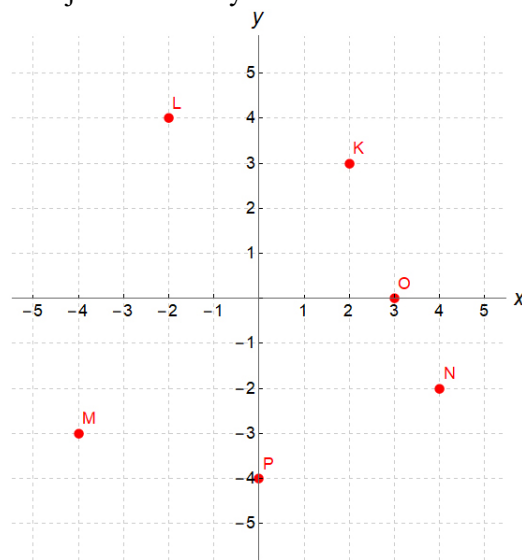


## Analytická geometrie lineárních útvarů

### 1. Bod, souřadnice bodu, vzdálenost bodů

1.1 Určete souřadnice bodů, které jsou zobrazeny na obr. 1.



obr. 1

1.2 Určete délku úsečky UV, která je dána body  $U = [1; -2]$  a  $V = [2; 1]$ .

1.3 Určete délku úsečky EF, která je dána body  $E = [0; 2; -1]$  a  $F = [2; -3; 1]$ .

1.4 Rozhodněte, zda trojúhelník s vrcholy  $A = [3; 2]$ ,  $B = [-1; -1]$  a  $C = [11; -6]$  je pravoúhlý.

1.5 Na ose y najděte bod, který je vzdálený od bodu  $A = [4; -6]$  o délku 5 j.

1.6 Na ose z najděte bod, který má stejnou vzdálenost od bodů  $Q = [-2; 1; 4]$  a  $R = [3; 0; 1]$ .

1.7 Určete souřadnice středu úsečky CD, je-li  $C = [3; -1]$  a  $D = [-4; -3]$ .

1.8 Určete souřadnice středu úsečky MN, je-li  $M = [-1; 2; -3]$  a  $N = [3; -2; -1]$ .

1.9 Úsečka ST má střed  $V = [1; 2]$ . Určete souřadnice bodu T, jestliže pro bod S platí  $S = [-1; 3]$ .

1.10 Úsečka XY má střed  $Z = [2; 0; -5]$ . Určete souřadnice bodu X, jestliže pro bod Y platí  $Y = [1; 2; 3]$ .

1.11 Určete délku těžnic v trojúhelníku KLM, jsou-li dány body  $K = [2; 0]$ ,  $L = [2; 3]$  a  $M = [-2; 0]$ .

1.12 Určete délky středních příček v trojúhelníku COP, je-li dáno  $C = [-2; 0; 2]$ ,  $O = [2; 2; -2]$  a  $P = [4; -2; 0]$ .

1.13 Určete souřadnice bodu K, který dělí úsečku AB v poměru 1:2, přičemž  $A = [4; -2]$  a  $B = [-2; 3]$ .

1.14 Určete souřadnice bodu F, který dělí úsečku RS v poměru 4:3, přičemž  $R = [1; 1; 1]$  a  $S = [2; 3; 4]$ .

1.15 Bod  $U = [-1; 2]$  dělí úsečku KL v poměru 3:4. Určete souřadnice bodu K, jestliže  $L = [2; -3]$ .

1.16 Bod  $Q = [-1; 0; 2]$  dělí úsečku UV v poměru 2:1. Určete souřadnice bodu V, jestliže  $U = [1; -1; 2]$ .

1.17 Určete těžiště trojúhelníka HUP, je-li dáno:  $H = [-2; 1]$ ,  $U = [3; 3]$  a  $P = [2; -1]$ .

1.18 Určete těžiště trojúhelníka ABS, je-li dáno:  $A = [-2; 1]$ ,  $B = [2; -4]$  a  $S = [3; 6]$ .

**1.19** Těžiště  $T$  trojúhelníka  $LAK$  má souřadnice  $T = [2; 3; -2]$  a jeho dva vrcholy souřadnice  $L = [3; 2; -4]$  a  $A = [-2; 3; 2]$ . Určete souřadnici třetího vrcholu trojúhelníka  $LAK$ .

**1.20** V trojúhelníku  $RVP$  je dáno:  $R = [-3; -2; -1]$ ,  $V = [-1; 3; 2]$  a střed strany  $RP$   $U = [1; 1; 1]$ . Určete těžiště trojúhelníka  $RVP$ .

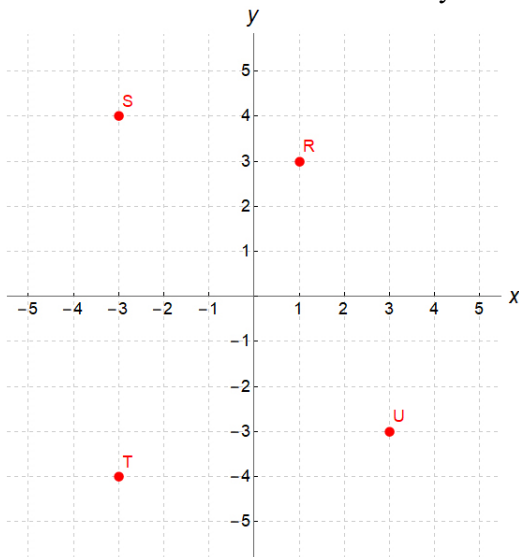
**1.21** V trojúhelníku  $NOC$  je dáno:  $N = [1; 3]$ , střed strany  $o$   $K = [-3; 1]$  a střed strany  $c$   $L = [-4; -2]$ . Určete těžiště trojúhelníka  $NOC$ .

**1.22** V trojúhelníku  $PQR$  je délka strany  $PQ$  rovna  $\sqrt{10}$  j a vzdálenost bodu  $P$  od středu protilehlé strany je rovna  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  j, přičemž tento bod má souřadnice  $V = \left[4; \frac{3}{2}\right]$ . Bod  $Q$  má souřadnice  $Q = [5; 0]$  a  $x$ -ová souřadnice bodu  $P$  je 2. Určete zbývající souřadnici bodu  $P$ , souřadnice bodu  $R$ , souřadnice zbývajících středů stran trojúhelníka  $PQR$  a délky zbývajících stran trojúhelníka.

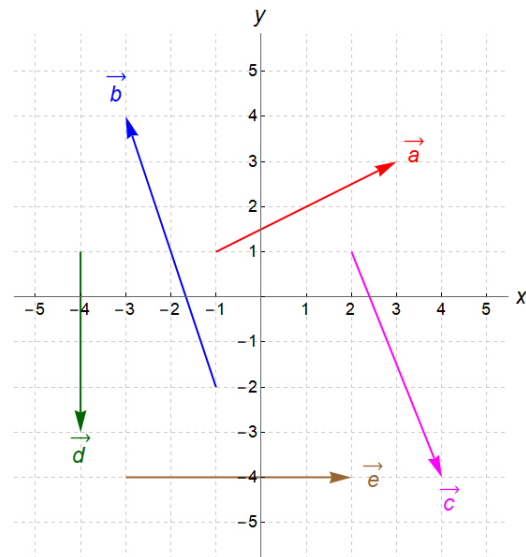
## 2. Vektory

**2.1** Určete souřadnice vektorů  $\overrightarrow{RS}$ ,  $\overrightarrow{UR}$ ,  $\overrightarrow{TR}$ ,  $\overrightarrow{RT}$ ,  $\overrightarrow{SU}$  a  $\overrightarrow{TS}$  tvořených body zobrazenými na obr. 2.

**2.2** Určete souřadnice vektorů zobrazených na obr. 3.



obr. 2



obr. 3

**2.3** Zjistěte, zda vektor  $\vec{v} = (1; 2; -1)$  je roven vektoru  $\overrightarrow{AB}$ , je-li dáno:  $A = [-1; 1; 5]$  a  $B = [0; 3; 4]$

**2.4** Umístěte vektor  $\vec{q} = \overrightarrow{ZA} = (3; -1)$  do bodu  $Z = [-2; 3]$ .

**2.5** Určete velikost vektoru  $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$ , kde  $C = [-1; 0; 3]$  a  $D = [2; 2; -2]$ .

**2.6** Určete zbývající souřadnici vektoru  $\vec{a} = \left(a_x; \frac{3}{5}\right)$  tak, aby vektor  $\vec{a}$  byl jednotkový.

**2.7** Určete zbývající souřadnici vektoru  $\vec{w} = \left(2; w_y; -\frac{5}{3}\right)$  tak, aby vektor  $\vec{w}$  byl jednotkový.

**2.8** Určete zbývající souřadnici vektoru  $\vec{s} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; s_z\right)$  tak, aby vektor  $\vec{s}$  byl jednotkový.

**2.9** Určete zbývající souřadnici vektoru  $\vec{n} = (-1; n_y)$  tak, aby velikost vektoru  $\vec{n}$  byla 2 j.

**2.10** Určete zbývající souřadnici vektoru  $\vec{k} = (k_x; -2; 3)$  tak, aby velikost vektoru  $\vec{k}$  byla 5 j.

**2.11** Napište jednotkový vektor ve směru vektoru  $\vec{u} = (-6; 8)$ .

- 2.12 Napište jednotkový vektor ve směru vektoru  $\vec{m} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ .
- 2.13 Zjistěte souřadnice součtu vektorů  $\vec{a} = (1; 3; 4)$ ,  $\vec{b} = (-2; 3; -1)$ ,  $\vec{c} = (0; -3; 2)$  a  $\vec{d} = (0; 1; -2)$ .
- 2.14 Jsou dány vektory  $\vec{a} = (0; 2; -4)$ ,  $\vec{b} = (1; 2; -1)$  a  $\vec{c} = (-2; 2; 3)$ . Zjistěte souřadnice vektoru a)  $\vec{w} = \vec{a} + 0,5\vec{b} - 2\vec{c}$ , b)  $\vec{p} = -2(\vec{a} + \vec{b}) + 0,1\vec{c}$ , c)  $\vec{q} = -\vec{a} - 4(0,5\vec{b} - 2\vec{c})$ .
- 2.15 Určete reálné číslo  $\sigma$  tak, aby velikost vektoru  $\sigma\vec{k}$  byla 2 j, přičemž  $\vec{k} = (4; -3)$ .
- 2.16 Určete reálné číslo  $\alpha$  tak, aby velikost vektoru  $\alpha\vec{q}$  byla 20 j. Přitom  $\vec{q} = (-3; 1; -2)$ .
- 2.17 Rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou vektory a)  $\vec{k} = (-1; 3; 2)$  a  $\vec{l} = (2; -6; -4)$ , b)  $\vec{m} = (2; -1; -4)$  a  $\vec{n} = (8; 4; -16)$  rovnoběžné.
- 2.18 Určete souřadnici  $q_y$  tak, aby vektory  $\vec{p} = (9; -3)$  a  $\vec{q} = (-3; q_y)$  byly navzájem rovnoběžné.
- 2.19 Body  $K = [1; -4]$  a  $L = [-2; 3]$  tvoří vektor. Určete souřadnice bodu M tak, aby byl vektor  $\overline{MN}$  rovnoběžný s vektorem  $\overline{KL}$ . Přitom  $N = [-3; -1]$  a oba vektory mají stejnou velikost.
- 2.20 Určete souřadnice bodu F tak, aby vektor  $\overline{EF}$  byl a) souhlasně, b) nesouhlasně rovnoběžný s vektorem  $\overline{AB}$ , kde  $A = [-1; 2; -3]$ ,  $B = [1; -3; 3]$  a  $E = [-2; 1; 2]$ .
- 2.21 Zjistěte, zda vektory  $\vec{u} = (12; 1; 14)$ ,  $\vec{v} = (-1; -3; 0)$  a  $\vec{w} = (2; 1; 2)$  lineárně závislé či nezávislé.
- 2.22 Zjistěte, zda vektory  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ ,  $\vec{l} = (2; 1; 1)$  a  $\vec{m} = (1; 1; 1)$  lineárně závislé či nezávislé.
- 2.23 Určete  $a_2 \in \mathbb{R}$  tak, aby vektory  $\vec{a} = (2; a_2; 5)$ ,  $\vec{b} = (1; 2; 1)$  a  $\vec{r} = (-5; -2; -2)$  byly lineárně závislé.
- 2.24 Určete  $p_3 \in \mathbb{R}$  tak, aby vektory  $\vec{p} = (4; 4; p_3)$ ,  $\vec{q} = (-2; -2; -1)$  a  $\vec{r} = (1; 2; 3)$  byly lineárně závislé.
- 2.25 Vypočtěte skalární součin vektorů a)  $\vec{a} = (7; -1)$  a  $\vec{b} = (3; 5)$ ; b)  $\vec{u} = (5; 2; -1)$  a  $\vec{v} = (-1; -3; 2)$ .
- 2.26 Vypočtěte skalární součin dvou vektorů, pro které platí:  $|\vec{m}| = 3$  j,  $|\vec{n}| = 2$  j a  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .
- 2.27 Vypočtěte skalární součin dvou vektorů, pro které platí:  $|\vec{j}| = 4$  j,  $|\vec{k}| = 5$  j a  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ .
- 2.28 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{s} = (1; -2)$  a  $\vec{t} = (2; 1)$ .
- 2.29 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{u} = (6; 2\sqrt{3})$  a  $\vec{v} = (3; 0)$ .
- 2.30 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{c} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{9}{2}\right)$  a  $\vec{d} = (-1; \sqrt{3})$ .
- 2.31 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{a} = (2\sqrt{3}; 2)$  a  $\vec{b} = (-1; 0)$ .
- 2.32 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{k} = (\sqrt{3}; 1)$  a  $\vec{l} = (-\sqrt{3}; 1)$ .
- 2.33 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{r} = (4; 1; 13)$  a  $\vec{s} = (5; 6; -2)$ .
- 2.34 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{p} = (-2; 1; -9)$  a  $\vec{q} = (-3; 12; 2)$ .
- 2.35 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{x} = (-4; 1; 1)$  a  $\vec{y} = (-2; -1; 2)$ .
- 2.36 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{f} = (0; -3; -3)$  a  $\vec{h} = (-2; -2; 0)$ .
- 2.37 Vypočtěte úhel vektorů  $\vec{m} = (1; 3; -2)$  a  $\vec{n} = (2; -1; 3)$ .

- 2.38** Určete souřadnice vektoru  $\vec{w}$ , který je kolmý k vektoru  $\vec{a} = (-2; 3)$ .
- 2.39** Určete souřadnice vektoru  $\vec{b}$ , který je kolmý k vektoru  $\vec{c} = (3; -4)$  a který má velikost 10 j.
- 2.40** Určete souřadnice vektoru  $\vec{d}$ , který svírá s vektorem  $\vec{k} = (-1; \sqrt{3})$  úhel  $\frac{\pi}{6}$  a který má velikost 3 j.
- 2.41** Určete souřadnice vektoru  $\vec{m}$ , který svírá s vektorem  $\vec{n} = (1; -3)$  úhel  $\frac{3\pi}{4}$  a který má velikost 2 j.
- 2.42** Jsou dány body  $U = [-1; 2]$  a  $V = [1; 3]$ . Určete na ose  $y$  bod  $T$  tak, aby úhel vektorů  $\overline{VT}$  a  $\overline{VU}$  byl roven  $\frac{\pi}{3}$ .
- 2.43** Jsou dány body  $R = [2; 5; 10]$  a  $S = [2; 1; 7]$ . Určete na ose  $x$  bod  $Q$  tak, aby úhel vektorů  $\overline{SR}$  a  $\overline{SQ}$  byl roven  $\frac{2\pi}{3}$ .
- 2.44** Vrcholy trojúhelníku BUK jsou  $B = [2; -4; 9]$ ,  $U = [-1; -4; 5]$  a  $K = [6; -4; 6]$ . Vypočítejte délky stran trojúhelníka BUK a velikost jeho vnitřních úhlů.
- 2.45** Zjistěte, zda čtyřúhelník s vrcholy  $K = [5; 2; 6]$ ,  $O = [6; 4; 4]$ ,  $L = [4; 3; 2]$  a  $A = [3; 1; 4]$  je čtverec.
- 2.46** Jarda táhne saně silou o velikosti 200 N po dráze 100 m. Provázek, za který Jarda táhne, svírá se směrem pohybu úhel  $30^\circ$ . Jakou práci uvedená síla vykoná?
- 2.47** Jarda působí silou  $\vec{F} = (30; -15; 10)$  N na balík, který se pohybuje po trajektorii určené směrovým vektorem  $\vec{s} = (15; 15; -5)$  m. Jakou práci vykoná?
- 2.48** Vypočítejte magnetický indukční tok v dutině cívky o obsahu průřezu  $5 \text{ cm}^2$ , je-li velikost magnetické indukce homogenního magnetického pole v dutině cívky 12 mT a indukční čáry svírají s normálou plochy úhel  $60^\circ$ .
- 2.49** Vypočítejte magnetický indukční tok v dutině cívky o obsahu průřezu  $7 \text{ cm}^2$ , je-li magnetická indukce homogenního magnetického pole v dutině cívky  $\vec{B} = (250; 150; -100) \mu\text{T}$  a normálový vektor plochy je  $\vec{n} = (-1; 2; 1)$ .
- 2.50** Vypočítejte vektorový součin vektorů  $\vec{a} = (-1; 2; 1)$  a  $\vec{b} = (1; 3; -2)$ .
- 2.51** Vypočítejte vektorový součin vektorů  $\vec{n} = (2; -1; 1)$  a  $\vec{m} = (0; -2; -3)$ .
- 2.52** Vypočítejte vektorový součin vektorů  $\vec{k} = (4; -2; -4)$  a  $\vec{l} = (-2; 1; 2)$ .
- 2.53** Najděte souřadnice vektoru, který je kolmý k vektorům  $\vec{p} = (1; -1; -2)$  a  $\vec{q} = (-2; 2; 1)$ .
- 2.54** Určete velikost vektoru  $\vec{z} = (-1; -3; 4) \times (1; 1; -2)$ .
- 2.55** Vypočítejte:  $(2; -1; 3) \times (-1; 3; -1) \cdot (-2; 1; -2)$ .
- 2.56** Vypočítejte:  $4(-1; 2; -1) \cdot (1; 1; -2) \times (-2; -1; -3)$ .
- 2.57** Vypočítejte obsah rovnoběžníku AUTO, jestliže jeho stranu UA tvoří vektor  $\vec{a} = (-3; 1; 2)$  a stranu UT tvoří vektor  $\vec{b} = (2; -2; -1)$ .
- 2.58** Vypočítejte obsah rovnoběžníku KOZA, jestliže  $K = [1; 4; -2]$ ,  $O = [2; -3; 1]$  a  $Z = [3; 1; 2]$ .
- 2.59** Vypočítejte obsah rovnoběžníku MRAK, jestliže  $M = [-2; 3; -1]$ ,  $R = [1; -2; 1]$  a  $A = [4; 1; -2]$ .

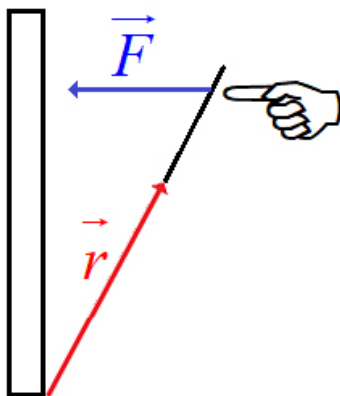
**2.60** Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu, jehož tři hrany protínající se v jednom bodě jsou tvořeny vektory  $\vec{k} = (1; -1; 2)$ ,  $\vec{l} = (-2; 3; -2)$  a  $\vec{m} = (-1; 1; 0)$ .

**2.61** Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu, jehož tři hrany protínající se v jednom bodě jsou tvořeny vektory  $\vec{p} = (3; -3; -2)$ ,  $\vec{q} = (2; 1; 2)$  a  $\vec{r} = (-1; 3; 4)$ .

**2.62** Na obr. 4 je zobrazena schematicky situace při zavírání okna. Určete moment síly  $\vec{F} = (1; -1; 2)$  N působící na okno při jeho zavírání. Zobrazený polohový vektor je  $\vec{r} = (30; 10; -10)$  cm.

**2.63** Elektron s nábojem  $e$  vletí rychlostí  $\vec{v} = (1; -2; 1) \cdot 10^5$  m·s<sup>-1</sup> do homogenního magnetického pole s magnetickou indukcí  $\vec{B} = (2; -1; -2)$  mT. Určete magnetickou sílu, která na něj v tomto poli bude působit.

**2.64** Proton s nábojem  $e$  vletí rychlostí  $\vec{v} = (2; 1; -3) \cdot 10^6$  m·s<sup>-1</sup> do homogenního magnetického pole s magnetickou indukcí  $\vec{B} = (1; -1; 3)$  mT. Určete velikost magnetické síly, která na něj v tomto poli bude působit. Jaký úhel svírá vektor rychlosti protonu se směrem magnetických indukčních čar?



obr. 4

### 3. Přímka v rovině

**3.1** Napište parametrické vyjádření přímky  $p$  dané bodem  $A = [1; -2]$  a vektorem  $\vec{u} = (-3; 4)$  s ní rovnoběžným.

**3.2** Napište parametrické vyjádření přímky procházející body  $C = [5; 3]$  a  $D = [7; 4]$ .

**3.3** Napište parametrické vyjádření přímky  $p$ , která prochází bodem  $E = [2; 6]$  a je rovnoběžná s přímkou PQ, kde  $P = [3; 7]$  a  $Q = [-4; 8]$ .

**3.4** Rozhodněte, zda body  $M = [5; 3]$  a  $N = \left[-\frac{31}{2}; 0\right]$  leží na přímce  $q$  dané bodem  $K = [-5; 7]$  a vektorem  $\vec{s} = (3; 2)$ .

**3.5** Napište parametrické vyjádření a) úsečky MN, b) polopřímky MN, c) polopřímky NM, d) přímky MN, jestliže  $M = [-2; 1]$  a  $N = [3; -4]$ .

**3.6** Napište parametrické vyjádření tečny kružnice, která prochází jejím bodem  $T = [-2; 3]$ . Střed kružnice má souřadnice  $S = [1; -2]$ .

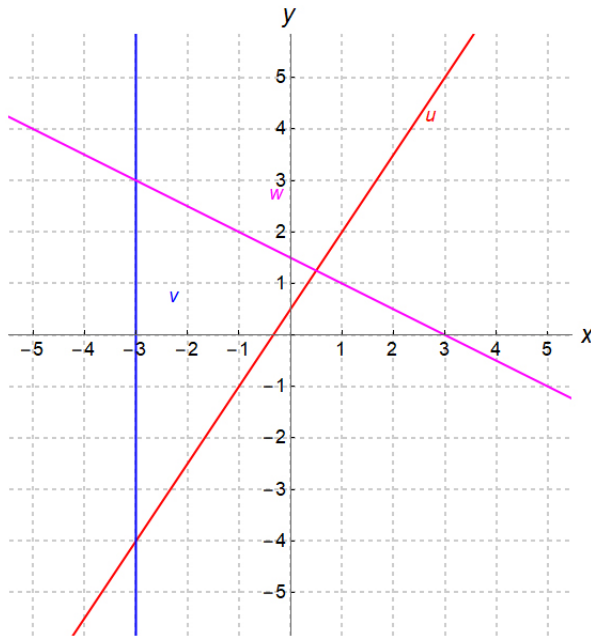
**3.7** Zakreslete do soustavy souřadnic přímky, které jsou dány parametrickým vyjádřením:  $m: x = 3 + 4t, y = 2 + t; t \in \mathbb{R}$ ,  $n: x = 3 - t, y = 1 - 2t; t \in \mathbb{R}$  a  $p: x = 2 - t, y = -3 + 5t; t \in \mathbb{R}$ .

**3.8** Napište parametrická vyjádření přímk, které jsou zobrazeny na obr. 5.

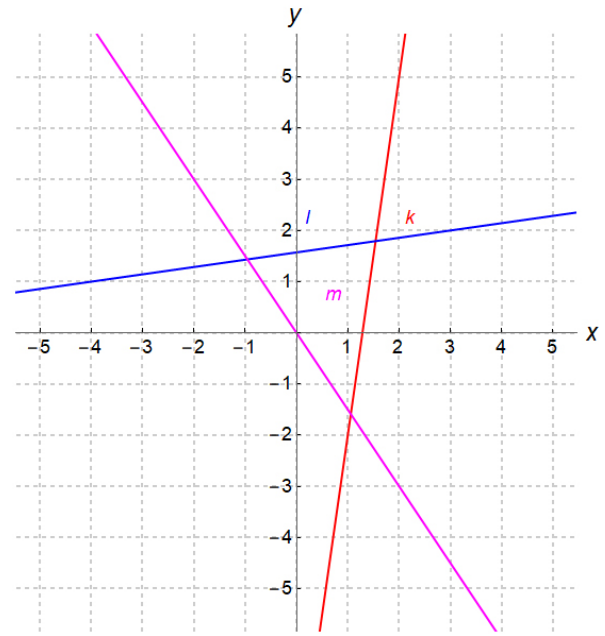
**3.9** Napište parametrické vyjádření stran trojúhelníka HIC, jestliže  $H = [1; 1]$ ,  $I = [2; 3]$  a  $C = [-1; 4]$ .

**3.10** Napište parametrické vyjádření přímek, na nichž leží výšky trojúhelníka CIP, jestliže  $C = [3; 2]$ ,  $I = [-1; -1]$  a  $P = [-2; 3]$ .

**3.11** Napište parametrické vyjádření těžnic trojúhelníka NOS, jestliže  $N = [-1; 3]$ ,  $O = [-2; -1]$  a  $S = [1; -3]$ .



obr. 5



obr. 6

**3.12** Mravenec se pohybuje po vodorovné podlaze stálou rychlostí  $\vec{v} = (3; -1) \text{ dm} \cdot \text{s}^{-1}$  z bodu  $S = [1; 2] \text{ m}$  po dobu dvou sekund. Napište předpis mravencovi trajektorie a určete, v jakém bodě svůj pohyb skončí?

**3.13** Mravenec se pohybuje po vodorovné podlaze stálou rychlostí  $\vec{v} = (-2; 1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  z bodu  $P = [2; -3] \text{ m}$  po dobu tří sekund. Napište předpis mravencovi trajektorie. V jakém bodě svůj pohyb skončí? Jak daleko od místa startu skončí?

**3.14** Napište rovnici přímky, která prochází bodem  $L = [2; 1]$  a je kolmá k vektoru  $\vec{n} = (7; 2)$ .

**3.15** Napište rovnici přímky, která prochází bodem  $Q = [1; -4]$  a je rovnoběžná s vektorem  $\vec{q} = (-2; 5)$ .

**3.16** Napište rovnici přímky, která prochází bodem  $K = [3; -2]$  a je rovnoběžná s osou  $y$ .

**3.17** Napište obecnou rovnici přímky, jestliže tato přímka je dána parametrickým vyjádřením  $x = -3 + 5t$  a  $y = 1 - 4t; t \in \mathbb{R}$ .

**3.18** Napište obecnou rovnici přímky, je-li přímka dána body  $U = [-3; 7]$  a  $V = [5; -2]$ .

**3.19** Napište obecnou rovnici přímky  $p$ , která je kolmá k přímce  $q: 3x - 2y + 2 = 0$  a prochází bodem  $W = [4; -1]$ .

**3.20** Napište obecnou rovnici tečny kružnice, která prochází jejím bodem  $T = [4; -5]$ . Střed kružnice má souřadnice  $S = [-1; -3]$ .

**3.21** Jsou dány body  $R = [-2; 1]$  a  $S = [6; 7]$ . Bodem  $R$  ved'te přímku  $p$  a bodem  $S$  přímku  $q$  tak, aby přímky  $p$  a  $q$  byly vzájemně kolmé a jejich průsečík ležel na ose  $x$ .

**3.22** Zakreslete do soustavy souřadnic přímky, které jsou dány obecnými rovnicemi:  $a: 5x - 2y - 7 = 0$ ,  $b: 7x + 3y + 2 = 0$  a  $c: y - 1 = 0$ .

**3.23** Napište obecné rovnice přímek, které jsou zobrazeny na obr. 6.

- 3.24** Napište obecné rovnice stran trojúhelníka LUK, jestliže  $L = [-1; -1]$ ,  $U = [2; -3]$  a  $K = [-3; 4]$ .
- 3.25** Napište obecné rovnice výšek trojúhelníka ZUB, jestliže  $Z = [-1; 2]$ ,  $U = [2; -2]$  a  $B = [-3; 1]$ .
- 3.26** Napište obecné rovnice přímk, na nichž leží střední příčky trojúhelníka EKG, jestliže  $E = [1; 2]$ ,  $K = [-1; -2]$  a  $G = [3; -1]$ .
- 3.27** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $c$ , která prochází bodem  $L = [-1; 3]$  a jejíž směrnice je rovna 2.
- 3.28** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $a$ , která prochází bodem  $U = [2\sqrt{3}; 2]$  a jejíž směrový úhel je  $60^\circ$ .
- 3.29** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $k$ , která prochází bodem  $U = [-1; 3]$  a jejíž směrový úhel je  $-30^\circ$ .
- 3.30** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $q$ , která prochází bodem  $Z = [-3; -2]$  a s osou  $y$  svírá úhel  $60^\circ$ .
- 3.31** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $r$ , která prochází bodem  $R = [-\sqrt{3}; 4]$  a s osou  $y$  svírá úhel  $-30^\circ$ .
- 3.32** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $u$ , která prochází body  $P = [1; -2]$  a  $Q = [-3; 1]$ .
- 3.33** Napište směrnicový tvar rovnice přímky  $v$ , která prochází body  $M = [5; 4]$  a  $N = [5; -1]$ .
- 3.34** Napište úsekový tvar přímky, která protíná osy kartézského systému v bodech  $R = [4; 0]$  a  $S = [0; 5]$ .
- 3.35** Napište úsekový tvar přímky, která protíná osy kartézského systému v bodech  $E = [-3; 0]$  a  $F = [0; 6]$ .
- 3.36** Určete souřadnice bodů, v nichž protíná přímka daná rovnicí  $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$  osy kartézského systému.
- 3.37** Určete směrnici přímky, která je dána rovnicí v úsekovém tvaru  $-\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ .
- 3.38** Vyjádřete v úsekovém tvaru přímku danou obecnou rovnicí a)  $x + 3y - 3 = 0$ , b)  $2x + y - 2 = 0$ , c)  $2x - 5y - 2 = 0$ , d)  $5x + 6y + 5 = 0$ , e)  $x - 1 = 0$ .
- 3.39** Určete souřadnice těžiště trojúhelníka, který je dán body  $L = [2; 0]$ ,  $U = [4; 2]$  a  $P = [-2; 4]$ .
- 3.40** Do soustavy souřadnic zakreslete trojúhelník ODS, jehož strany OD, DS a SO leží po řadě na přímkách daných rovnicemi  $2x + y - 1 = 0$ ,  $x - y + 2 = 0$  a  $x + 2y + 6 = 0$ . Určete graficky i početně souřadnice jeho vrcholů.
- 3.41** Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímk daných rovnicemi  $3x - 2y - 9 = 0$  a  $4x + y - 1 = 0$  a je rovnoběžná s přímkou danou rovnicí  $2x + y - 3 = 0$ .
- 3.42** Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímk  $2x + y - 5 = 0$  a  $x - y + 2 = 0$  a je rovnoběžná s přímkou  $x - 2y + 1 = 0$ .
- 3.43** Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímk  $x + 2y + 3 = 0$  a  $3x - y - 5 = 0$  a je kolmá k přímce  $3x - 4y - 6 = 0$ .
- 3.44** Napište rovnice kolmic vedených k přímce  $2x - 4y - 10 = 0$  v jejím průsečíku s osou a)  $x$ , b)  $y$ .
- 3.45** Určete vzájemnou polohu dvou přímk  $p, q$ , které jsou dány:
- |                       |   |   |
|-----------------------|---|---|
| $p: 2x - 3y + 19 = 0$ | $p: 8x - 2y + 7 = 0$                            | $p: x = 4 - 1,2t, y = 1 - 1,3t; t \in \mathbb{R}$ |
| $q: 3x - 2y + 2 = 0$  | $q: x = 3 + t, y = 15,5 + 4t; t \in \mathbb{R}$ | $q: x = r, y = 1 - r; r \in \mathbb{R}$           |

- 3.46** Jsou dány body  $C = [2; 3]$ ,  $D = [-1; 2]$ ,  $E = [5; 11]$  a  $F = [4; 13]$ . Zjistěte, zda se protínají a) úsečky CD a EF, b) polopřímky CD a EF, c) přímky CD a EF.
- 3.47** Zjistěte vzájemnou polohu přímek  $k: 2x + y + 4 = 0$  a  $l: x - 4y + 11 = 0$ . Jsou-li přímky různoběžné, napište rovnici přímky kolmé na přímkou  $k$  procházející průsečíkem přímek  $k$  a  $l$ .
- 3.48** Určete odchylku přímek  $u: x = 1 + t\sqrt{3}$ ,  $y = -2 + t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $v: x = -4 + s$ ,  $y = 2 + s\sqrt{3}$ ;  $s \in \mathbb{R}$ .
- 3.49** Určete odchylku přímek  $p: 5x + y - 3 = 0$  a  $q: 3x - 2y + 1 = 0$ .
- 3.50** Určete odchylku přímek  $k: x = -5 - 3t$ ,  $y = 6$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $l: 3x + y\sqrt{3} - 11 = 0$ .
- 3.51** Určete odchylku přímek  $m: x - 3y + 5 = 0$  a  $n: y = -0,5x + 2$ .
- 3.52** Určete velikost vnitřních úhlů trojúhelníka ABC, jehož strany leží na přímkách  $a: x\sqrt{3} - y + 1 = 0$ ,  $b: y - 3\sqrt{3} - 1 = 0$  a  $c: x\sqrt{3} + 3y - 20\sqrt{3} - 3 = 0$ . Určete souřadnice vrcholů tohoto trojúhelníka.
- 3.53** Světelný paprsek prochází bodem  $K = [3; 2]$ , odráží se od zrcadla, které leží na přímce popsané rovnicí  $x + y + 1 = 0$  a dopadá do bodu  $L = [2; 0]$ . Najděte rovnici přímky, na níž leží dopadající a odražený paprsek.
- 3.54** Světelný paprsek vychází z bodu  $P = [5; 4]$ , dopadá na osu  $x$  pod úhlem  $60^\circ$ , odráží se od ní a poté dopadá na osu  $y$ , od níž se také odráží. Určete rovnice přímek, na nichž leží všechny 3 paprsky, a souřadnice bodů, v nichž se paprsek odráží od jednotlivých os.
- 3.55** Napište rovnici přímky  $u$ , která svírá s přímkou  $v: 2x + 3y - 2 = 0$  úhel  $\frac{\pi}{4}$  a která prochází bodem  $U = [1; 4]$ .
- 3.56** Napište obecnou rovnici přímky  $r$ , která svírá s přímkou  $t: x = -1 + 3s$ ,  $y = 2 + s$ ;  $s \in \mathbb{R}$  úhel  $\frac{\pi}{4}$  a která prochází bodem  $R = [-3; 4]$ .
- 3.57** Vypočítejte vzdálenost bodu  $K = [-1; 5]$  od přímky  $p$  dané rovnicí  $3x - 4y + 7 = 0$ .
- 3.58** Určete vzdálenost bodu  $M = [2; -3]$  od přímky  $k$  dané rovnicí  $y = 2x - 1$ .
- 3.59** Určete vzdálenost bodu  $J = [-3; 1]$  od přímky  $u$  dané parametrickým vyjádřením  $x = 1 + 3t$ ,  $y = 4 - t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ .
- 3.60** Dokažte, že přímky dané rovnicemi  $f: 2x - 3y + 1 = 0$  a  $g: 4x - 6y + 5 = 0$  jsou rovnoběžné. Poté určete jejich vzájemnou vzdálenost.
- 3.61** Dokažte, že přímky dané parametrickými vyjádřeními  $m: x = 1 + 3t$ ,  $y = 3 - 4t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $n: x = 2 - 3s$ ,  $y = -1 + 4s$ ;  $s \in \mathbb{R}$  jsou rovnoběžné. Poté určete jejich vzájemnou vzdálenost.
- 3.62** Dokažte, že přímky dané rovnicemi  $k: x = -2 - 4t$ ,  $y = 1 - 2t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $l: x - 2y + 5 = 0$  jsou rovnoběžné. Poté určete jejich vzájemnou vzdálenost.
- 3.63** Na ose  $y$  najděte bod, který má od přímky  $a$  dané rovnicí  $y = 5x + 1$  vzdálenost rovnou 2 j.
- 3.64** Na ose  $x$  najděte bod, který má od přímky  $b$  dané parametrickým vyjádřením  $x = 2 - t$ ,  $y = 3 - t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  vzdálenost rovnou  $\sqrt{2}$  j.
- 3.65** Na přímce  $k$  dané rovnicí  $2x - 3y + 6 = 0$  najděte bod, který má od přímky  $p$  dané rovnicí  $4x - 3y + 3 = 0$  vzdálenost 3 j.
- 3.66** Na přímce  $m$  dané rovnicí  $3x + y - 4 = 0$  najděte bod, který má od přímky  $n$  dané rovnicí  $x + 2y - 3 = 0$  vzdálenost  $\sqrt{5}$  j.
- 3.67** Určete obvod a obsah čtverce, jehož protilehlé strany leží na přímkách daných rovnicemi  $2x - y + 15 = 0$  a  $2x - y - 6 = 0$ .



**3.68** Strana UB čtverce ZUBR leží na přímce dané rovnicí  $3x - 4y + 1 = 0$ . Bod  $S = [-2; 5]$  je středem úsečky ZB. Určete souřadnice vrcholů čtverce ZUBR.

**3.69** Určete množinu bodů, které mají od přímky  $8x - 6y + 5 = 0$  vzdálenost rovnou 3 j.

**3.70** Napište rovnici přímky, která je ve vzdálenosti 5 j od bodu  $A = [-4; 2]$  a je a) rovnoběžná, b) kolmá k přímce dané rovnicí  $3x - 4y + 2 = 0$ .

**3.71** Přímka prochází bodem  $P = [-2; 5]$  a má od bodu  $Q = [3; 5]$  vzdálenost  $\sqrt{5}$  j. Napište její rovnici.

**3.72** Napište rovnici trajektorie pohybu bodu  $M = [x; y]$ , jehož vzdálenost od přímky  $p: y = 2x - 4$  je třikrát větší než jeho vzdálenost od přímky  $q: y = 4 - 2x$ .

**3.73** V rovnici přímky  $p: 3x + b \cdot y - 1 = 0$  určete parametr  $b$  tak, aby: a) přímka procházela bodem  $E = [2; 2]$ , b) přímka  $p$  byla rovnoběžná s osou  $y$ , c) směrový úhel přímky  $p$  měl velikost  $\frac{\pi}{6}$ .

**3.74** Napište rovnice os úhlů, jejichž ramena leží na přímkách, které jsou dány rovnicemi:

a)  $x - 3y + 3 = 0$  a  $3x - y + 10 = 0$ ;                      b)  $6x - 8y + 11 = 0$  a  $12x + 5y + 2 = 0$ .

**3.75** Vypočítejte obsah trojúhelníku s vrcholy  $L = [2; 3]$ ,  $U = [5; 1]$  a  $K = [0; 0]$ .

#### **4. Přímka v prostoru**

**4.1** Napište parametrické vyjádření přímky  $r$ , která je dána bodem  $R = [2; 1; -3]$  a směrovým vektorem  $\vec{s} = (2; -1; 1)$ .

**4.2** Napište parametrické vyjádření přímky  $d$ , která prochází bodem  $Z = [1; -1; 4]$  a která je rovnoběžná s přímkou  $c$  danou parametrickým vyjádřením  $x = 3t$ ,  $y = 4 - 5t$ ,  $z = 1 - t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ .

**4.3** Napište parametrické vyjádření přímky  $u$ , která prochází body  $U = [3; 0; 1]$  a  $V = [2; -3; 1]$ .

**4.4** Napište parametrické vyjádření přímky  $q$ , která prochází bodem  $A = [2; 1; -4]$  a je rovnoběžná s přímkou procházející body  $S = [2; 1; -3]$  a  $T = [-1; 2; -2]$ .

**4.5** Určete zbývající souřadnice bodu  $L = [x_L; -3; z_L]$ , který leží na přímce MN dané body  $M = [1; -1; 1]$  a  $N = [-5; -9; 2]$ .

**4.6** Napište parametrické vyjádření stran trojúhelníka OSN, kde  $O = [2; -2; 2]$ ,  $S = [-3; 0; -2]$  a  $N = [0; -4; 2]$ .

**4.7** Napište parametrické vyjádření přímky  $q$ , která je rovnoběžná s přímkou  $p: x = 2t$ ,  $y = 2 - 3t$ ,  $z = 5 + t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a která prochází bodem  $A = [1; 5; -2]$ .

**4.8** Napište parametrické vyjádření přímky  $m$ , která je rovnoběžná s přímkou  $n$  procházející body  $K = [1; -1; 1]$  a  $L = [2; 1; -1]$  a která prochází bodem  $M = [3; 0; -1]$ .

**4.9** Napište parametrické vyjádření přímky  $c$ , která prochází průsečíkem přímky  $a: x = 2 + 3t$ ,  $y = 2 - t$ ,  $z = 5 + t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $b: x = 2 + s$ ,  $y = -2 + s$ ,  $z = -3 + 3s$ ;  $s \in \mathbb{R}$  a bodem  $C = [2; 0; 1]$ .

**4.10** Napište parametrické vyjádření přímky  $d$ , která prochází průsečíkem přímky  $p: x = 3 - t$ ,  $y = 2 - 2t$ ,  $z = 5 - t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $q: x = 2 + s$ ,  $y = -1 + s$ ,  $z = 4 + s$ ;  $s \in \mathbb{R}$  a je rovnoběžná s přímkou danou body  $E = [1; 2; 1]$  a  $F = [2; -2; 3]$ .

**4.11** Určete vzájemnou polohu přímek  $p$  a  $q$ . Přímka  $p$  je dána body  $A = [3; -2; -4]$  a  $B = [-1; 3; 0]$ , přímka  $q$  je určena bodem  $C = [-2; 2; 1]$  a vektorem  $\vec{v} = (1; -5; 6)$ , který je s přímkou  $q$  rovnoběžný.

**4.12** Přímka  $k$  prochází body  $E = [3; -2; 4]$  a  $F = [5; -1; 3]$ ; přímka  $l$  pak prochází body  $G = [1; -6; 2]$  a  $H = [5; 3; h_3]$ . Určete souřadnici  $h_3$  bodu  $H$  tak, aby přímky  $k$  a  $l$  byly: a) různoběžné, b) splývající a c) mimoběžné.

**4.13** Zjistěte, zda mohou body  $K = [1; 3; 4]$ ,  $L = [2; -2; -1]$ ,  $M = [-3; -2; 1]$  a  $N = [5; -1; 0]$  tvořit vrcholy rovinného čtyřúhelníku.

**4.14** Je dána přímka  $p$  parametrickým vyjádřením  $x = m + 2t$ ,  $y = 3t$ ,  $z = 6 - 4t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a přímka  $q$  s parametrickým vyjádřením  $x = 5 + s$ ,  $y = 1 - 4s$ ,  $z = -4 + s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ . Určete hodnotu reálného parametru  $m$  tak, aby přímky byly různoběžné a poté určete jejich průsečík.

**4.15** Určete vzájemnou polohu přímek  $p$  a  $q$ , které jsou dány takto:  $p: x = 1 + t$ ,  $y = 3 - 2t$ ,  $z = -1 + 3t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $q: x = 2 + 2s$ ,  $y = 5 + 3s$ ,  $z = s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ .

**4.16** Jsou dány body  $P = [3; -1; 4]$ ,  $Q = [1; 0; 7]$ ,  $R = [3; -7; 0]$  a  $S = [5; -5; -1]$ . Zjistěte, zda se navzájem protínají a) úsečky  $PQ$  a  $RS$ , b) polopřímky  $PQ$  a  $RS$ , c) přímky  $PQ$  a  $RS$ .

**4.17** Určete odchylku dvou přímek  $p: x = 3 + t$ ,  $y = 5 + t$ ,  $z = -1 - 2t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $q: x = -1 - 2k$ ,  $y = 4$ ,  $z = 4 + 2k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ .

**4.18** Přímka  $m$  je dána parametrickým vyjádřením  $m: x = 1 - 4t$ ,  $y = -2 + t$ ,  $z = 3 + t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a přímka  $n$  je dána bodem  $B = [2; -3; -4]$  a směrovým vektorem  $\vec{s} = (-2; -1; 2)$ . Určete odchylku těchto dvou přímek.

**4.19** Přímka  $u$  prochází body  $U = [-1; -2; 4]$  a  $V = [3; 0; 2]$ . Přímka  $v$  prochází body  $W = [3; 1; -5]$  a  $Z = [4; 3; -4]$ . Určete odchylku přímek  $u$  a  $v$ .

## 5. Rovina

**5.1** Napište parametrické vyjádření roviny, která prochází body  $T = [1; -2; -3]$ ,  $U = [-2; 1; 0]$  a  $K = [3; 2; 1]$ .

**5.2** Napište parametrické vyjádření roviny, která prochází body  $S = [2; -1; -3]$ ,  $A = [-2; -2; 1]$  a  $D = [-6; -3; 5]$ .

**5.3** Napište parametrické vyjádření roviny, která prochází body  $U = [1; -1; -2]$ ,  $V = [-2; 1; 1]$  a v níž leží vektor a)  $\vec{v} = (-3; 2; 3)$ , b)  $\vec{v} = (-1; -2; 2)$ .

**5.4** Napište parametrické vyjádření roviny, v níž leží bod  $L = [-3; 1; 4]$  a přímka  $k$  daná parametrickým vyjádřením  $x = 2 + r$ ,  $y = 3 - r$ ,  $z = -1 - 2r$ ;  $r \in \mathbb{R}$ .

**5.5** Napište parametrické vyjádření roviny, v níž leží bod  $A = [0; 2; -3]$  a přímka  $b$  daná parametrickým vyjádřením  $x = 2 - r$ ,  $y = -2 + 2r$ ,  $z = -1 - r$ ;  $r \in \mathbb{R}$ .

**5.6** Rovina  $\tau$  je určena body  $K = [1; 2; -3]$ ,  $L = [3; -2; 0]$  a  $M = [-1; -2; -3]$ . Zjistěte, zda v této rovině leží body  $P = [1; -2; -3]$ ,  $Q = [-5; 2; -6]$  a  $R = [1; -2; -6]$ .

**5.7** Rovina  $\lambda$  je dána body  $E = [-1; 3; -3]$ ,  $K = [2; -3; 4]$  a  $G = [5; -1; 7]$ . Určete zbývající souřadnici bodu  $S = [x_s; -4; 1]$  tak, aby ležel v rovině  $\lambda$ .

**5.8** Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem  $Z = [2; -1; 4]$  a je kolmá k vektoru  $\vec{k} = (-2; 3; -1)$ .

**5.9** Jsou dány body  $P = [3; -1; 2]$  a  $Q = [-2; 4; 3]$ . Napište obecnou rovnici roviny  $\alpha$ , která prochází bodem  $Q$  a je kolmá k vektoru  $\overline{PQ}$ .

**5.10** Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem  $U = [-1; 2; -3]$  a je kolmá k přímce  $p$  dané parametrickým vyjádřením  $x = 3 - 2t$ ,  $y = -1 + t$ ,  $z = 4 + 2t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ .

- 5.11** Napište obecnou rovnici roviny procházející bodem  $L = [3; -6; 1]$ , který je patou kolmice vedené počátkem soustavy souřadnic k této rovině.
- 5.12** Rovina  $\tau$  je dána bodem  $P = [1; 0; -3]$  a vektory a)  $\vec{u} = (-1; 1; 1)$  a  $\vec{v} = (3; -4; 2)$ , b)  $\vec{u} = (4; 6; -2)$  a  $\vec{v} = (-2; -3; 1)$ . Napište její obecnou rovnici.
- 5.13** Rovina  $\omega$  je dána body  $V = [2; 4; -2]$ ,  $A = [0; 3; -1]$  a  $K = [1; -2; 3]$ . Napište její obecnou rovnici.
- 5.14** Napište obecnou rovinu, která prochází body  $L = [1; 2; 1]$ ,  $H = [3; 1; -2]$  a  $C = [-1; -2; 5]$ .
- 5.15** Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží bod  $B = [4; 2; -1]$  a přímka  $p$  daná parametrickým vyjádřením  $x = 2 - 3r$ ,  $y = 1 + 2r$ ,  $z = -3 + r$ ;  $r \in \mathbb{R}$ .
- 5.16** Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží dvě přímky dané parametrickým vyjádřením  $a: x = 1 + 2t$ ,  $y = -1 - t$ ,  $z = 2 + 3t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $b: x = 3 + 2s$ ,  $y = 1 - s$ ,  $z = -1 + 3s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ .
- 5.17** Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží dvě přímky dané parametrickým vyjádřením  $p: x = 3 - t$ ,  $y = 1 + t$ ,  $z = 2 - 4t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a  $q: x = -2 + 4s$ ,  $y = -1 + 3s$ ,  $z = -1 - s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ .
- 5.18** V rovině  $\tau$  dané rovnicí  $2x + y - 4z + d = 0$  leží bod  $A = [2; 2; 1]$ . Určete zbývající souřadnici bodu  $B = [4; -3; z_B]$  tak, aby v rovině  $\tau$  ležel, a zbývající souřadnici bodu  $C = [-1; y_C; 2]$  tak, aby v rovině  $\tau$  neležel.
- 5.19** Napište obecnou rovnici roviny  $\alpha$ , v níž leží body  $P = [-2; 1; 3]$  a  $Q = [1; 0; 1]$  a která je kolmá k rovině  $\pi: 2x - 2y + z - 1 = 0$ .
- 5.20** Napište obecnou rovnici roviny rovnoběžné s osou  $x$  a procházející body  $M = [0; 1; 3]$  a  $N = [2; 4; 5]$ .
- 5.21** Napište obecnou rovnici roviny procházející osou  $x$  a bodem  $K = [0; -2; 3]$ .
- 5.22** Napište obecnou rovnici roviny rovnoběžné s osou  $y$  a protínající osy  $x$  a  $z$  v bodech  $C = [x_C; 0; 0]$  a  $D = [0; 0; z_D]$ .
- 5.23** Napište rovnici roviny, která prochází bodem  $W = [2; -1; 3]$  a protíná kladné části os souřadnic ve stejných vzdálenostech od počátku.
- 5.24** Rovina je popsána parametrickým vyjádřením  $x = 2 - t + 2s$ ,  $y = 1 + 2t - s$ ,  $z = 4 + t - 3s$ ;  $s, t \in \mathbb{R}$ . Napište její obecnou rovnici.
- 5.25** Napište parametrické vyjádření roviny dané obecnou rovnicí  $2x - y + 3z - 6 = 0$ .
- 5.26** Rozhodněte o vzájemné poloze přímky  $p: x = 3 - t$ ,  $y = 1 + t$ ,  $z = 2 - 4t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\lambda: 2x - 5y - 3z + 15 = 0$ .
- 5.27** Rozhodněte o vzájemné poloze přímky  $q: x = 1 - 2t$ ,  $y = -1 + t$ ,  $z = 3 + 2t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\rho: 3x - 5y - z + 21 = 0$ .
- 5.28** Rozhodněte o vzájemné poloze přímky  $u: x = 2 + 3t$ ,  $y = 1 - t$ ,  $z = -1 - 3t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\beta: 3x - 6y + 5z + 8 = 0$ .
- 5.29** Rozhodněte o vzájemné poloze přímky  $k: x = 1 - 2t$ ,  $y = 3 + 4t$ ,  $z = -2 + t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\alpha: 10x + 3y + 8z - 3 = 0$ .
- 5.30** Rozhodněte o vzájemné poloze přímky  $q: x = -3 + t$ ,  $y = -1 + 2t$ ,  $z = 2 - t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\omega: x = 1 - r + 3s$ ,  $y = 1 - r - 3s$ ,  $z = -2 + 4r - 3s$ ;  $r, s \in \mathbb{R}$ .
- 5.31** Rozhodněte o vzájemné poloze přímky  $l: x = -2 + t$ ,  $y = 4 - t$ ,  $z = 1 + 2t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\varphi: x = 2 + 3r + 2s$ ,  $y = 1 - 2r - s$ ,  $z = 4 + r - s$ ;  $r, s \in \mathbb{R}$ .
- 5.32** Napište obecnou rovnici roviny, v níž leží přímka  $r: x = 1 + 2t$ ,  $y = 2 - t$ ,  $z = 3 - 2t$ ;  $t \in \mathbb{R}$  a která je rovnoběžná s přímkou  $p: x = -1 + s$ ,  $y = 2 - 3s$ ,  $z = 3 + s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ .

- 5.33** Napište obecné rovnice rovin, v nichž leží přímka  $a: x=2-3t, y=4+t, z=1-2t; t \in \mathbb{R}$  a které jsou rovnoběžné vždy s jednou osou kartézského systému souřadnic.
- 5.34** V závislosti na reálném parametru  $b$  určete vzájemnou polohu přímky  $m: x=1-2t, y=3-t, z=-2+t; t \in \mathbb{R}$  a roviny dané obecnou rovnicí  $9: x+b \cdot y+7z+3=0$ .
- 5.35** V závislosti na reálných parametrech  $a$  a  $d$  určete vzájemnou polohu přímky  $v: x=-1+2t, y=1-3t, z=3+t; t \in \mathbb{R}$  a roviny dané obecnou rovnicí  $\varepsilon: a \cdot x+3y+z+d=0$ .
- 5.36** Najděte pravouhlý průmět bodu  $Q=[3; 1; -1]$  do roviny dané rovnicí  $x+2y+3z-30=0$ .
- 5.37** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\delta: x-2y+3z+2=0$  a  $\eta: 2x-4y+6z-4=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.38** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\alpha: 2x+3y-5z+11=0$  a  $\beta: x-3y+2z+1=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.39** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\mu: 3x-y-2z-3=0$  a  $\lambda: 9x-3y-6z-9=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.40** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\omega: x-3y+4z+3=0$  a  $\tau: 2x+y-2z-2=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.41** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\alpha: 2x+3y-5z+11=0, \beta: x-3y+2z+1=0$  a  $v: 4x+y-2z-1=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.42** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\sigma: 3x-2y+z+1=0, \rho: 2x+4y-z-2=0$  a  $\psi: 7x+6y-z-3=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.43** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\varphi: 5x-y+2z-3=0, \chi: 2x+2y-z-1=0$  a  $\kappa: x-2y+3z+1=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.44** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\gamma: x+2y+z-3=0, \varepsilon: 3x-3y-2z+1=0$  a  $\xi: x-7y-4z+19=0$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.45** Rozhodněte o vzájemné poloze rovin  $\delta: 4x-y-3z+2=0, \lambda: 8x-2y-6z-4=0$  a  $\mu: x=2+2t-s, y=1-t+2s, z=-3+3t-2s; s, t \in \mathbb{R}$ . Mají-li roviny společné body, určete je.
- 5.46** Bodem  $S=[-1; 1; -3]$  ved'te přímku  $r$ , která je rovnoběžná s rovinou  $\sigma: 2x-4y+z+5=0$  a s rovinou  $\gamma: x+5y-z+1=0$ .
- 5.47** Bodem  $R=[5; -2; 3]$  ved'te přímku  $q$ , která je rovnoběžná s rovinou  $\lambda: x=1-2t+3s, y=2+t-s, z=-1-2t+2s; s, t \in \mathbb{R}$  a s rovinou  $\beta: 3x-y-z+4=0$ .
- 5.48** Zjistěte, jak daleko od počátku kartézského systému souřadnic leží rovina daná rovnicí  $15x-10y-6z-190=0$ .
- 5.49** Určete vzdálenost bodu  $G=[1; -3; 4]$  od roviny  $9: 2x-6y+3z-4=0$ .
- 5.50** Dokažte, že roviny  $\lambda: x=-2-2t+s, y=3+t-s, z=1-3t+2s; s, t \in \mathbb{R}$  a  $\delta: 2x-2y-2z+9=0$  jsou navzájem rovnoběžné. Pak určete jejich vzájemnou vzdálenost.
- 5.51** Napište obecnou rovnici roviny  $\tau$ , která má od roviny  $\gamma$  dané rovnicí  $2x-3y+6z-5=0$  vzdálenost 3 j.
- 5.52** Najděte bod, který je průsečík roviny  $\eta: 3x-y-2z-3=0$  s rovinou  $yz$  a který má od roviny  $\rho: 6x-2y-3z-5=0$  vzdálenost 5 j.
- 5.53** Najděte souřadnice bodu, který je průsečík roviny  $\alpha: 2x+y-3z-2=0$  s rovinou  $xy$  a který má od roviny  $\beta: 3x+2y-6z+7=0$  vzdálenost 4 j.
- 5.54** Vypočítejte souřadnice bodu, který je souměrný s počátkem soustavy souřadnic podle roviny  $\sigma: 6x+2y-9z+121=0$ .
- 5.55** Jsou dány body  $S=[1; -2; -2], U=[2; -1; -1], K=[1; -1; -2]$  a  $Y=[0; 2; -2]$ . Vypočítejte vzdálenost bodu  $Y$  od roviny  $SUK$  a najděte souřadnice bodu  $Y$  v osově souměrnosti podle přímky  $SU$ .

- 5.56** Bodem  $D = [3; -2; 1]$  ved'te přímku kolmou k rovině  $\beta: 2x - 3y - z + 11 = 0$ .
- 5.57** Vypočítejte vzdálenost bodu  $K = [2; 1; -3]$  od přímky  $q: x = -3 - t, y = t, z = 8 + t; t \in \mathbb{R}$ .
- 5.58** Vypočítejte vzdálenost bodu  $L = [1; 2; -1]$  od přímky, která prochází body  $M = [1; -2; -3]$  a  $N = [3; -4; 1]$ .
- 5.59** Dokažte, že přímky  $m: x = 5 - 2t, y = -4 + 2t, z = 6 - 4t; t \in \mathbb{R}$  a  $n: x = 2 + s, y = -1 - s, z = 3 + 2s; s \in \mathbb{R}$  jsou rovnoběžné. Pak určete jejich vzájemnou vzdálenost.
- 5.60** Dokažte, že přímky  $k: x = 1 - 2t, y = -1 + t, z = 2 - 2t; t \in \mathbb{R}$  a  $l: x = 3 + s, y = 1 - s, z = 2 + s; s \in \mathbb{R}$  jsou mimoběžné. Poté vypočítejte jejich vzdálenost.
- 5.61** Dokažte, že přímky  $u: x = 4 + t, y = 2 - t, z = -1 + 2t; t \in \mathbb{R}$  a  $v: x = 1 - 2s, y = -1 - 2s, z = -3 - s; s \in \mathbb{R}$  jsou mimoběžné. Poté vypočítejte jejich vzdálenost.
- 5.62** Dokažte, že přímky  $a: x = 1 - t, y = 1 + t, z = 2 + t; t \in \mathbb{R}$  a  $b: x = 2 + 2s, y = -1 + s, z = 4 - s; s \in \mathbb{R}$  jsou mimoběžné. Poté napište parametrické vyjádření jejich příčky, která prochází bodem  $A = [2; 1; 1]$ .
- 5.63** Dokažte, že přímky  $g: x = 1 - t, y = 1 + 2t, z = 2 - t; t \in \mathbb{R}$  a  $h: x = -1 - s, y = -1 + s, z = 2 + 2s; s \in \mathbb{R}$  jsou mimoběžné. Poté napište parametrické vyjádření jejich příčky, která je rovnoběžná s vektorem  $\vec{w} = (1; -1; 2)$ .
- 5.64** Určete odchylku dvou rovin  $\alpha: x + 4y + 13z - 2 = 0$  a  $\tau: 6x + 5y - 2z + 3 = 0$ .
- 5.65** Určete odchylku dvou rovin  $\varepsilon: x + y - 4z + 2 = 0$  a  $\mu: x = 3 - 2t - 4s, y = 1 - 2t + s, z = -3 - t + 3s; s, t \in \mathbb{R}$ .
- 5.66** Určete odchylku dvou rovin  $\lambda: x = 3 - t - 2s, y = 1 - 2t + s, z = 2 + 2t - s; s, t \in \mathbb{R}$  a  $\varphi: x = 1 - 2k - l, y = -6 + 2k + l, z = 2 - k - l; k, l \in \mathbb{R}$ .
- 5.67** Určete odchylku přímky  $q: x = 3, y = 2 - r, z = -3 - r; r \in \mathbb{R}$  a roviny  $\omega: x = 1 + t - 3s, y = 2 - t + 3s, z = 5 - 6t - 4s; s, t \in \mathbb{R}$ .
- 5.68** Určete odchylku přímky  $p: x = -1 + t, y = 1 + t, z = -3 + 2t; t \in \mathbb{R}$  a roviny  $\mu: x - 2y - z + 7 = 0$ .
- 5.69** Vypočítejte úhly, které svírá rovina  $\varepsilon: 2x - 2y + z - 6 = 0$  s osami kartézského systému souřadnic.
- 5.70** Osou  $z$  ved'te rovinu  $\tau$ , jejíž odchylka od roviny  $\rho: 2x + y - z\sqrt{5} = 0$  je  $60^\circ$ .

## Řešení

### **1. Bod, souřadnice bodu, vzdálenost bodů**

1.1  $K = [2; 3]$ ;  $L = [-2; 4]$ ;  $M = [-4; -3]$ ;  $N = [4; -2]$ ;  $O = [3; 0]$ ;  $P = [0; -4]$ ;

1.2  $\sqrt{10}$  j;

1.3  $\sqrt{33}$  j;

1.4 není;

1.5  $B_1 = [0; -3]$ ;  $B_2 = [0; -9]$ ;

1.6  $P = \left[0; 0; \frac{11}{6}\right]$ ;

1.7  $S = \left[-\frac{1}{2}; -2\right]$ ;

1.8  $S = [1; 0; -2]$ ;

1.9  $T = [3; 1]$ ;

1.10  $X = [3; -2; -13]$ ;

1.11  $\frac{5}{2}$  j;  $\sqrt{13}$  j;  $\frac{\sqrt{73}}{2}$  j;

1.12  $\sqrt{6}$  j; 3 j;  $\sqrt{11}$  j;

1.13  $K = \left[2; -\frac{1}{3}\right]$ ;

1.14  $F = \left[\frac{11}{7}; \frac{15}{7}; \frac{19}{7}\right]$ ;

1.15  $K = \left[-\frac{13}{4}; \frac{23}{4}\right]$ ;

1.16  $V = \left[-2; \frac{1}{2}; 2\right]$ ;

1.17  $T = [1; 1]$ ;

1.18  $T = [1; 1]$ ;

1.19  $K = [5; 4; -4]$ ;

1.20  $T = \left[\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right]$ ;

1.21  $T = \left[-5; -\frac{5}{3}\right]$

1.22  $P = [2; 1]$ ;  $K = [3; 3]$ ;  $S_{PR} = \left[\frac{5}{2}; 2\right]$ ;  $S_{PQ} = \left[\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right]$ ;  $|QR| = \sqrt{13}$  j;  $|PR| = \sqrt{5}$  j.

### **2. Vektory**

2.1  $\overline{RS} = (-4; 1)$ ;  $\overline{UR} = (-2; 6)$ ;  $\overline{TR} = (4; 7)$ ;  $\overline{RT} = (-4; -7)$ ;  $\overline{SU} = (6; -7)$ ;  $\overline{TS} = (0; 8)$ ;

2.2  $\vec{a} = (4; 2)$ ;  $\vec{b} = (-2; 6)$ ;  $\vec{c} = (2; -5)$ ;  $\vec{d} = (0; -4)$ ;  $\vec{e} = (5; 0)$ ;

2.3 je;

2.4  $A = [1; 2]$ ;

2.5  $\sqrt{38}$  j;

2.6  $a_x = \pm \frac{4}{5}$ ;

2.7 nelze;

2.8  $s_z = \pm \frac{\sqrt{11}}{4}$ ;

2.14 a)  $\vec{w} = (4, 5; -1; 10, 5)$ ; b)  $\vec{p} = (-2, 2; -7, 8; 10, 3)$ ; c)  $\vec{q} = (-18; 10; 30)$ ;

2.15  $\sigma = \pm 0, 4$ ;

2.16  $\alpha = \pm \frac{10\sqrt{14}}{7}$ ;

2.17 a) ano, b) ne;

2.20  $F = [-2 + 2k; 1 - 5k; 2 + 6k]$ , a)  $k \in \mathbb{R}^+$ ; b)  $k \in \mathbb{R}^-$ ;

2.21 lineárně závislé:  $\vec{u} = 2\vec{v} + 7\vec{w}$ ;

2.22 lineárně nezávislé;

2.9  $n_y = \pm\sqrt{3}$ ;

2.10  $k_x = \pm 2\sqrt{3}$ ;

2.11  $\vec{u}_0 = (-0, 6; 0, 8)$ ;

2.12  $\vec{m}_0 = \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ ;

2.13  $(-1; 4; 3)$ ;

2.18  $q_y = 1$ ;

2.19  $M = [0; -8]$ ;

2.41  $\vec{m}_1 = \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$ ;  $\vec{m}_2 = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}; \frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$ ;

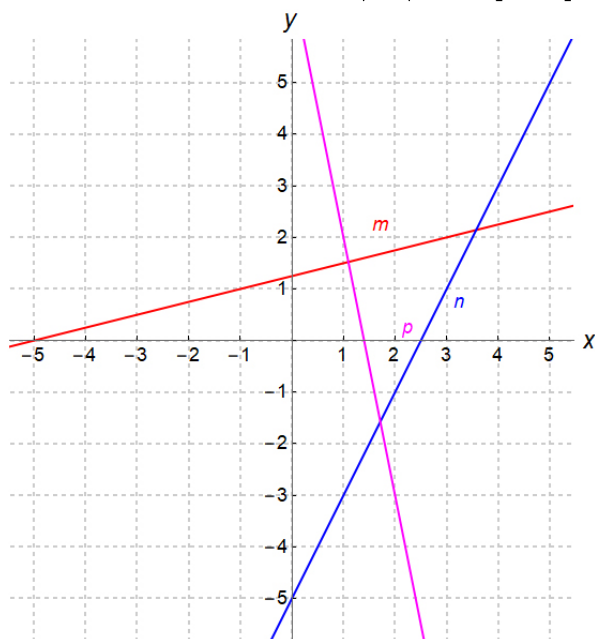
- 2.23  $a_2 = 12$ ;
- 2.24  $p_3 = 4$ ;
- 2.25 a) 16; b) -13;
- 2.26 3;
- 2.27  $-10\sqrt{3}$ ;
- 2.28  $\frac{\pi}{2}$ ;
- 2.29  $\frac{\pi}{6}$ ;
- 2.30  $\frac{\pi}{3}$ ;
- 2.31  $\frac{5\pi}{6}$ ;
- 2.32  $\frac{2\pi}{3}$ ;
- 2.33  $\frac{\pi}{2}$ ;
- 2.34  $\frac{\pi}{2}$ ;
- 2.35  $\frac{\pi}{4}$ ;
- 2.36  $\frac{\pi}{3}$ ;
- 2.37  $\frac{2\pi}{3}$ ;
- 2.38  $\vec{w} = k(3; 2); k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;
- 2.39  $\vec{b} = (8; 6)$ ;
- 2.40  $\vec{d}_1 = (0; 3); \vec{d}_2 = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}\right)$ ;
- 2.42  $T = [0; -5 \pm 5\sqrt{3}]$
- 2.43  $Q = [2 \pm 5\sqrt{2}; 0; 0]$ ;
- 2.44 5 j; 5 j;  $5\sqrt{2}$ ;  $90^\circ$   $45^\circ$ ;  $45^\circ$ ;
- 2.45 je to čtverec;
- 2.46 17,32 kJ;
- 2.47 175 J;
- 2.48 3  $\mu\text{Wb}$ ;
- 2.49 315 nWb;
- 2.50  $(-7; -1; -5)$ ;
- 2.51  $(5; 6; -4)$ ;
- 2.52  $(0; 0; 0)$ ;
- 2.53  $\alpha(1; 1; 0); \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;
- 2.54  $2\sqrt{3}$  j;
- 2.55 5;
- 2.56 72;
- 2.57  $\sqrt{26}$  j<sup>2</sup>;
- 2.58  $9\sqrt{6}$  j<sup>2</sup>;
- 2.59  $21\sqrt{2}$  j<sup>2</sup>;
- 2.60 2 j<sup>3</sup>;
- 2.61 10 j<sup>3</sup>;
- 2.62  $\vec{M} = (10; -70; -40)$  N · cm;
- 2.63  $\vec{F} = e(5; 4; 3) \cdot 10^2$  N;
- 2.64  $3e \cdot \sqrt{10} \cdot 10^6$  N;  $130^\circ$ .

### 3. Přímka v rovině

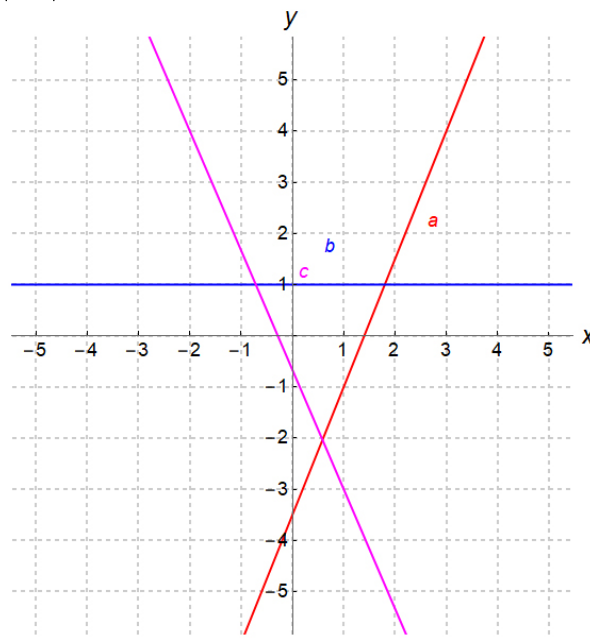
- 3.1  $p: x = 1 - 3t, y = -2 + 4t; t \in \mathbb{R}$ ;
- 3.2  $x = 5 + 2t, y = 3 + t; t \in \mathbb{R}$ ;
- 3.3  $p: x = 2 - 7t, y = 6 + t; t \in \mathbb{R}$
- 3.4 M leží na přímce, N neleží na přímce;
- 3.5 a)  $x = -2 + 5t, y = 1 - 5t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ; b)  $x = -2 + 5t, y = 1 - 5t; t \in \mathbb{R}_0^+$ ; c)  $x = -2 + 5t, y = 1 - 5t; t \in (-\infty; 1)$ ; d)  $x = -2 + 5t, y = 1 - 5t; t \in \mathbb{R}$ ;
- 3.6  $x = -2 + 5t; y = 3 + 3t; t \in \mathbb{R}$ ;
- 3.7 viz obr. 7;
- 3.8  $u: x = 1 + 2t, y = 2 + 3t; t \in \mathbb{R}$ ;  $v: x = -3, y = 1 + t; t \in \mathbb{R}$ ;  $w: x = -3 + 4t, y = 3 - 2t; t \in \mathbb{R}$ ;
- 3.9  $x = 1 + t, y = 1 + 2t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ;  $x = 1 - 2t, y = 1 + 3t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ;  $x = 2 - 3t, y = 3 + t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ;
- 3.10  $x = -2 - 3t, y = 3 + 4t; t \in \mathbb{R}$ ;  $x = -1 + t, y = -1 + 5t; t \in \mathbb{R}$ ;  $x = 3 + 4t, y = 2 + t; t \in \mathbb{R}$ ;
- 3.11  $x = -1 + \frac{t}{2}, y = 3 - 5t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ;  $x = -2 + 2t, y = -1 + t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ;  $x = 1 - \frac{5t}{2}, y = -3 + 4t; t \in \langle 0; 1 \rangle$ ;

3.12  $x=1+0,3t, y=2-0,1t; t \in \langle 0; 2 \rangle$ ;  $C=[1,6; 1,8]$  m;

3.13  $x=2-2t, y=-3+t; t \in \langle 0; 3 \rangle$ ;  $K=[-4; 0]$  m;  $|CK|=3\sqrt{5}$  m;



obr. 7



obr. 8

3.14  $7x+2y-16=0$ ;

3.15  $5x+2y+3=0$ ;

3.16  $x-3=0$ ;

3.17  $4x+5y+7=0$ ;

3.21  $p: x+7y-5=0, q: 7x-y-35=0$  nebo  $p: x+y+1=0, q: x-y+1=0$ ;

3.22 viz obr. 8;

3.23  $k: 7x-y-9=0; l: x-7y+11=0; m: 3x+2y=0$ ;

3.24  $2x+3y+5=0; 5x+2y+7=0; 7x+5y+1=0$ ;

3.25  $3x-4y+13=0; 2x+y-2=0; 5x-3y+11=0$ ;

3.26  $x-4y=0; 3x+2y=0; 4x-2y-7=0$ ;

3.27  $y=2x+5$ ;

3.28  $y=x\sqrt{3}-4$ ;

3.29  $y=-x\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}+3$ ;

3.30  $y=-x\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}-2$ ;

3.31  $y=x\sqrt{3}+7$ ;

3.32  $y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$ ;

3.38 a)  $\frac{x}{3}+y=1$ , b)  $x+\frac{y}{2}=1$ , c)  $x-\frac{y}{0,4}=1$ , d)  $-x-\frac{y}{5}=1$ , e) nelze;

3.39  $T=\left[\frac{4}{3}; 2\right]$ ;

3.18  $9x+8y-29=0$ ;

3.19  $2x+3y-5=0$ ;

3.20  $5x-2y-30=0$ ;

3.33 nelze;

3.34  $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$ ;

3.35  $-\frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$ ;

3.36  $P_1=[3; 0]; P_2=[0; -4]$ ;

3.37 1,5;



$$3.40 \quad O = \left[ \frac{8}{3}; -\frac{13}{3} \right]; D = \left[ -\frac{1}{3}; \frac{5}{3} \right]; S = \left[ -\frac{10}{3}; -\frac{4}{3} \right];$$

$$3.41 \quad 2x + y + 1 = 0;$$

$$3.42 \quad x - 2y + 5 = 0;$$

$$3.43 \quad 4x + 3y + 2 = 0;$$

$$3.44 \quad \text{a) } 2x + y - 10 = 0; \text{ b) } 4x + 2y - 5 = 0;$$

$$3.45 \quad \text{různoběžné } P = \left[ \frac{53}{5}; \frac{32}{5} \right]; \text{ shodné; různoběžné } P = \left[ \frac{52}{25}; -\frac{27}{25} \right];$$

$$3.46 \quad \text{a) ne; b) ne; c) } P = [8; 5];$$

$$3.49 \quad \frac{\pi}{4};$$

$$3.47 \quad x - 2y + 7 = 0;$$

$$3.50 \quad \frac{\pi}{3};$$

$$3.48 \quad \frac{\pi}{6};$$

$$3.51 \quad \frac{\pi}{4};$$

$$3.52 \quad A = \left[ \frac{33 - 3\sqrt{3}}{3}; 3\sqrt{3} + 1 \right]; B = \left[ \frac{20 - \sqrt{3}}{4}; \frac{24 - \sqrt{3}}{4} \right]; C = [3; 3\sqrt{3} + 1]; 30^\circ; 90^\circ; 60^\circ;$$

$$3.53 \quad 7x - 5y - 11 = 0; x - y - 2 = 0;$$

$$3.54 \quad x\sqrt{3} - 3y + 12 - 5\sqrt{3} = 0; x\sqrt{3} + y - 12 + 5\sqrt{3} = 0; x\sqrt{3} - 3y + 36 - 15\sqrt{3} = 0; X = [5 - 4\sqrt{3}; 0];$$

$$Y = [0; 12 - 5\sqrt{3}];$$

$$3.55 \quad x - 5y + 19 = 0; 5x + y - 9 = 0;$$

$$3.61 \quad \frac{8}{5} j;$$

$$3.56 \quad 2x - y + 10 = 0; x + 2y - 5 = 0;$$

$$3.62 \quad \sqrt{5} j;$$

$$3.57 \quad \frac{16}{5} j;$$

$$3.63 \quad P_{12} = [0; 1 \pm 2\sqrt{26}];$$

$$3.58 \quad \frac{6\sqrt{5}}{5} j;$$

$$3.64 \quad P_1 = [-3; 0]; P_2 = [1; 0];$$

$$3.59 \quad \frac{13\sqrt{10}}{10} j;$$

$$3.65 \quad A_1 = [-6; -2]; A_2 = [9; 8];$$

$$3.60 \quad \frac{3\sqrt{13}}{26} j;$$

$$3.66 \quad A_1 = [2; -2]; A_2 = [0; -4];$$

$$3.67 \quad \frac{32\sqrt{5}}{5} j; \frac{64}{5} j^2;$$

$$3.68 \quad Z = [-9; 6]; U = [-3; -2]; B = [5; 4]; R = [-1; 12];$$

$$3.69 \quad 2 \text{ rovnoběžné přímky: } 8x - 6y + 35 = 0, 8x - 6y - 25 = 0;$$

$$3.70 \quad \text{a) } 3x - 4y + 45 = 0, 3x - 4y - 5 = 0; \text{ b) } 4x + 3y + 35 = 0, 4x + 3y - 15 = 0;$$

$$3.71 \quad x + 2y - 8 = 0 \text{ nebo } x - 2y + 12 = 0;$$

$$3.72 \quad x + y - 2 = 0 \text{ nebo } 4x + y - 8 = 0;$$

$$3.73 \quad \text{a) } b = -\frac{5}{2}; \text{ b) } b = 0; \text{ c) } b = -3\sqrt{3};$$

$$3.74 \quad \text{a) } 2x + 2y + 7 = 0, 4x - 4y + 13 = 0; \text{ b) } 42x + 154y - 123 = 0, 198x - 54y + 163 = 0;$$

$$3.75 \quad \frac{13}{2} j^2.$$

#### 4. Přímka v prostoru

$$4.1 \quad x = 2 + 2t, y = 1 - t, z = -3 + t; t \in \mathbb{R};$$

4.2  $x=1+3t, y=-1-5t, z=4-t; t \in \mathbb{R};$

4.3  $x=3-t, y=-3t, z=1; t \in \mathbb{R};$

4.4  $x=2-3t, y=1+t, z=-4+t; t \in \mathbb{R};$

4.5  $L=[-1,4;-3;0,2];$

4.6  $x=2-5t, y=-2+2t, z=2-4t; t \in \mathbb{R}; x=2-2r, y=-2-2r, z=2; r \in \mathbb{R}; x=-3+3s, y=-4s, z=-2+4s; s \in \mathbb{R};$

4.7  $x=1+2t, y=5-3t, z=-2+t; t \in \mathbb{R};$

4.8  $x=3+t, y=2t, z=-1-2t; t \in \mathbb{R};$

4.9  $c: x=5-3r, y=1-r, z=6-5r; r \in \mathbb{R};$

4.10  $d: x=1+r, y=-2-4r, z=3+2r; r \in \mathbb{R};$

4.11 mimoběžné;

4.12 a)  $h_3 = -\frac{31}{7}$ ; b) nelze; c)  $h_3 \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{31}{7}\right\}$ ;

4.13 nemohou, přímky AC a BD jsou mimoběžné;

4.14  $m = -3$ ;

4.15 mimoběžné;

4.18  $\frac{\pi}{4}$ ;

4.16 a) ne; b) ne; c)  $A = [7; -3; -2]$ ;

4.19  $\frac{\pi}{3}$ .

4.17  $\frac{\pi}{6}$ ;

## 5. Rovina

5.1  $x=1-3t+2s, y=-2+3t+4s, z=-3+3t+4s; s, t \in \mathbb{R};$

5.2 body neurčují rovinu;

5.3 a) rovina není jednoznačně určena; b)  $x=1-3t-s, y=-1+2t-2s, z=-2+3t+2s; s, t \in \mathbb{R};$

5.4  $x=-3-5t+s, y=1-2t-s, z=4+5t-2s; s, t \in \mathbb{R};$

5.5 bod A leží na přímce  $b$ ;

5.6  $P \in \tau; Q \notin \tau; R \notin \tau;$

5.7  $x_s = -\frac{5}{8}$ ;

5.8  $2x-3y+z-11=0;$

5.9  $5x-5y-z+33=0;$

5.10  $2x-y-2z-2=0$

5.11  $3x-6y+z-46=0;$

5.12 a)  $8x+5y-2z-14=0$ ; b) vektory neurčují rovinu;

5.13  $x-9y+11z+16=0;$

5.14  $8x+y+5z-15=0;$

5.15  $3x+8y-7z-35=0;$

5.16  $x-4y-2z-1=0;$

5.17  $11x+17y-7z-2=0;$

5.18  $z_B = -\frac{3}{4}; y_C \in \mathbb{R} \setminus \{12\};$

5.19  $\alpha: 5x+7y+4z-9=0;$

5.20  $2y-3z+7=0;$

5.21  $3y-2z=0;$

5.22  $z_D \cdot x + x_C \cdot z - x_C \cdot z_D = 0$ ;

5.23  $x + y + z - 4 = 0$ ;

5.24  $5x + y + 3z - 23 = 0$ ;

5.25  $x = 3 - 3t - 3s$ ,  $y = -6t$ ,  $z = 2s$ ;  $s, t \in \mathbb{R}$ ;

5.26  $P = [5; -1; 10]$ ;

5.27  $P = [-3; 1; 7]$ ;

5.28 rovnoběžné;

5.29 přímka leží v rovině;

5.30  $P = [-1; 3; 0]$ ;

5.31 přímka leží v rovině;

5.32  $7x + 4y + 5z - 30 = 0$ ;

5.33  $2y + z - 9 = 0$ ;  $2x - 3z - 1 = 0$ ;  $x + 3y - 14 = 0$ ;

5.34  $b = 5$ : rovnoběžné;  $b \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ :  $P = \left[ \frac{5(b-3)}{5-b}; \frac{5}{5-b}; \frac{b}{b-5} \right]$ ;

5.35  $a = 4 \wedge d = -2$ : přímka leží v rovině;  $a = 4 \wedge d \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ : rovnoběžné;  $a \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$ :

$$P = \left[ \frac{d+2}{4-a}; \frac{a-3d-10}{2(4-a)}; \frac{-7a+d+30}{2(4-a)} \right];$$

5.36  $Q' = [5; 5; 5]$ ;

5.37 rovnoběžné různé;

5.38 průsečnice  $p: x = t$ ,  $y = 3 + t$ ,  $z = 4 + t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;

5.39 totožné roviny;

5.40 průsečnice  $p: x = 2t$ ,  $y = -1 + 10t$ ,  $z = -1,5 + 7t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;

5.41  $P = [2; 5; 6]$ ;

5.42 průsečnice  $p: x = 2t$ ,  $y = 0,5 - 5t$ ,  $z = -16t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;

5.43 průsečnice  $p_1: x = t$ ,  $y = \frac{5}{3} - 3t$ ,  $z = \frac{7}{3} - 4t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;  $p_2: x = s$ ,  $y = 11 - 13s$ ,  $z = 7 - 9s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ ;

$p_3: x = 4k$ ,  $y = 0,5 - 7k$ ,  $z = -6k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ ;

5.44 průsečnice  $p_1: x = t$ ,  $y = 5 - 5t$ ,  $z = -7 + 9t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;  $p_2: x = s$ ,  $y = -7 - 5s$ ,  $z = 17 + 9s$ ;  $s \in \mathbb{R}$ ;

$p_3: x = k$ ,  $y = 17 - 5k$ ,  $z = -25 + 9k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ ;

5.45 rovnoběžné různé;

5.46  $r: x = -1 + t$ ,  $y = 1 - 3t$ ,  $z = -3 - 14t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;

5.47  $q: x = 5 + k$ ,  $y = -2 - 3k$ ,  $z = 3 + 6k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ ;

5.48  $10j$ ;

5.49  $4j$ ;

5.50  $\frac{\sqrt{3}}{2}j$ ;

5.51  $\tau_1: 2x - 3y + 6z - 26 = 0$ ;  $\tau_2: 2x - 3y + 6z + 16 = 0$ ;

5.52  $P_1 = [0; 69; -36]$ ;  $P_2 = [0; -71; 34]$ ;

5.53  $P_1 = [39; -76; 0]$ ;  $P_2 = [-17; 36; 0]$ ;

5.54  $O' = [-12; -4; 18]$ ;

5.55  $\frac{\sqrt{2}}{2}j$ ;  $Y' = [4; -4; 0]$ ;

**5.56**  $x = 3 + 2t$ ;  $y = -2 - 3t$ ;  $z = 1 - t$ ;  $t \in \mathbb{R}$ ;

**5.57**  $4\sqrt{17} \mathbf{j}$ ;

**5.58**  $2\sqrt{5} \mathbf{j}$ ;

**5.59**  $\sqrt{3} \mathbf{j}$ ;

**5.60**  $\sqrt{2} \mathbf{j}$ ;

**5.61**  $\frac{\sqrt{2}}{5} \mathbf{j}$ ;

**5.62**  $x = 2 - 6k$ ,  $y = 1 - 5k$ ,  $z = 1 + 6k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ ;

**5.63**  $x = 1 + k$ ,  $y = -3 - k$ ,  $z = -2 + 2k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ ;

**5.64**  $\frac{\pi}{2}$ ;

**5.65**  $\frac{\pi}{4}$ ;

**5.66**  $\frac{\pi}{3}$ ;

**5.67**  $\frac{\pi}{6}$ ;

**5.68**  $\frac{\pi}{6}$ ;

**5.69**  $41,81^\circ$ ;  $41,81^\circ$ ;  $19,47^\circ$ ;

**5.70**  $3x - y = 0$  nebo  $x + 3y = 0$ .