}$.

5.17 Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží dvě přímky dané parametrickým vyjádřením $p: x=3-t$, $y=1+t$, $z=2-4t$; $t\in\mathbb{R}$ a $q: x=-2+4s$, $y=-1+3s$, $z=-1-s$; $s\in\mathbb{R}$.

5.18 V rovině τ dané rovnicí $2x+y-4z+d=0$ leží bod $\mathrm{A}=[2;2;1]$. Určete zbývající souřadnici bodu $\mathrm{B}=[4;-3;z_\mathrm{B}]$ tak, aby v rovině τ ležel, a zbývající souřadnici bodu $\mathrm{C}=[-1;y_\mathrm{C};2]$ tak, aby v rovině τ neležel.

5.19 Napište obecnou rovnici roviny α, v níž leží body $\mathrm{P}=[-2;1;3]$ a $\mathrm{Q}=[1;0;1]$ a která je kolmá k rovině $\pi: 2x-2y+z-1=0$.

5.20 Napište obecnou rovnici roviny rovnoběžné s osou *x* a procházející body $\mathrm{M}=[0;1;3]$ a $\mathrm{N}=[2;4;5]$.

5.21 Napište obecnou rovnici roviny procházející osou *x* a bodem $\mathrm{K}=[0;-2;3]$.

5.22 Napište obecnou rovnici roviny rovnoběžné s osou *y* a protínající osy *x* a *z* v bodech $\mathrm{C}=[x_\mathrm{C};0;0]$ a $\mathrm{D}=[0;0;z_\mathrm{D}]$.

5.23 Napište rovnici roviny, která prochází bodem $W=[2;-1;3]$ a protíná kladné části os souřadnic ve stejných vzdálenostech od počátku.

5.24 Rovina je popsána parametrickým vyjádřením $x=2-t+2s$, $y=1+2t-s$, $z=4+t-3s$; $s,t\in\mathbb{R}$. Napište její obecnou rovnici.

5.25 Napište parametrické vyjádření roviny dané obecnou rovnicí $2x-y+3z-6=0$.

5.26 Rozhodněte o vzájemné poloze přímky $p: x=3-t$, $y=1+t$, $z=2-4t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny $\lambda: 2x-5y-3z+15=0$.

5.27 Rozhodněte o vzájemné poloze přímky $q: x=1-2t$, $y=-1+t$, $z=3+2t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny $\rho: 3x-5y-z+21=0$.

5.28 Rozhodněte o vzájemné poloze přímky $u: x=2+3t$, $y=1-t$, $z=-1-3t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny $\beta: 3x-6y+5z+8=0$.

5.29 Rozhodněte o vzájemné poloze přímky $k: x=1-2t$, $y=3+4t$, $z=-2+t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny $\alpha: 10x+3y+8z-3=0$.

5.30 Rozhodněte o vzájemné poloze přímky $q: x=-3+t$, $y=-1+2t$, $z=2-t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny $\omega: x=1-r+3s$, $y=1-r-3s$, $z=-2+4r-3s$; $r,s\in\mathbb{R}$.

5.31 Rozhodněte o vzájemné poloze přímky $l: x=-2+t$, $y=4-t$, $z=1+2t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny $\varphi: x=2+3r+2s$, $y=1-2r-s$, $z=4+r-s$; $r,s\in\mathbb{R}$.

5.32 Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží přímka $r: x=1+2t$, $y=2-t$, $z=3-2t$; $t\in\mathbb{R}$ a která je rovnoběžná s přímkou $p: x=-1+s$, $y=2-3s$, $z=3+s$; $s\in\mathbb{R}$.

5.33 Napište obecné rovnice rovin, v nichž leží přímka $a: x=2-3t$, $y=4+t$, $z=1-2t$; $t\in\mathbb{R}$ a které jsou rovnoběžné vždy s jednou osou kartézského systému souřadnic.

5.34 V závislosti na reálném parametru b určete vzájemnou polohu přímky $m: x=1-2t$, $y=3-t$, $z=-2+t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny dané obecnou rovnicí $\vartheta: x+b\cdot y+7z+3=0$.

5.35 V závislosti na reálných parametrech a a d určete vzájemnou polohu přímky $v: x=-1+2t$, $y=1-3t$, $z=3+t$; $t\in\mathbb{R}$ a roviny dané obecnou rovnicí $\varepsilon: a\cdot x+3y+z+d=0$.

5.36 Najděte pravoúhlý průmět bodu $Q=[3;1;-1]$ do roviny dané rovnicí $x+2y+3z-30=0$.

5.37 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\delta: x-2y+3z+2=0$ a $\eta: 2x-4y+6z-4=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.38 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\alpha: 2x+3y-5z+11=0$ a $\beta: x-3y+2z+1=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.39 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\mu: 3x-y-2z-3=0$ a $\lambda: 9x-3y-6z-9=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.40 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\omega: x-3y+4z+3=0$ a $\tau: 2x+y-2z-2=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.41 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\alpha: 2x+3y-5z+11=0$, $\beta: x-3y+2z+1=0$ a $\nu: 4x+y-2z-1=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.42 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\sigma: 3x-2y+z+1=0$, $\rho: 2x+4y-z-2=0$ a $\psi: 7x+6y-z-3=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.43 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\varphi: 5x-y+2z-3=0$, $\chi: 2x+2y-z-1=0$ a $\kappa: x-2y+3z+1=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.44 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\gamma: x+2y+z-3=0$, $\varepsilon: 3x-3y-2z+1=0$ a $\xi: x-7y-4z+19=0$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.45 Rozhodněte o vzájemné poloze rovin $\delta: 4x-y-3z+2=0$, $\lambda: 8x-2y-6z-4=0$ a $\mu: x=2+2t-s$, $y=1-t+2s$, $z=-3+3t-2s$; $s,t\in\mathbb{R}$. Mají-li roviny společné body, určete je.

5.46 Bodem $S=[-1;1;-3]$ veďte přímku *r*, která je rovnoběžná s rovinou $\sigma: 2x-4y+z+5=0$ a s rovinou $\gamma: x+5y-z+1=0$.

5.47 Bodem $R=[5;-2;3]$ veďte přímku *q*, která je rovnoběžná s rovinou $\lambda: x=1-2t+3s$, $y=2+t-s$, $z=-1-2t+2s$; $s,t\in\mathbb{R}$ a s rovinou $\beta: 3x-y-z+4=0$.

5.48 Zjistěte, jak daleko od počátku kartézského systému souřadnic leží rovina daná rovnicí $15x-10y-6z-190=0$.

5.49 Určete vzdálenost bodu $G=[1;-3;4]$ od roviny $\vartheta: 2x-6y+3z-4=0$.

5.50 Dokažte, že roviny $\lambda: x=-2-2t+s$, $y=3+t-s$, $z=1-3t+2s$; $s,t\in\mathbb{R}$ a $\delta: 2x-2y-2z+9=0$ jsou navzájem rovnoběžné. Pak určete jejich vzájemnou vzdálenost.

5.51 Napište obecnou rovnici roviny τ, která má od roviny γ dané rovnicí $2x-3y+6z-5=0$ vzdálenost 3 j.

5.52 V rovině λ leží bod $U=[3;2;-1]$ a rovina je kolmá k přímce $l: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-2}=1-z$. Určete vzdálenost bodu $W=[2;-2;-1]$ od roviny λ.

5.53 Najděte bod, který je průsečík roviny $\eta: 3x-y-2z-3=0$ s rovinou *yz* a který má od roviny $\rho: 6x-2y-3z-5=0$ vzdálenost 5 j.

5.54 Najděte souřadnice bodu, který je průsečík roviny $\alpha: 2x+y-3z-2=0$ s rovinou *xy* a který má od roviny $\beta: 3x+2y-6z+7=0$ vzdálenost 4 j.

5.55 Vrcholy K a O pravoúhlého trojúhelníku KOS s pravým úhlem při vrcholu O leží v rovině $\psi: x+y\sqrt{2}+z+1=0$ a vrcholy K a $S=\left[-1;\sqrt{2};2\right]$ na přímce $r: x+4=\frac{y-2}{\sqrt{2}}=-(z+1)$. Určete obsah trojúhelníka KOS.

5.56 Vypočítejte objem válce, jehož podstavy leží v rovinách $\beta: 2x-y-2z-12=0$ a $\chi: 6x-3y-6z+27=0$ a jehož podstavy mají poloměr 5 j.

5.57 Vypočítejte souřadnice bodu, který je souměrný s počátkem soustavy souřadnic podle roviny σ: $6x+2y-9z+121=0$.

5.58 Jsou dány body $S=[1;-2;-2]$, $U=[2;-1;-1]$, $K=[1;-1;-2]$ a $Y=[0;2;-2]$. Vypočítejte vzdálenost bodu Y od roviny SUK a najděte souřadnice bodu Y v osové souměrnosti podle přímky SU.

5.59 Jsou dány roviny $\omega: x+2y-2z-5=0$ a $\tau: 2x-y+2z+3=0$. Napište předpis roviny, která dělí úhel mezi rovinami ω a τ.

5.60 Jsou dány roviny $\psi: 2x-2y-2z+3=0$ a $\lambda: x+y-z-2=0$. Napište předpis roviny, která dělí úhel mezi rovinami ψ a λ.

5.61 Jsou dány roviny $\alpha: 2x-y+2z-8=0$ a $\beta: x+2y+2z-12=0$. Napište předpis roviny, která dělí úhel mezi rovinami α a β. Jaká je poslední souřadnice bodu $A=[1;-3;z_A]$, který v této rovině leží?

5.62 Jsou dány roviny $\alpha: 2x-y-z+6=0$, $\beta: 2x-y-z-12=0$, $\lambda: 2x+y+3z+4=0$ a $\sigma: 2x+y+3z-20=0$. Dokažte, že dvojice rovin α a β, λ a σ jsou navzájem rovnoběžné. Vypočítejte vzájemnou vzdálenost rovin α a β, λ a σ. Vypočítejte odchylku rovin α a λ. Napište rovnici průsečnice rovin α a λ. Uvažte na této průsečnici úsečku délky 7 j a těleso, které tato úsečka a zadané roviny vymezují. Určete objem tohoto tělesa.

5.63 Bodem $D=[3;-2;1]$ veďte přímku kolmou k rovině $\beta: 2x-3y-z+11=0$.

5.64 Vypočítejte vzdálenost bodu $K=[2;1;-3]$ od přímky $q: x=-3-t$, $y=t$, $z=8+t$; $t\in\mathbb{R}$.

5.65 Vypočítejte vzdálenost bodu $L=[1;2;-1]$ od přímky, která prochází body $M=[1;-2;-3]$ a $N=[3;-4;1]$.

5.66 Dokažte, že přímky $m: x = 5 - 2t$, $y = -4 + 2t$, $z = 6 - 4t$; $t \in \mathbb{R}$ a $n: x = 2 + s$, $y = -1 - s$, $z = 3 + 2s$; $s \in \mathbb{R}$ jsou rovnoběžné. Pak určete jejich vzájemnou vzdálenost.

5.67 Dokažte, že přímky $k: x = 1 - 2t$, $y = -1 + t$, $z = 2 - 2t$; $t \in \mathbb{R}$ a $l: x = 3 + s$, $y = 1 - s$, $z = 2 + s$; $s \in \mathbb{R}$ jsou mimoběžné. Poté vypočítejte jejich vzdálenost.

5.68 Dokažte, že přímky $u: x = 4 + t$, $y = 2 - t$, $z = -1 + 2t$; $t \in \mathbb{R}$ a $v: x = 1 - 2s$, $y = -1 - 2s$, $z = -3 - s$; $s \in \mathbb{R}$ jsou mimoběžné. Poté vypočítejte jejich vzdálenost.

5.69 Dokažte, že přímky $a: x = 1 - t$, $y = 1 + t$, $z = 2 + t$; $t \in \mathbb{R}$ a $b: x = 2 + 2s$, $y = -1 + s$, $z = 4 - s$; $s \in \mathbb{R}$ jsou mimoběžné. Poté napište parametrické vyjádření jejich příčky, která prochází bodem $A = [2; 1; 1]$.

5.70 Dokažte, že přímky $g: x = 1 - t$, $y = 1 + 2t$, $z = 2 - t$; $t \in \mathbb{R}$ a $h: x = -1 - s$, $y = -1 + s$, $z = 2 + 2s$; $s \in \mathbb{R}$ jsou mimoběžné. Poté napište parametrické vyjádření jejich příčky, která je rovnoběžná s vektorem $\vec{w} = (1; -1; 2)$.

5.71 Určete odchylku dvou rovin $\alpha: x + 4y + 13z - 2 = 0$ a $\tau: 6x + 5y - 2z + 3 = 0$.

5.72 Určete odchylku dvou rovin $\varepsilon: x + y - 4z + 2 = 0$ a $\mu: x = 3 - 2t - 4s$, $y = 1 - 2t + s$, $z = -3 - t + 3s$; $s, t \in \mathbb{R}$.

5.73 Určete odchylku dvou rovin $\lambda: x = 3 - t - 2s$, $y = 1 - 2t + s$, $z = 2 + 2t - s$; $s, t \in \mathbb{R}$ a $\varphi: x = 1 - 2k - l$, $y = -6 + 2k + l$, $z = 2 - k - l$; $k, l \in \mathbb{R}$.

5.74 Určete odchylku přímky $q: x = 3$, $y = 2 - r$, $z = -3 - r$; $r \in \mathbb{R}$ a roviny $\omega: x = 1 + t - 3s$, $y = 2 - t + 3s$, $z = 5 - 6t - 4s$; $s, t \in \mathbb{R}$.

5.75 Určete odchylku přímky $p: x = -1 + t$, $y = 1 + t$, $z = -3 + 2t$; $t \in \mathbb{R}$ a roviny $\mu: x - 2y - z + 7 = 0$.

5.76 Vypočítejte úhly, které svírá rovina $\varepsilon: 2x - 2y + z - 6 = 0$ s osami kartézského systému souřadnic.

5.77 Osou z veďte rovinu τ, jejíž odchylka od roviny $\rho: 2x + y - z\sqrt{5} = 0$ je $60°$.

Řešení

1. Bod, souřadnice bodu, vzdálenost bodů

1.1 $\mathrm{K}=[2;3]$; $\mathrm{L}=[-2;4]$; $\mathrm{M}=[-4;-3]$; $\mathrm{N}=[4;-2]$; $\mathrm{O}=[3;0]$; $\mathrm{P}=[0;-4]$;

1.2 $\sqrt{10}$ j;

1.3 $\sqrt{33}$ j;

1.4 není;

1.5 $\mathrm{P}_1=[-7;0]$; $\mathrm{B}_1=[9;0]$;

1.6 $\mathrm{B}_1=[0;-3]$; $\mathrm{B}_1=[0;-9]$;

1.7 $\mathrm{P}=\left[0;0;\frac{11}{6}\right]$;

1.8 $\mathrm{S}=\left[-\frac{1}{2};-2\right]$;

1.9 $\mathrm{S}=[1;0;-2]$;

1.10 $\mathrm{T}=[3;1]$;

1.11 $\mathrm{X}=[3;-2;-13]$;

1.12 $\frac{5}{2}$ j; $\sqrt{13}$ j; $\frac{\sqrt{73}}{2}$ j;

1.13 $\sqrt{6}$ j; 3 j; $\sqrt{11}$ j;

1.14 $\mathrm{K}=\left[2;-\frac{1}{3}\right]$;

1.15 $\mathrm{F}=\left[\frac{11}{7};\frac{15}{7};\frac{19}{7}\right]$;

1.16 $\mathrm{K}=\left[-\frac{13}{4};\frac{23}{4}\right]$;

1.17 $\mathrm{V}=\left[-2;\frac{1}{2};2\right]$;

1.18 $\mathrm{T}=[1;1]$;

1.19 $\mathrm{T}=[1;1]$;

1.20 $\mathrm{K}=[5;4;-4]$;

1.21 $\mathrm{T}=\left[\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{4}{3}\right]$;

1.22 $\mathrm{T}=\left[-5;-\frac{5}{3}\right]$

1.23 $\mathrm{P}=[2;1]$; $\mathrm{K}=[3;3]$; $\mathrm{S}_{\mathrm{PR}}=\left[\frac{5}{2};2\right]$; $\mathrm{S}_{\mathrm{PQ}}=\left[\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right]$; $|\mathrm{QR}|=\sqrt{13}$ j; $|\mathrm{PR}|=\sqrt{5}$ j.

2. Vektory

2.1 $\overrightarrow{\mathrm{RS}}=(-4;1)$; $\overrightarrow{\mathrm{UR}}=(-2;6)$; $\overrightarrow{\mathrm{TR}}=(4;7)$; $\overrightarrow{\mathrm{RT}}=(-4;-7)$; $\overrightarrow{\mathrm{SU}}=(6;-7)$; $\overrightarrow{\mathrm{TS}}=(0;8)$;

2.2 $\vec{a}=(4;2)$; $\vec{b}=(-2;6)$; $\vec{c}=(2;-5)$; $\vec{d}=(0;-4)$; $\vec{e}=(5;0)$;

2.3 je;

2.4 $\mathrm{A}=[1;2]$;

2.5 $\sqrt{38}$ j;

2.6 $a_{\mathrm{x}}=\pm\frac{4}{5}$;

2.7 nelze;

2.8 $s_{\mathrm{z}}=\pm\frac{\sqrt{11}}{4}$;

2.9 $n_{\mathrm{y}}=\pm\sqrt{3}$;

2.10 $k_{\mathrm{x}}=\pm2\sqrt{3}$;

2.11 $\overrightarrow{u_0}=(-0,6;0,8)$;

2.12 $\overrightarrow{m_0}=\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$;

2.13 $(-1;4;3)$;

2.14 a) $\vec{w}=(4,5;-1;10,5)$; b) $\vec{p}=(-2,2;-7,8;10,3)$; c) $\vec{q}=(-18;10;30)$;

2.15 $\sigma=\pm0,4$;

2.16 $\alpha=\pm\frac{10\sqrt{14}}{7}$;

2.17 a) ano, b) ne;

2.18 $q_{\mathrm{y}}=1$;

2.19 $\mathrm{M}=[0;-8]$;

2.20 $\mathrm{F}=[-2+2k;1-5k;2+6k]$, a) $k\in\mathbb{R}^{+}$; b) $k\in\mathbb{R}^{-}$;

2.21 lineárně závislé: $\vec{u} = 2\vec{v} + 7\vec{w}$;
2.22 lineárně nezávislé;
2.23 $a_2 = 12$;
2.24 $p_3 = 4$;
2.25 a) 16; b) -13;
2.26 3;
2.27 $-10\sqrt{3}$;
2.28 $\frac{\pi}{2}$;
2.29 $\frac{\pi}{6}$;
2.30 $\frac{\pi}{3}$;
2.31 $\frac{5\pi}{6}$;
2.32 $\frac{2\pi}{3}$;
2.33 $\frac{\pi}{2}$;
2.34 $\frac{\pi}{2}$;
2.35 $\frac{\pi}{4}$;
2.36 $\frac{\pi}{3}$;
2.37 $\frac{2\pi}{3}$;
2.38 $\frac{5\pi}{6}$;
2.39 $\vec{w} = k(3;2); k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;
2.40 $\vec{b} = (8;6)$;
2.41 $\overrightarrow{d_1} = (0;3)$; $\overrightarrow{d_2} = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}\right)$;
2.42 $\overrightarrow{m_1} = \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$; $\overrightarrow{m_2} = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}; \frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$;
2.43 $\mathrm{T} = \left[0; -5 \pm 5\sqrt{3}\right]$
2.44 $\mathrm{Q} = \left[2 \pm 5\sqrt{2}; 0; 0\right]$;
2.45 5 j; 5 j; $5\sqrt{2}$; 90° 45°; 45°;
2.46 je to čtverec;
2.47 17,32 kJ;
2.48 175 J;
2.49 3 μWb;
2.50 315 nWb;
2.51 $(-7;-1;-5)$;
2.52 $(5;6;-4)$;
2.53 $(0;0;0)$;
2.54 $\alpha(1;1;0); \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;
2.55 $2\sqrt{3}$ j;
2.56 5;
2.57 72;
2.58 $\sqrt{26}$ j^2;
2.59 $9\sqrt{6}$ j^2;
2.60 $21\sqrt{2}$ j^2;
2.61 2 j^3;
2.62 10 j^3
2.63 $\overrightarrow{M} = (10;-70;-40)$ N·cm;
2.64 $\vec{F} = e(5;4;3)\cdot 10^2$ N;
2.65 $3e\cdot\sqrt{10}\cdot 10^6$ N; 130°.

3. Přímka v rovině

3.1 $p: x = 1-3t, y = -2+4t; t \in \mathbb{R}$;
3.2 $x = 5+2t, y = 3+t; t \in \mathbb{R}$;
3.3 $p: x = 2-7t, y = 6+t; t \in \mathbb{R}$
3.4 M leží na přímce, N neleží na přímce;
3.5 a) $x = -2+5t$, $y = 1-5t; t \in \langle 0;1\rangle$; b) $x = -2+5t$, $y = 1-5t; t \in \mathbb{R}_0^+$; c) $x = -2+5t$, $y = 1-5t; t \in (-\infty;1\rangle$; d) $x = -2+5t$, $y = 1-5t; t \in \mathbb{R}$;
3.6 $x = -2+5t$; $y = 3+3t; t \in \mathbb{R}$;
3.7 viz obr. 7;
3.8 $u: x = 1+2t$, $y = 2+3t; t \in \mathbb{R}$; $v: x = -3$, $y = 1+t; t \in \mathbb{R}$; $w: x = -3+4t$, $y = 3-2t; t \in \mathbb{R}$;
3.9 $x = 1+t, y = 1+2t; t \in \langle 0;1\rangle$; $x = 1-2t, y = 1+3t; t \in \langle 0;1\rangle$; $x = 2-3t, y = 3+t; t \in \langle 0;1\rangle$;
3.10 $x = -2-3t, y = 3+4t; t \in \mathbb{R}$; $x = -1+t, y = -1+5t; t \in \mathbb{R}$; $x = 3+4t, y = 2+t; t \in \mathbb{R}$;

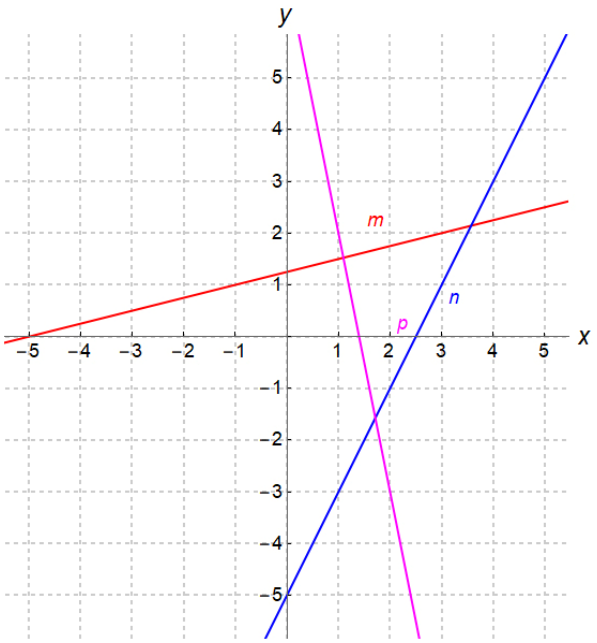
3.11 $x=-1+\frac{t}{2}, y=3-5t; t\in\langle 0;1\rangle$; $x=-2+2t, y=-1+t; t\in\langle 0;1\rangle$; $x=1-\frac{5t}{2}, y=-3+4t; t\in\langle 0;1\rangle$;

3.12 $x=2+2t, y=-1-3t; t\in\mathbb{R}$;

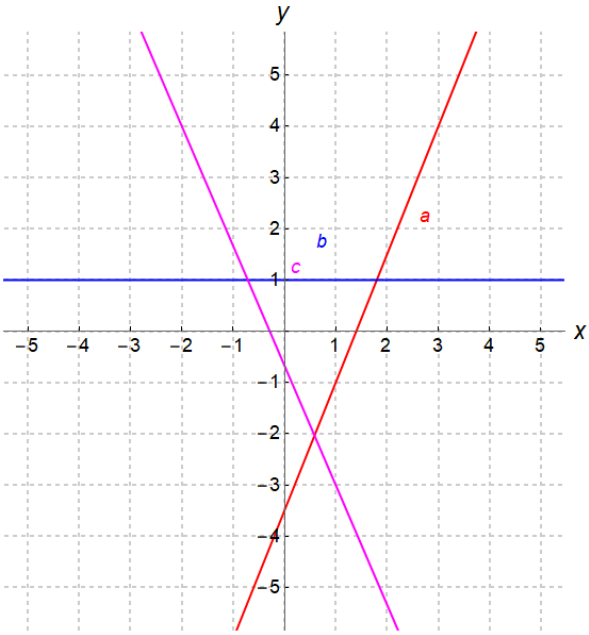
3.13 $x=-3+5t, y=1+4t; t\in\mathbb{R}$;

3.14 $x=1+0{,}3t, y=2-0{,}1t; t\in\langle 0;2\rangle$; $\mathrm{C}=[1{,}6;1{,}8]\,\mathrm{m}$;

3.15 $x=2-2t, y=-3+t; t\in\langle 0;3\rangle$; $\mathrm{K}=[-4;0]\,\mathrm{m}$; $|\mathrm{CK}|=3\sqrt{5}\,\mathrm{m}$;



obr. 7



obr. 8

3.16 $7x+2y-16=0$;

3.17 $5x+2y+3=0$;

3.18 $x-3=0$;

3.19 $4x+5y+7=0$;

3.20 $9x+8y-29=0$;

3.21 $2x+3y-5=0$;

3.22 $5x-2y-30=0$;

3.23 $p: x+7y-5=0$, $q: 7x-y-35=0$ nebo $p: x+y+1=0$, $q: x-y+1=0$;

3.24 viz obr. 8;

3.25 $k: 7x-y-9=0$; $l: x-7y+11=0$; $m: 3x+2y=0$;

3.26 $2x+3y+5=0$; $5x+2y+7=0$; $7x+5y+1=0$;

3.27 $3x-4y+13=0$; $2x+y-2=0$; $5x-3y+11=0$;

3.28 $x-4y=0$; $3x+2y=0$; $4x-2y-7=0$;

3.29 $\alpha\in\left(-\frac{3}{2};-1\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right)$;

3.30 $a: x=-2+3t$, $y=2t; t\in\mathbb{R}$;

3.31 $l: y=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$;

3.32 $y=2x+5$;

3.33 $y=x\sqrt{3}-4$;

3.34 $y=-x\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}+3$;

3.36 $y=x\sqrt{3}+7$;

3.37 $y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$;

3.38 nelze;

3.39 $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$;

3.40 $-\frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$;

3.35 $y=-x\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}-2$;

3.41 $\mathrm{P}_1=[3;0]$; $\mathrm{P}_2=[0;-4]$;

3.42 1,5;

3.43 a) $\frac{x}{3}+y=1$, b) $x+\frac{y}{2}=1$, c) $x-\frac{y}{0,4}=1$, d) $-x-\frac{y}{\frac{5}{6}}=1$, e) nelze;

3.44 $\mathrm{T}=\left[\frac{4}{3};2\right]$;

3.45 $\mathrm{O}=\left[\frac{8}{3};-\frac{13}{3}\right]$; $\mathrm{D}=\left[-\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right]$; $\mathrm{S}=\left[-\frac{10}{3};-\frac{4}{3}\right]$;

3.46 $2x+y+1=0$;

3.47 $x-2y+5=0$;

3.48 $4x+3y+2=0$;

3.49 a) $2x+y-10=0$; b) $4x+2y-5=0$;

3.50 různoběžné $\mathrm{P}=\left[\frac{53}{5};\frac{32}{5}\right]$; shodné; různoběžné $\mathrm{P}=\left[\frac{52}{25};-\frac{27}{25}\right]$;

3.51 a) ne; b) ne; c) $\mathrm{P}=[8;5]$;

3.52 $x-2y+7=0$;

3.53 $\mathrm{P}=\left[0;\frac{15}{7}\right]$;

3.54 $\mathrm{P}=\left[\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right]$; $\frac{10}{3}\sqrt{2}$ j;

3.55 $\frac{\pi}{6}$;

3.56 $\frac{\pi}{4}$;

3.57 $\frac{\pi}{3}$;

3.58 $\frac{\pi}{4}$;

3.59 $\mathrm{A}=\left[\frac{33-3\sqrt{3}}{3};3\sqrt{3}+1\right]$; $\mathrm{B}=\left[\frac{20-\sqrt{3}}{4};\frac{24-\sqrt{3}}{4}\right]$; $\mathrm{C}=\left[3;3\sqrt{3}+1\right]$; $30°$; $90°$; $60°$;

3.60 $7x-5y-11=0$; $x-y-2=0$;

3.61 $x\sqrt{3}-3y+12-5\sqrt{3}=0$; $x\sqrt{3}+y-12+5\sqrt{3}=0$; $x\sqrt{3}-3y+36-15\sqrt{3}=0$; $\mathrm{X}=\left[5-4\sqrt{3};0\right]$; $\mathrm{Y}=\left[0;12-5\sqrt{3}\right]$;

3.62 $x-5y+19=0$; $5x+y-9=0$;

3.63 $2x-y+10=0$; $x+2y-5=0$;

3.64 $\frac{16}{5}$ j;

3.65 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ j;

3.66 3 j;

3.67 $\frac{13\sqrt{10}}{10}$ j;

3.68 $\frac{3\sqrt{13}}{26}$ j;

3.69 $\frac{8}{5}$ j;

3.70 $\sqrt{5}$ j;

3.71 $\mathrm{P}_{12}=\left[0;1\pm2\sqrt{26}\right]$;

3.72 $\mathrm{P}_1=[-3;0]$; $\mathrm{P}_2=[1;0]$;

3.73 $\mathrm{A}_1=[-6;-2]$; $\mathrm{A}_2=[9;8]$;

3.74 $\mathrm{A}_1=[2;-2]$; $\mathrm{A}_2=[0;-4]$;

3.75 $\frac{32\sqrt{5}}{5}$ j; $\frac{64}{5}$ j^2;

3.76 $\mathrm{Z}=[-9;6]$; $\mathrm{U}=[-3;-2]$; $\mathrm{B}=[5;4]$; $\mathrm{R}=[-1;12]$;

3.77 2 j a 5 j;

3.78 2 rovnoběžné přímky: $8x-6y+35=0$, $8x-6y-25=0$;

3.79 a) $3x-4y+45=0$, $3x-4y-5=0$; b) $4x+3y+35=0$, $4x+3y-15=0$;

3.80 $x+2y-8=0$ nebo $x-2y+12=0$;

3.81 $x+y-2=0$ nebo $4x+y-8=0$;

3.82 a) $b=-\frac{5}{2}$; b) $b=0$; c) $b=-3\sqrt{3}$;

3.83 a) $2x+2y+7=0$, $4x-4y+13=0$; b) $42x+154y-123=0$, $198x-54y+163=0$;

3.84 $\frac{13}{2}\,\mathrm{j}^2$.

4. Přímka v prostoru

4.1 $x=2+2t$, $y=1-t$, $z=-3+t$; $t\in\mathbb{R}$;

4.2 $x=1+3t$, $y=-1-5t$, $z=4-t$; $t\in\mathbb{R}$;

4.3 $x=3-t$, $y=-3t$, $z=1$; $t\in\mathbb{R}$;

4.4 $x=2-3t$, $y=1+t$, $z=-4+t$; $t\in\mathbb{R}$;

4.5 $\mathrm{L}=[-1,4;-3;0,2]$;

4.6 $x=2-5t$, $y=-2+2t$, $z=2-4t$; $t\in\mathbb{R}$; $x=2-2r$, $y=-2-2r$, $z=2$; $r\in\mathbb{R}$; $x=-3+3s$, $y=-4s$, $z=-2+4s$; $s\in\mathbb{R}$;

4.7 $x=1+2t$, $y=5-3t$, $z=-2+t$; $t\in\mathbb{R}$;

4.8 $x=3+t$, $y=2t$, $z=-1-2t$; $t\in\mathbb{R}$;

4.9 $c: x=5-3r$, $y=1-r$, $z=6-5r$; $r\in\mathbb{R}$;

4.10 $d: x=1+r$, $y=-2-4r$, $z=3+2r$; $r\in\mathbb{R}$;

4.11 mimoběžné;

4.12 a) $h_3=-\frac{31}{7}$; b) nelze; c) $h_3\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{31}{7}\right\}$;

4.13 nemohou, přímky AC a BD jsou mimoběžné;

4.14 m = -3;

4.15 mimoběžné;

4.16 a) ne; b) ne; c) $\mathrm{A}=[7;-3;-2]$;

4.17 $\frac{\pi}{6}$;

4.18 $\frac{\pi}{4}$;

4.19 $\frac{\pi}{3}$;

4.20 -1; $\frac{59}{11}$.

5. Rovina

5.1 $x=1-3t+2s$, $y=-2+3t+4s$, $z=-3+3t+4s$; $s,t\in\mathbb{R}$;

5.2 body neurčují rovinu;

5.3 a) rovina není jednoznačně určena; b) $x=1-3t-s$, $y=-1+2t-2s$, $z=-2+3t+2s$; $s,t\in\mathbb{R}$;

5.4 $x=-3-5t+s$, $y=1-2t-s$, $z=4+5t-2s$; $s,t\in\mathbb{R}$;

5.5 bod A leží na přímce b;

5.6 $\mathrm{P}\in\tau$; $\mathrm{Q}\notin\tau$; $\mathrm{R}\notin\tau$;

5.7 $x_S=-\frac{5}{8}$;

5.8 $2x-3y+z-11=0$;

5.9 $5x-5y-z+33=0$;

5.10 $2x-y-2z-2=0$

5.11 $3x-6y+z-46=0$;

5.12 a) $8x+5y-2z-14=0$; b) vektory neurčují rovinu;

5.13 $x-9y+11z+16=0$;

5.14 $8x+y+5z-15=0$;

5.15 $3x+8y-7z-35=0$;

5.16 $x-4y-2z-1=0$;

5.17 $11x-17y-7z-2=0$;

5.18 $z_{\mathrm{B}}=-\frac{3}{4}$; $y_{\mathrm{C}}\in\mathbb{R}\setminus\{12\}$;

5.19 $\alpha: 5x+7y+4z-9=0$;

5.20 $2y-3z+7=0$;

5.21 $3y-2z=0$;

5.22 $z_{\mathrm{D}}\cdot x+x_{\mathrm{C}}\cdot z-x_{\mathrm{C}}\cdot z_{\mathrm{D}}=0$;

5.23 $x+y+z-4=0$;

5.24 $5x+y+3z-23=0$;

5.25 $x=3-3t-3s$, $y=-6t$, $z=2s$; $s,t\in\mathbb{R}$;

5.26 $\mathrm{P}=[5;-1;10]$;

5.27 $\mathrm{P}=[-3;1;7]$;

5.28 rovnoběžné;

5.29 přímka leží v rovině;

5.30 $\mathrm{P}=[-1;3;0]$;

5.31 přímka leží v rovině;

5.32 $7x+4y+5z-30=0$;

5.33 $2y+z-9=0$; $2x-3z-1=0$; $x+3y-14=0$;

5.34 $b=5$: rovnoběžné; $b\in\mathbb{R}\setminus\{5\}$: $\mathrm{P}=\left[\frac{5(b-3)}{5-b};\frac{5}{5-b};\frac{b}{b-5}\right]$;

5.35 $a=4\wedge d=-2$: přímka leží v rovině; $a=4\wedge d\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$: rovnoběžné; $a\in\mathbb{R}\setminus\{4\}$: $\mathrm{P}=\left[\frac{d+2}{4-a};\frac{a-3d-10}{2(4-a)};\frac{-7a+d+30}{2(4-a)}\right]$;

5.36 $\mathrm{Q}'=[5;5;5]$;

5.37 rovnoběžné různé;

5.38 průsečnice $p: x=t$, $y=3+t$, $z=4+t$; $t\in\mathbb{R}$;

5.39 totožné roviny;

5.40 průsečnice $p: x=2t$, $y=-1+10t$, $z=-1{,}5+7t$; $t\in\mathbb{R}$;

5.41 $\mathrm{P}=[2;5;6]$;

5.42 průsečnice $p: x=2t$, $y=0{,}5-5t$, $z=-16t$; $t\in\mathbb{R}$;

5.43 $\mathrm{P}=\left[\frac{14}{15};-\frac{17}{15};-\frac{7}{5}\right]$;

5.44 průsečnice $p_1: x=t$, $y=5-5t$, $z=-7+9t$; $t\in\mathbb{R}$; $p_2: x=s$, $y=-7-5s$, $z=17+9s$; $s\in\mathbb{R}$; $p_3: x=k$, $y=17-5k$, $z=-25+9k$; $k\in\mathbb{R}$;

5.45 rovnoběžné různé;

5.46 $r: x=-1+t$, $y=1-3t$, $z=-3-14t$; $t\in\mathbb{R}$;

5.47 $q: x=5+k$, $y=-2-3k$, $z=3+6k$; $k\in\mathbb{R}$;

5.48 10 j;
5.49 4 j;
5.50 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ j;
5.51 $\tau_1 : 2x-3y+6z-26=0$; $\tau_2 : 2x-3y+6z+16=0$;
5.52 2 j;
5.53 $\mathrm{P}_1=[0;69;-36]$; $\mathrm{P}_2=[0;-71;34]$;
5.54 $\mathrm{P}_1=[39;-76;0]$; $\mathrm{P}_2=[-17;36;0]$;
5.55 $2\sqrt{7-2\sqrt{2}}$ j^2;
5.56 175π j^3;
5.57 $\mathrm{O}'=[-12;-4;18]$;
5.58 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ j; $\mathrm{Y}'=[4;-4;0]$;
5.59 $x-3y+4z+8=0$; $3x+y-2=0$;
5.60 $4x-4z-1=0$; $4y-7=0$;
5.61 $3x+y+4z-20=0$; $z_{\mathrm{A}}=5$; $x-3y+4=0$; v této rovině bod A ležet nemůže;
5.62 $3\sqrt{6}$ j; $\frac{12\sqrt{14}}{7}$ j; $\frac{\pi}{2}$; $p: x=2+t,\ y=-8+4t,\ z=-2t;\ t\in\mathbb{R}$; $72\cdot\sqrt{21}$ j^3;
5.63 $x=3+2t$; $y=-2-3t$; $z=1-t$; $t\in\mathbb{R}$;
5.64 $4\sqrt{17}$ j;
5.65 $2\sqrt{5}$ j;
5.66 $\sqrt{3}$ j;
5.67 $\sqrt{2}$ j;
5.68 $\frac{\sqrt{2}}{5}$ j;
5.69 $x=2-6k$, $y=1-5k$, $z=1+6k$; $k\in\mathbb{R}$;
5.70 $x=1+k$, $y=-3-k$, $z=-2+2k$; $k\in\mathbb{R}$;
5.71 $\frac{\pi}{2}$;
5.72 $\frac{\pi}{4}$;
5.73 $\frac{\pi}{3}$;
5.74 $\frac{\pi}{6}$;
5.75 $\frac{\pi}{6}$;
5.76 41,81°; 41,81°; 19,47°;
5.77 $3x-y=0$ nebo $x+3y=0$.