**Střední průmyslová škola sdělovací techniky**
**Panská 3**
**Praha 1**


# Analytická geometrie kvadratických útvarů

sbírka úloh z matematiky

**Jaroslav Reichl**

# Obsah



**Řešení**

# *1. Kružnice*

**1.1** Napište parametrické vyjádření jednotkové kružnice.

**1.2** Napište parametrické vyjádření kružnice, která má střed v počátku soustavy souřadnic a má poloměr 3 j.

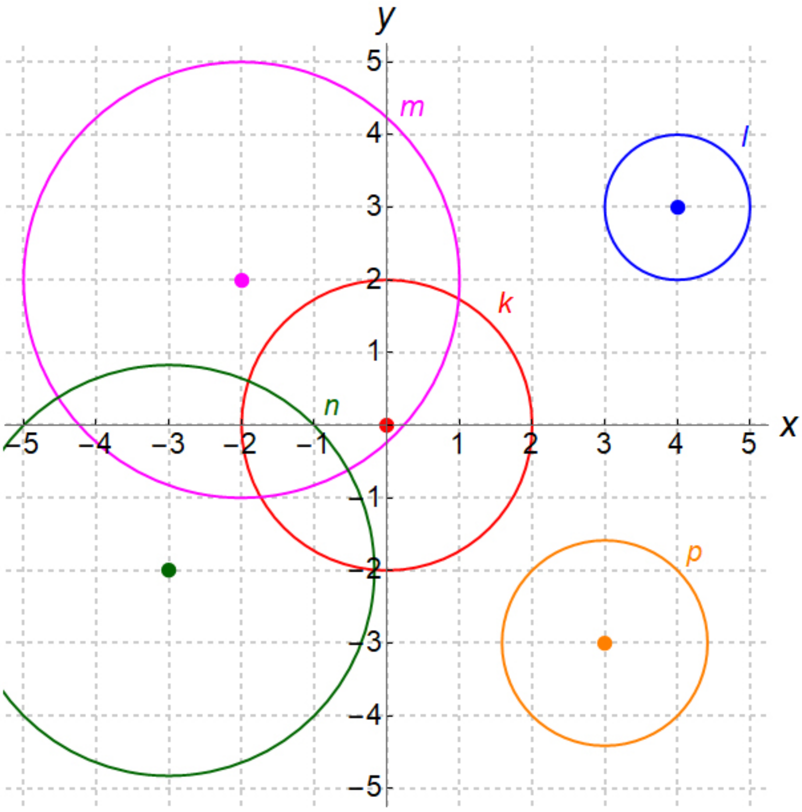
**1.3** Napište parametrické vyjádření kružnice, která má střed v bodě $\mathrm{S}=[2;-1]$ a má poloměr 5 j.

**1.4** Napište parametrické vyjádření kružnice, která má střed v bodě $\mathrm{S}=[4;-2]$ a prochází bodem $\mathrm{K}=[3;-1]$.

**1.5** Mravenec sedí na kolotoči o poloměru 1,5 m, který se otáčí s periodou 5 s. Napište parametrické vyjádření mravencovy trajektorie.

**1.6** Blecha sedí na kolotoči o průměru 1 m, který se otáčí s frekvencí 2 Hz. Napište parametrické vyjádření trajektorie blechy.

**1.7** Napište středové rovnice kružnic zobrazených na obr. 1.




*obr. 1*

**1.8** Zobrazte v kartézské soustavě souřadnic kružnice popsané rovnicemi: a) $k:(x+1)^2+y^2=4$, b) $l:(x+2)^2+(y+3)^2=2$, c) $m:(x-4)^2+(y+1)^2=8$, d) $n:(x-3)^2+(y-2)^2=25$.

**1.9** Napište osovou rovnici kružnice *k*, která prochází bodem $\mathrm{A}=[3;-4]$.

**1.10** Napište středovou rovnici kružnice, která má střed v počátku soustavy souřadnic a prochází bodem $\mathrm{H}=[-4;5]$.

**1.11** Napište středový i obecný tvar rovnice kružnice, která má střed v bodě $\mathrm{S}=[-3;2]$ a má poloměr 4 j.

**1.12** Napište obecnou rovnici kružnice, která prochází bodem $\mathrm{K}=[-1;2]$ a střed má v bodě $\mathrm{S}=[3;-2]$.

**1.13** Je dán bod $\mathrm{B}=[-6;4]$. Napište rovnici kružnice, jejímž průměrem je úsečka OB, kde O je počátek kartézského systému souřadnic.

**1.14** Napište středový tvar rovnice kružnice, která má střed v průsečíku přímek $p: x+2y-8=0$ a $q: 2x+y-1=0$ a prochází bodem $\mathrm{W}=[-5; 9]$.

**1.15** Zjistěte, zda daná rovnice je obecnou rovnicí kružnice; pokud ano, určete souřadnice jejího středu a poloměr: a) $x^2+y^2+4x-6y-20=0$, b) $x^2+y^2+6x-2y-15=0$, c) $4x^2+4y^2-4x-8y+1=0$, d) $x^2+y^2+8x-4y+20=0$, e) $x^2+y^2-2x+26=0$.

**1.16** Napište rovnici kružnice, která prochází body $\mathrm{U}=[5; 3]$ a $\mathrm{V}=[6; 2]$ a jejíž střed leží na přímce $p: 3x-4y-3=0$.

**1.17** Napište rovnici kružnice, která má střed v bodě $\mathrm{K}=[2; -3]$ a dotýká se přímky $m: 3x+4y-9=0$.

**1.18** Napište středovou rovnici kružnice, která se dotýká osy $x$ v bodě $\mathrm{J}=[4; 0]$ a osu $y$ protíná v bodě $\mathrm{I}=[0; 2]$.

**1.19** Napište středovou rovnici kružnice, která se dotýká osy $y$ v bodě $\mathrm{S}=[0; -8]$ a osu $x$ protíná v bodě $\mathrm{T}=[-4; 0]$.

**1.20** Napište rovnici kružnice, která se dotýká os kartézské soustavy souřadnic a prochází bodem $\mathrm{C}=[1; 2]$.

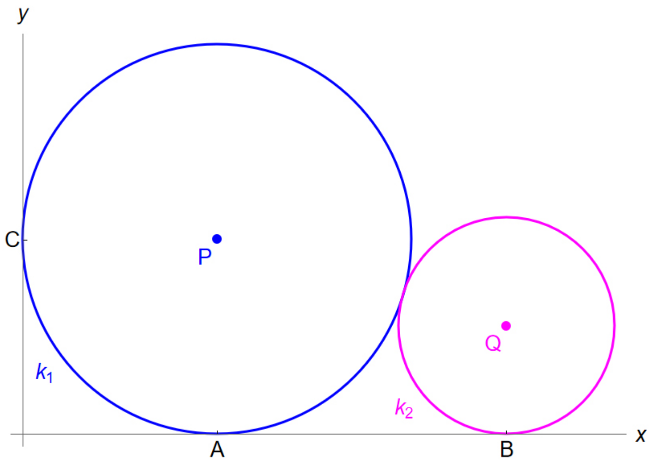
**1.21** Napište rovnici kružnice, která prochází body $\mathrm{P}=[4; 3]$, $\mathrm{Q}=[2; -1]$ a $\mathrm{R}=[-5; 6]$.

**1.22** Napište rovnici kružnice, která je opsaná trojúhelníku s vrcholy $\mathrm{R}=[5; 3]$, $\mathrm{Y}=[-2; 2]$ a $\mathrm{C}=[-1; -5]$.

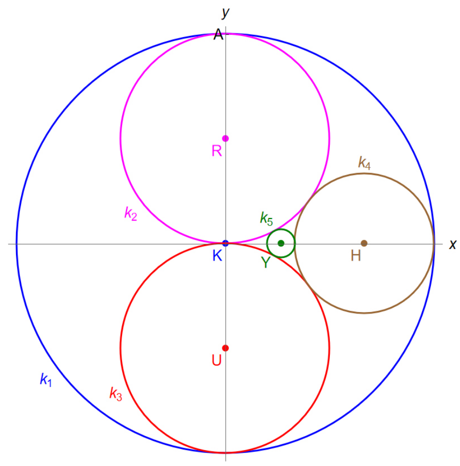
**1.23** Napište rovnici kružnice, která je vepsaná trojúhelníku s vrcholy $\mathrm{S}=[4; 1]$, $\mathrm{U}=\left[-3; \frac{31}{3}\right]$ a $\mathrm{D}=[-28; -23]$.

**1.24** Napište rovnice kružnic zobrazených na obr. 2, jestliže $\mathrm{C}=[0; 18]$ a $|\mathrm{AB}|=12\sqrt{5}$ j.

**1.25** Napište rovnice kružnic zobrazených na obr. 3, jestliže $\mathrm{A}=[0; 15]$.




*obr. 2*




*obr. 3*

**1.26** Body $\mathrm{P}=[0; b]$ a $\mathrm{U}=[0; 2b]$ tvoří jednu stranu čtverce PUSA. Napište předpis kružnice vepsané a opsané tomuto čtverci.

**1.27** Body $\mathrm{L}=[a; 0]$ a $\mathrm{U}=[2a; 0]$ tvoří jednu stranu rovnostranného trojúhelníka LUK. Napište předpis kružnice vepsané a opsané tomuto trojúhelníku.

**1.28** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $k: (x+1)^2+y^2=15$ ve středové souměrnosti se středem $\mathrm{S}=[-2; 1]$.

**1.29** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $l:(x-2)^2+(y+3)^2=7$ ve středové souměrnosti se středem $\mathrm{S}=[1;-3]$.

**1.30** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $m:(x+1)^2+(y-3)^2=12$ v osové souměrnosti s přímkou $p:3x+2y-16=0$.

**1.31** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $n:x^2+(y+1)^2=36$ v osové souměrnosti s přímkou $q:3x-7y+51=0$.

**1.32** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $a:(x+1)^2+(y-1)^2=16$ v posunutím daném vektorem $\vec{v}=(-1;3)$.

**1.33** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $k:(x-4)^2+y^2=11$ v posunutím daném vektorem $\vec{u}=(3;-2)$.

**1.34** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $k:(x-3)^2+(y-1)^2=6$ v otočení kolem bodu $\mathrm{O}=[1;-2]$ o úhel $90°$.

**1.35** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $r:(x+1)^2+(y-2)^2=16$ v otočení kolem bodu $\mathrm{T}=[2;1]$ o úhel $-90°$.

**1.36** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $k:(x-1)^2+(y+2)^2=36$ ve stejnolehlosti se středem $\mathrm{S}=[3;-1]$ a s koeficientem 0,5.

**1.37** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $b:(x-3)^2+(y+1)^2=20$ ve stejnolehlosti se středem $\mathrm{S}=[0;3]$ a s koeficientem 2.

**1.38** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $c:(x+2)^2+(y-3)^2=32$ ve stejnolehlosti se středem $\mathrm{S}=[4;-2]$ a s koeficientem -0,25.

**1.39** Napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice $d:x^2+(y-2)^2=12$ ve stejnolehlosti se středem $\mathrm{S}=[-1;-3]$ a s koeficientem -1,5.

**1.40** Určete všechny pravoúhlé trojúhelníky s odvěsnami délek *a* a *b*, pro jejichž číselné hodnoty platí $a^2+b^2=a+b$. Nalezené možnosti délek *a* a *b* zobrazte graficky.

**1.41** Napište obecnou rovnici kružnice, jejíž koncové body téhož průměru leží v průsečících kružnic daných rovnicemi $x^2+y^2-4x+2y-20=0$ a $x^2+y^2-16x+2y+40=0$.

**1.42** Napište obecnou rovnici kružnice, jejíž koncové body téhož průměru leží v průsečících kružnic daných rovnicemi $x^2+y^2+6x+10y+14=0$ a $x^2+y^2+6x-6y-2=0$.

**1.43** Zjistěte vzájemnou polohu přímky *p* a kružnice *k*:

a) $p:x-y-2=0$, $k:(x-3)^2+(y+1)^2=4$

b) $p:4x+y-2=0$, $k:(x+2)^2+(y-2)^2=25$

c) $p:6x+5y-30=0$, $k:(x+4)^2+(y-1)^2=9$.

**1.44** Napište obecnou rovnici kružnice, která má střed v počátku kartézské soustavy souřadnic a jejíž tečnou je přímka daná rovnicí $3x-4y+10=0$.

**1.45** Napište rovnici kružnice, která má střed v počátku kartézské soustavy souřadnic a jejíž tečnou je přímka $p:y=3x+5$.

**1.46** Napište obecnou rovnici kružnice, která má střed v bodě $\mathrm{V}=[-1;3]$ a jejíž jednou tečnou je přímka daná rovnicí $4x+3y-35=0$.

**1.47** Určete reálné číslo *c* tak, aby přímka $x+2y+c=0$ byla a) sečnou, b) tečnou, c) vnější přímkou kružnice $x^2+y^2=4$.

**1.48** Napište rovnici kružnice procházející počátkem soustavy souřadnic a průsečíky přímky $x-y+2=0$ s kružnicí $(x-1)^2+y^2=17$.

**1.49** Ukažte, že bod $\mathrm{B}=[3;0]$ leží uvnitř kružnice $x^2+y^2-4x+2y+1=0$, a napište rovnici přímky, na níž leží tětiva kružnice, kterou bod A půlí.

**1.50** Napište rovnici tečny kružnice $(x+2)^2+(y-1)^2=25$ v jejím bodě $\mathrm{T}=[2;4]$.

**1.51** Napište rovnici tečny kružnice $(x-3)^2+(y+1)^2=25$ v jejím bodě $\mathrm{T}=[x_\mathrm{T};-5]$.

**1.52** Napište rovnici kružnice, jejíž střed leží na přímce $p:x-3y-2=0$ a která se dotýká přímky $q:4x-3y+17=0$ v bodě $\mathrm{T}=[-2;y_\mathrm{T}]$.

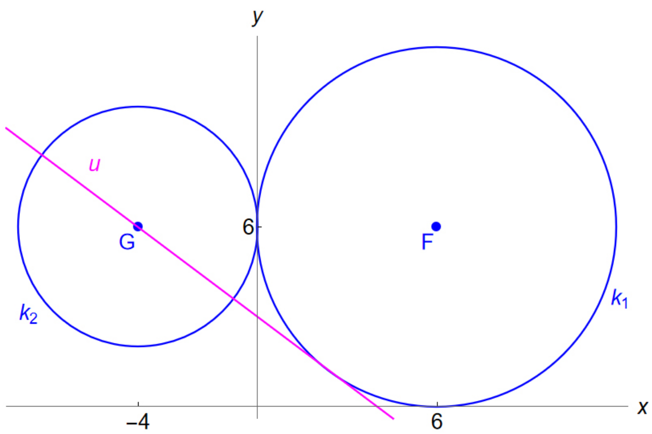
**1.53** Určete souřadnice vrcholů obdélníka vepsaného do kružnice $x^2+y^2-2x-4y-20=0$, leží-li jedna jeho strana na přímce $x+2y=0$.

**1.54** Napište rovnice tečen vedených ke kružnici $x^2+y^2=40$ v jejích průsečících s přímkou $x-y-4=0$. Určete průsečík těchto tečen.

**1.55** Napište rovnici tečen ke kružnici $(x-3)^2+(y+2)^2=25$ vedených z bodu $\mathrm{M}=[2;5]$.

**1.56** Napište rovnici tečen ke kružnici $x^2+y^2+2x-8y-8=0$ vedených z bodu $\mathrm{B}=[24;29]$.

**1.57** Napište rovnici přímky *u*, která prochází středem G kružnice $k_2$ a dotýká se kružnice $k_1$ (viz obr. 4).




*obr. 4*

**1.58** Je dána kružnice $(x-3)^2+(y+4)^2=25$ a přímka $v:4x-3y+20=0$. Napište rovnice tečen k dané kružnici, které jsou rovnoběžné s přímkou *v*.

**1.59** Napište rovnice tečen ke kružnici $x^2+(y-5)^2=20$, které jsou rovnoběžné s přímkou určenou body $\mathrm{E}=[4;3]$ a $\mathrm{F}=[-2;1]$.

**1.60** Je dána kružnice $(x+1)^2+(y-2)^2=13$. Napište rovnice tečen dané kružnice, které jsou kolmé na tečnu procházející bodem $\mathrm{W}=[1;-1]$. Vypočítejte průsečíky nalezených tečen s tečnou procházející daným bodem W.

**1.61** Vypočtěte úhel, pod kterým se protínají kružnice $k:x^2+y^2+6x-2y-15=0$ a $l:x^2+y^2-2x+2y-23=0$.

**1.62** Vypočtěte úhel, pod kterým se protínají kružnice $k_1:x^2+y^2-2x+4y-31=0$ a $k_2:x^2+y^2+4x-21=0$.

**1.63** Vypočtěte úhel, pod kterým se protínají kružnice $k_1:x^2+y^2-4x+2y-5=0$ a $k_2:x^2+y^2-2x-6y-3=0$.

## 2. <u>Elipsa</u>

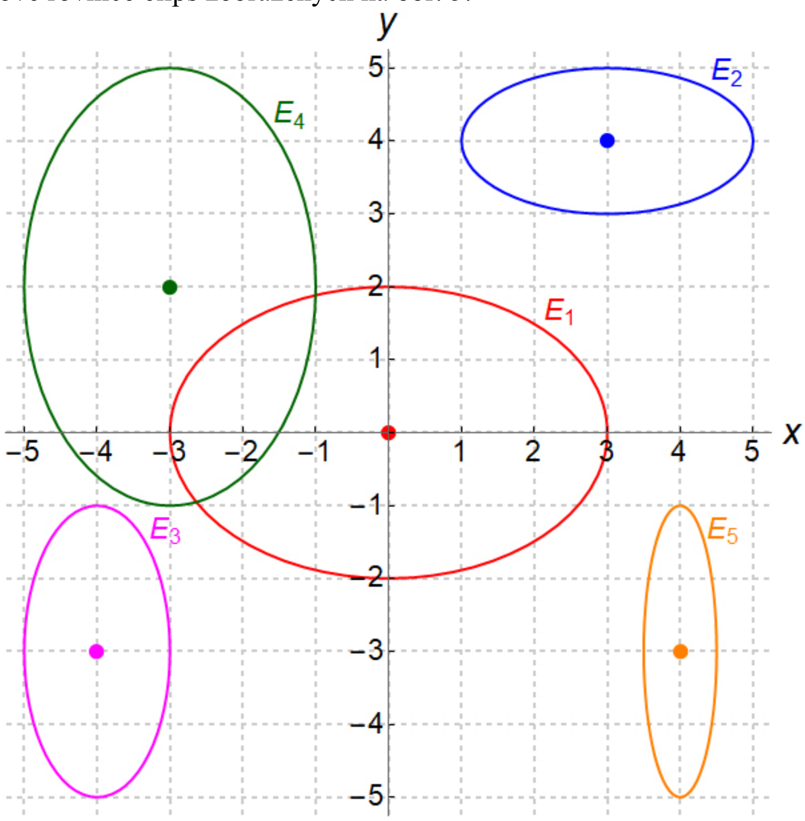
**2.1** Napište parametrické vyjádření elipsy, která má střed v počátku kartézské soustavy souřadnic, hlavní osu totožnou s osou $x$ a délky poloos 4 j a 5 j.

**2.2** Napište parametrické vyjádření elipsy, která má střed v bodě $S=[-2;5]$, hlavní osu rovnoběžnou s osou $x$ a délky poloos 3 j a 7 j.

**2.3** Napište parametrické vyjádření elipsy, která má střed v bodě $S=[3;-4]$, hlavní osu rovnoběžnou s osou $y$ a délky poloos 1 j a 4 j.

**2.4** Mravenec se pohybuje po elipse nakreslené na vodorovném stole stále stejně velkou úhlovou rychlostí tak, že elipsu obejde jednou za 15 s. Délky poloos elipsy jsou 25 cm a 40 cm. Napište parametrické vyjádření mravencovy trajektorie.

**2.5** Napište středové rovnice elips zobrazených na obr. 5.




*obr. 5*

**2.6** Zobrazte v kartézské soustavě elipsy popsané rovnicemi: a) $E_1:(x-3)^2+4(y+4)^2=4$, b) $E_2:4(x-2)^2+9(y-3)^2=36$, c) $E_3:9(x+3)^2+(y+2)^2=9$, d) $E_4:9(x+4)^2+4(y-3)^2=9$, e) $E_5:16(x-1)^2+4(y+2)^2=1$.

**2.7** Napište osovou rovnici elipsy, je-li délka hlavní poloosy 4 j a délka vedlejší poloosy 2 j. Určete též souřadnice ohnisek.

**2.8** Napište rovnici elipsy se středem v počátku soustavy souřadnic, jejíž jedno ohnisko má souřadnice $F_1=[0;3]$ a vedlejší poloosa má délku 4 j.

**2.9** Hlavní poloosa elipsy má délku $\sqrt{5}$ j, vedlejší poloosa má délku 2 j. Napište rovnici této elipsy, jejíž hlavní osa je rovnoběžná s osou $y$, jestliže na ní leží body $A=[0;0]$ a $B=[2;-\sqrt{5}]$. Určete souřadnice hlavních a vedlejších vrcholů této elipsy.

**2.10** Napište osovou rovnici elipsy, která prochází body $U=[2;0]$ a $V=[\sqrt{2};\sqrt{10}]$.

**2.11** Napište středovou rovnici elipsy, která má střed v bodě $S = [2; -1]$ a která prochází body $P = \left[4; \frac{3\sqrt{3}-2}{2}\right]$ a $Q = \left[2\sqrt{2}+2; \frac{3\sqrt{2}-2}{2}\right]$.

**2.12** Je dána elipsa $16(x-3)^2 + 9(y+1)^2 = 144$. Určete délku hlavní a vedlejší poloosy a vypočítejte souřadnice ohnisek a hlavních vrcholů.

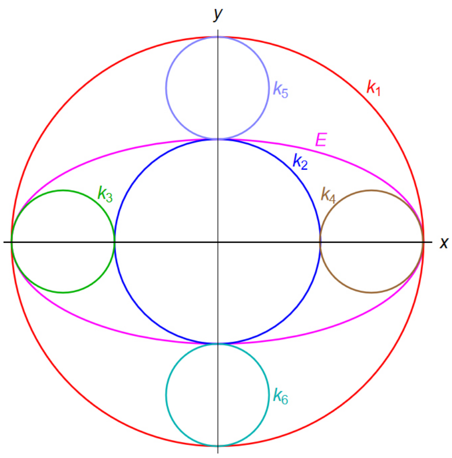
**2.13** Zjistěte, zda daná rovnice popisuje elipsu. Pokud ano, určete souřadnice jejího středu, délky poloos a souřadnice ohnisek: a) $4x^2 + 16y^2 - 16x + 96y + 96 = 0$, b) $4x^2 + 16y^2 + 8x - 64y + 52 = 0$, c) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 18y + 12 = 0$, d) $2x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$, e) $5x^2 + y^2 - 30x + 4y + 29 = 0$; f) $25x^2 + 9y^2 + 50x - 54y - 119 = 0$.

**2.14** Na zámku Humprecht je hudební sál, který má eliptický půdorys. Dveře do sálu přitom vedou v místech, kde se nacházejí hlavní vrcholy uvažované elipsy. Vzájemná vzdálenost dveří je 10,8 m, největší vzdálenost měřená ve směru kolmém na spojnici dveří je 7,4 m. Jak daleko od dveří se nachází bližší ohnisko elipsy?
Popsanou elipsu umístěte do prvního kvadrantu soustavy souřadnic tak, aby se dotýkala obou os soustavy souřadnic a její osy byly s osami souřadnic rovnoběžné. Určete souřadnice středu a napište a) středový, b) obecný tvar rovnice této elipsy.

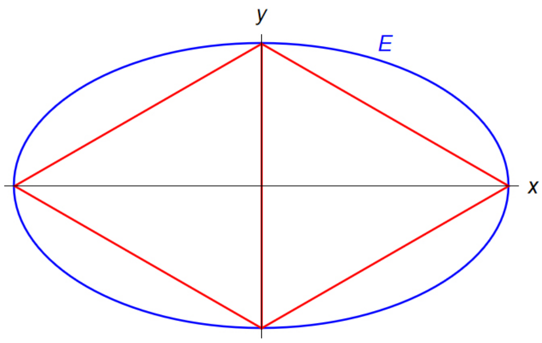
**2.15** Ověřte, že rovnice $x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 28 = 0$ je rovnicí elipsy. Určete souřadnice hlavních a vedlejších vrcholů a ohnisek.

**2.16** Druhé souřadnice bodů na kružnici $x^2 + y^2 = 36$ byly zmenšeny na jednu třetinu původní velikosti. Určete, o jakou křivku se jedná a napište její rovnici.

**2.17** Napište obecné rovnice kružnic zobrazených na obr. 6, jestliže elipsa má obecnou rovnici $x^2 + 4y^2 - 1 = 0$.



*obr. 6*



*obr. 7*

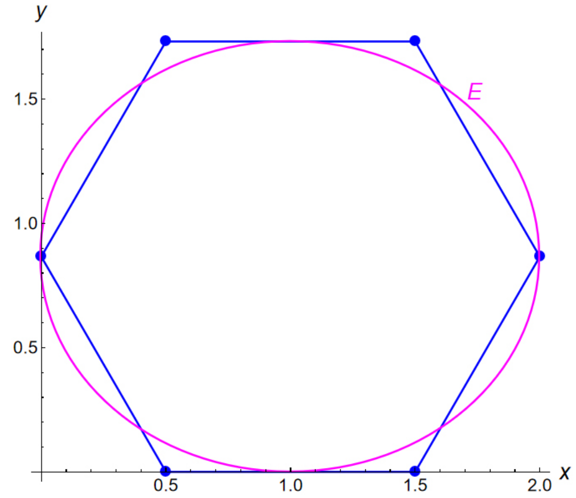
**2.18** Jsou dány dvě kružnice $k_1 : x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ a $k_2 : x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$. Elipsa $E$ je dána tak, že její ohniska leží v průsečících obou kružnic a vedlejší vrcholy leží ve středech zadaných kružnic. Napište rovnici této elipsy.

**2.19** Napište rovnici elipsy, do níž jsou vepsány dva rovnostranné trojúhelníky se stranou délky $a$ (viz obr. 7).

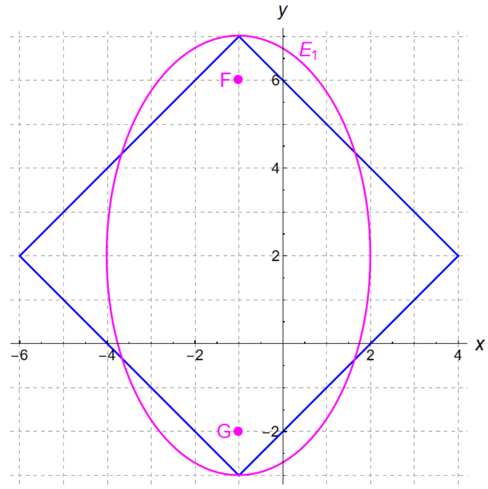
**2.20** Napište obecné vyjádření elipsy, která je definovaná pomocí pravidelného šestiúhelníku (viz obr. 8).

**2.21** Napište rovnici elipsy $E_1$, která je definována pomocí ohnisek F a G ležícími na úhlopříčce čtverce (viz obr. 9).

**2.22** Kosočtverec je umístěn tak, že jeho úhlopříčky leží na osách kartézské soustavy souřadnic. Délka jeho strany je 5 cm a délka jeho výšky je 4,8 cm. Dvěma jeho protějšími vrcholy prochází elipsa, která má ohniska ve zbývajících vrcholech kosočtverce. Napište rovnici uvažované elipsy.




*obr. 8*



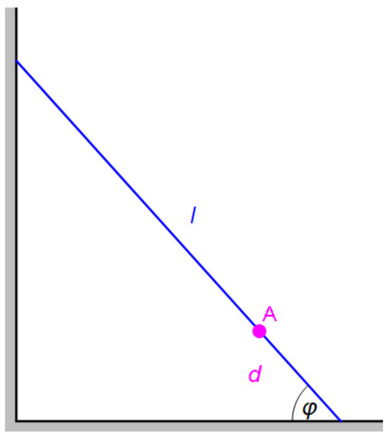

*obr. 9*

**2.23** Určete množinu všech bodů, které mají od přímky $p$ dané rovnicí $x = 8$ třikrát větší vzdálenost než od bodu $J = [0; 4]$.

**2.24** Na žebříku délky $l$, který je opřen o svislou stěnu tak, že s vodorovnou podložkou svírá úhel $\varphi$, je ve vzdálenosti $d$ od dolního konce žebříku bod A (viz obr. 10). Po jaké křivce se bude bod A pohybovat, pokud bude žebřík klouzat po stěně i po podlaze?

**2.25** Z určitého místa budeme házet kamenem. Počáteční rychlost kamene bude mít pokaždé stejnou velikost $v_0 = 20\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, ale elevační úhel $\alpha$ budeme měnit. Všechny hody budou probíhat v téže svislé rovině. Je-li kámen dostatečně velký, lze zanedbat odpor vzduchu a předpokládat, že trajektorií pohybu kamene je parabola. Určete množinu vrcholů všech těchto parabol.

**2.26** Zjistěte vzájemnou polohu přímky, která je dána bodem $Q = [-2; -6]$ a je kolmá k vektoru $\vec{n} = (-3; 2)$, a elipsy $9x^2 + 4y^2 = 36$.




*obr. 10*

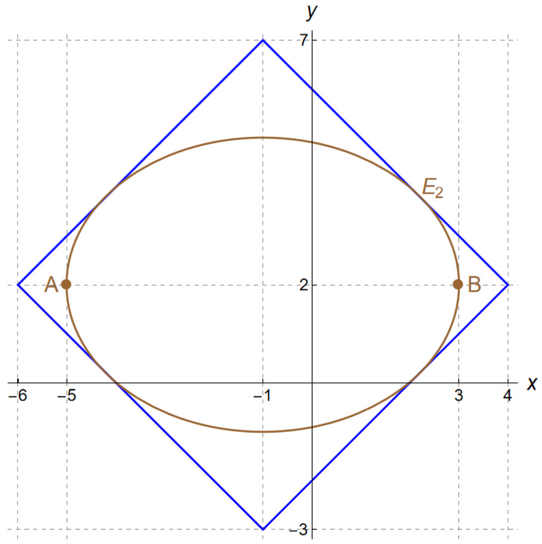
**2.27** Určete vzájemnou polohu přímky $x + 2y - 4 = 0$ a elipsy $(x+2)^2 + 4(y-2)^2 = 4$.

**2.28** Určete průsečíky elipsy $E_1$, která je definována pomocí ohnisek F a G ležícími na úhlopříčce čtverce (viz obr. 9), a uvedeného čtverce. (Úloha navazuje na úlohu 2.21.)

**2.29** V závislosti na reálném parametru $m$ určete vzájemnou polohu přímky $mx + y - 4 = 0$ a elipsy $x^2 + 2y^2 = 16$.

**2.30** Napište rovnici elipsy se středem v bodě $S = [3; 2]$, dotýkající se obou os souřadnic, jsou-li její osy rovnoběžné s osami $x$ a $y$.

**2.31** Napište rovnici elipsy $E_2$, která je definovaná hlavními vrcholy A a B ležícími na úhlopříčce čtverce (viz obr. 11).




*obr. 11*

**2.32** V soustavě souřadnic je dána elipsa tak, že její hlavní osa splývá s osou $x$ a střed S elipsy je v počátku soustavy souřadnic. Trojúhelník ADC, kde A je hlavní vrchol a D a C jsou vedlejší vrcholy elipsy, je rovnostranný. Délka hlavní poloosy elipsy je 3 j.

a) Napište rovnici této elipsy.
b) Určete souřadnice ohnisek F a G elipsy.
c) Rozhodněte, který z trojúhelníků FGX, kde X je libovolný bod elipsy, má největší obvod.
d) Rozhodněte, který z trojúhelníků FGX, kde X je libovolný bod elipsy, má největší obsah.
e) Napište rovnice tečny této elipsy procházející bodem $\mathrm{S}=[2;-1]$.

**2.33** Jsou dány body $\mathrm{K}=[-3;0]$ a $\mathrm{L}=[3;0]$ a přímka $p$ určená rovnicí $4x+5\left(2-\sqrt{3}\right)y-20=0$. Určete souřadnice všech bodů P, které leží na přímce $p$ tak, že obvod trojúhelníka KLP je roven 16 j.

**2.34** Napište rovnici tečny k elipse $3(x-2)^2+6(y+3)^2=18$ v jejím bodě $\mathrm{B}=[4;y_{\mathrm{B}}]$.

**2.35** Je dána elipsa $3x^2+6y^2=18$ a bod $\mathrm{D}=[4;-1]$. Dokažte, že bod D leží ve vnější oblasti elipsy, a napište rovnice tečen vedených z tohoto bodu k dané elipse.

**2.36** Najděte rovnice tečen elipsy $9(x-3)^2+16(y+1)^2=144$, které mají směrnici rovnou 1.

**2.37** Elipsa je dána dvěma hlavními vrcholy $\mathrm{V}_1=[a;0]$ a $\mathrm{V}_2=[-a;0]$ a vedlejším vrcholem $\mathrm{B}=[0;b]$. Do této elipsy je vepsán rovnostranný trojúhelník, jehož jedna strana je rovnoběžná s osou $x$. Určete délku jeho strany.

**2.38** Vypočítejte délku tětivy v elipse jdoucí jejím středem a svírající s hlavní poloosou elipsy úhel $45°$.

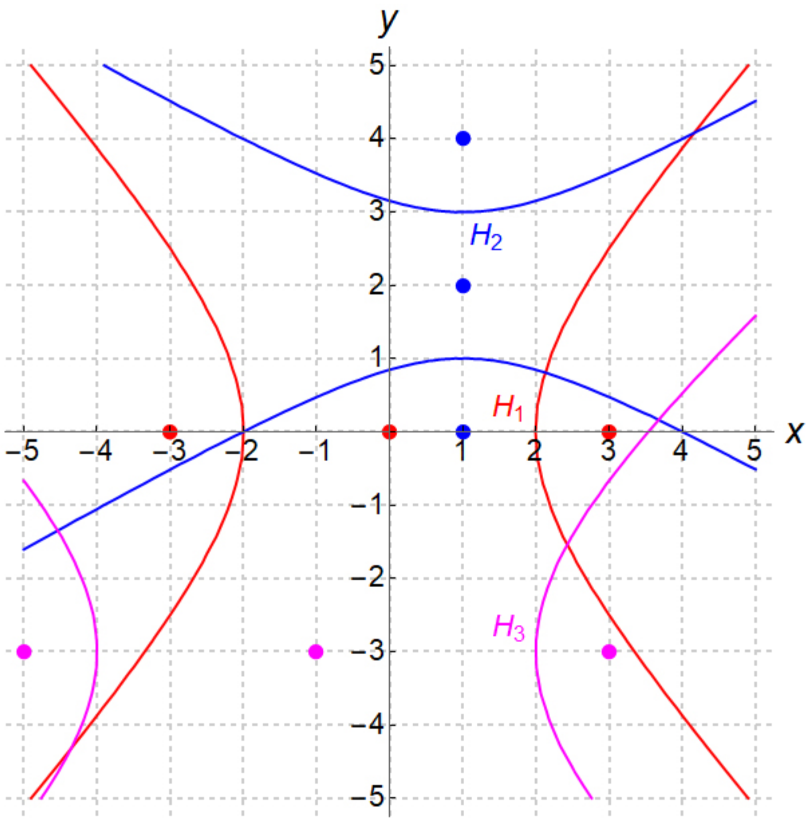
**2.39** V kartézské soustavě souřadnic je dána elipsa tak, že její hlavní osa splývá s osou $x$ a střed elipsy je v počátku soustavy souřadnic. Hlavní poloosa má délku 5 j, vedlejší poloosa má délku 3 j. Určete průsečíky tečen elipsy, jejímiž dotykovými body jsou krajní body tětiv elipsy procházejících ohnisky kolmo k hlavní ose elipsy.

## *3. __Hyperbola__*

**3.1** Napište středové rovnice hyperbol, které jsou zobrazeny na obr. 12.

**3.2** Zakreslete do kartézské soustavy souřadnic hyperboly dané rovnicemi: $H_1:-(x-2)^2+8(y+3)^2=8$, $H_2:5(x+1)^2-4(y-2)^2=20$, $H_3:-9(x+2)^2+7(y+1)^2=63$.

**3.3** Napište osovou rovnici hyperboly, jejíž hlavní poloosa má délku 2 j, vedlejší poloosa má délku 3 j a střed je totožný s počátkem soustavy souřadnic.



*obr. 12*

**3.4** Napište rovnici hyperboly, která má délku hlavní poloosy 5 j, výstřednost 8 j a ohniska: $F_1 = [e; 0]$ a $F_2 = [-e; 0]$.

**3.5** Hyperbola, která je souměrná podle os kartézského systému souřadnic, prochází bodem $M = \left[6; -2\sqrt{2}\right]$ a má délku vedlejší poloosy 2 j. Napište její rovnici a určete souřadnice vrcholů hyperboly.

**3.6** Napište rovnici hyperboly v osové poloze, u níž vzdálenosti jednoho z jejích vrcholů od ohnisek jsou rovny 9 j a 1 j.

**3.7** Hlavní vrcholy elipsy mají souřadnice $A = [-2; 8]$ a $B = [-2; -2]$ a délka její vedlejší poloosy je 4 j. Napište rovnici hyperboly, která má vrcholy v ohniskách elipsy a ohniska ve vrcholech elipsy.

**3.8** Napište rovnici hyperboly, která má vrcholy v ohniskách a ohniska ve vrcholech elipsy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

**3.9** Zjistěte souřadnice středu, vrcholů a ohnisek hyperboly $9(x+4)^2 - 16(y-2)^2 = 576$. Určete také její výstřednost a délky poloos.

**3.10** Určete délku hlavní a vedlejší poloosy a souřadnice ohnisek hyperboly, která prochází bodem $A = [-2; -1]$, její výstřednost je 8 j a má střed v bodě $S = [3; -1]$.

**3.11** Zjistěte vzájemnou polohu přímky $10x - 3y - 32 = 0$ a hyperboly $4x^2 - y^2 = 64$. Pokud se nejedná o asymptotu, napište i rovnice asymptot.

**3.12** Zjistěte vzájemnou polohu přímky $x - y - 6 = 0$ a hyperboly $x^2 - y^2 = 9$.

**3.13** Zjistěte vzájemnou polohu přímky $20x - 9y - 18 = 0$ a hyperboly $16x^2 - 9y^2 = 144$.

**3.14** Zjistěte vzájemnou polohu přímky $3x - 2y = 0$ a hyperboly $9x^2 - 4y^2 = 36$.

**3.15** Zjistěte vzájemnou polohu přímky $2x + y + 2 = 0$ a hyperboly $25y^2 - 4x^2 = 100$.

**3.16** Napište rovnici tečny k hyperbole $9(x+3)^2 - 25(y-2)^2 = 225$ v jejím bodě $T = [2; y_T]$.

**3.17** Je dána hyperbola $x^2 - 9y^2 = 1$. Napište rovnice všech přímek, které procházejí bodem $\mathrm{M} = [3; 1]$ a mají s hyperbolou společný právě jeden bod.

**3.18** Napište rovnice tečen k hyperbole $x^2 - 4y^2 = 16$ vedených z bodu $\mathrm{A} = [0; -2]$.

**3.19** Vypočtěte úhel asymptot hyperboly $x^2 - 3y^2 = 27$. Jaká je vzdálenost ohniska od asymptoty?

**3.20** Najděte průsečíky asymptot hyperboly $x^2 - 3y^2 = 12$ s kružnicí, která má střed v pravém ohnisku hyperboly a prochází počátkem soustavy souřadnic.

**3.21** Napište osovou rovnici hyperboly, která prochází bodem $\mathrm{N} = [5; 2]$ a jedna z jejích asymptot má rovnici $2x + 3y = 0$. Určete velikosti poloos hyperboly.

**3.22** Je dána hyperbola $9x^2 - 16y^2 + 36x + 96y - 252 = 0$. Určete vzdálenost ohniska této hyperboly od její asymptoty. Vypočtěte délku tětivy hyperboly, která prochází jejím ohniskem kolmo na hlavní osu hyperboly.

**3.23** Hyperbola prochází bodem $\mathrm{V} = \left[6; \frac{3}{2}\sqrt{5}\right]$, je souměrná podle os soustavy souřadnic a délka hlavní poloosy je 4 j. Napište rovnice kolmic spuštěných z levého (resp. horního) ohniska hyperboly na její asymptoty.

**3.24** Bod K dělí vzdálenost mezi ohnisky hyperboly $9x^2 - 16y^2 = 144$ v poměru $|\mathrm{F_1K}| : |\mathrm{F_2K}| = 2 : 3$, kde $\mathrm{F_1}$ je levé ohnisko hyperboly. Bodem K je vedena přímka svírající s kladnou částí osy $x$ úhel $135°$. Najděte průsečíky této přímky s asymptotami hyperboly.

**3.25** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejímiž asymptotami jsou souřadnicové osy a která prochází bodem $\mathrm{A} = [-4; 2]$.

**3.26** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejímiž asymptotami jsou souřadnicové osy a která prochází bodem $\mathrm{C} = [2; 4]$. Zjistěte délky jejích poloos a souřadnice ohnisek.

**3.27** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, která má střed v bodě $\mathrm{S} = [1; -2]$ a délka hlavní poloosy je 4 j. Určete souřadnice ohnisek.

**3.28** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, která má střed v bodě $\mathrm{S} = [-3; -1]$ a jedno z ohnisek má souřadnice $\mathrm{F_1} = [2; 4]$.

**3.29** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, která má výstřednost 2 j, prochází bodem $\mathrm{B} = [-3; 1]$ a jedna její asymptota je přímka $x = -2$.

**3.30** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejíž hlavní osa leží na přímce $x - y + 2 = 0$, jedna asymptota je přímka $y = 3$ a prochází bodem $\mathrm{C} = [2; 5]$.

**3.31** Napište rovnici kružnice, jejímž průměrem je úsek přímky $x + y - 6 = 0$ vyťatý hyperbolou $xy = 8$.

## *4. Parabola*

**4.1** Napište vrcholové rovnice parabol zobrazených na obr. 13.

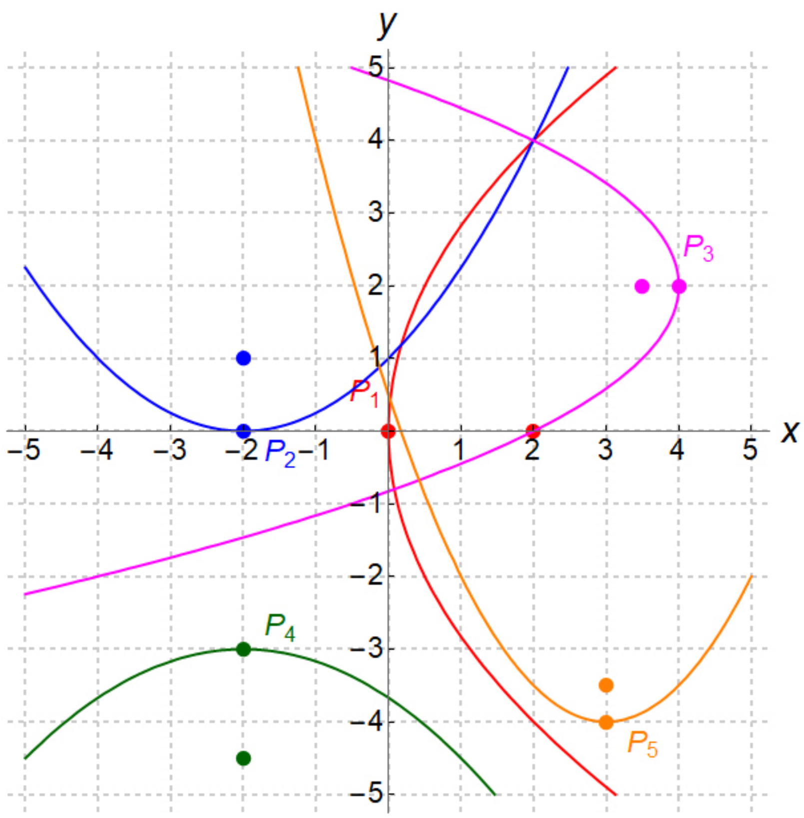
**4.2** Zakreslete do kartézské soustavy souřadnic paraboly dané rovnicemi: $P_1 : y^2 = 4x$, $P_2 : (x+2)^2 = 8(y-1)$, $P_3 : (x-3)^2 = -2(y-4)$, $P_4 : (x+2)^2 = 6(y+4)$ a $P_5 : (y+3)^2 = -4(x-4)$.

**4.3** Je dána parabola $x^2 = 12y$. Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídící přímky.

**4.4** Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a ohnisko $\mathrm{F} = [-4; 0]$.

**4.5** Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a prochází bodem $\mathrm{A} = [-1; -3]$.

**4.6** Napište rovnici paraboly, která má vrchol $\mathrm{V} = [-1; 2]$, prochází bodem $\mathrm{B} = [6; 0]$ a osu rovnoběžnou s osou *y*. Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídící přímky.




*obr. 13*

**4.7** Napište rovnici paraboly, jejíž ohnisko má souřadnice $\mathrm{F}=[3;4]$ a řídící přímka $d$ je dána rovnicí $y-2=0$.

**4.8** Napište rovnici paraboly, která má vrchol v bodě $\mathrm{V}=[1;n]$ a prochází body $\mathrm{A}=[2;2]$ a $\mathrm{B}=[2;-6]$. Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídící přímky.

**4.9** Napište rovnici paraboly, která a) prochází body $\mathrm{O}=[0;0]$ a $\mathrm{A}=[-1;2]$ a je souměrná podle osy *x*; b) prochází body $\mathrm{O}=[0;0]$ a $\mathrm{B}=[2;4]$ a je souměrná podle osy *y*.

**4.10** Zjistěte, zda daná rovnice popisuje parabolu. Pokud ano, určete souřadnice jejího vrcholu, hodnotu parametru, souřadnice ohniska a rovnici řídící přímky: a) $x^2-2x-2y+1=0$, b) $x^2+2x+4y-7=0$, c) $y^2+6x-4y+10=0$; d) $y^2-x+2y=0$.

**4.11** Sestavte rovnici geometrického místa bodů stejně vzdálených od počátku soustavy souřadnic a od přímky $x=-4$. Určete průsečíky této křivky s osami souřadnic.

**4.12** Napište rovnici paraboly a její řídící přímky, jestliže parabola prochází průsečíky osy prvního a třetího kvadrantu s kružnicí $x^2+y^2+6x=0$ a je souměrná podle jedné osy kartézského systému souřadnic.

**4.13** Napište rovnici kružnice, která má střed v ohnisku paraboly $y^2=2px$ a která se dotýká řídící přímky paraboly. Určete průsečíky paraboly a kružnice.

**4.14** Napište rovnici paraboly a její řídící přímky, jestliže parabola prochází průsečíky přímky $x+y=0$ a kružnice $x^2+y^2+4y=0$ a je souměrná podle osy *y*.

**4.15** Zrcadlová plocha světlometu vznikla otáčením paraboly kolem její osy souměrnosti. Průměr skla reflektoru je 20 cm a hloubka reflektoru je 10 cm. V jaké vzdálenosti od vrcholu parabolického zrcadla je třeba umístit bodový zdroj dálkového světla?

**4.16** Napište rovnici paraboly, která je trajektorií tělesa vrženého ve vakuu vodorovným směrem počáteční rychlostí o velikosti $v_0$ z výšky $h$ nad vodorovným terénem. Napište rovnici její řídící přímky a určete souřadnice jejího ohniska.

**4.17** Napište rovnici paraboly, která je trajektorií tělesa vrženého ve vakuu šikmo vzhůru počáteční rychlostí o velikosti $v_0$ pod elevačním úhlem $\alpha$. Napište rovnici řídící přímky této paraboly. Napište rovnici křivky, po které se pohybuje ohnisko parabol, které jsou trajektoriemi šikmého vrhu vzhůru s danou počáteční rychlostí a s různými elevačními úhly.

**4.18** Určete vzájemnou polohu přímky *p*: $3x-7y+30=0$ a paraboly $y^2=9x$.

**4.19** Určete vzájemnou polohu přímky *q*: $x-2=0$ a paraboly $x^2=-6y$.

**4.20** Určete vzájemnou polohu přímky $u: 2x+y+3=0$ a paraboly $x^2=2(y+1)$.

**4.21** Určete vzájemnou polohu přímky $k: x+3y-5=0$ a paraboly $y^2=-(x-2)$.

**4.22** Určete vzájemnou polohu paraboly $(y-2)^2=4x-20$ a přímky *p*: $y=kx+2$ v závislosti na reálném parametru *k*.

**4.23** Parabole $y^2=2x$ je vepsán rovnostranný trojúhelník, jehož jeden vrchol je počátek soustavy souřadnic. Určete souřadnice jeho ostatních vrcholů.

**4.24** Napište rovnice tečen vedených k parabole $y^2=8x$ z bodu $\mathrm{A}=[0;-2]$.

**4.25** Napište rovnice tečen vedených k parabole $(x-2)^2=4(y+1)$ bodem $\mathrm{K}=[5;-1]$.

**4.26** Je dána parabola $(y+3)^2=6(x-2)$. Napište rovnici tečny, která je rovnoběžná s přímkou určenou body $\mathrm{C}=[0;5]$ a $\mathrm{B}=[-2;4]$.

**4.27** Napište rovnici paraboly, která se dotýká přímky *p*: $2x-y-7=0$, má ohnisko $\mathrm{F}=\left[1;-\frac{5}{4}\right]$ a její osa je rovnoběžná s osou *y*.

**4.28** Ohniskem paraboly $(y-2)^2=-4(x+1)$ je vedena přímka svírající s kladnou částí osy *x* úhel $120°$. Napište rovnici této přímky a určete délku vzniklé tětivy.

# ***Řešení***

## *1. Kružnice*

**1.1** $x=\cos\varphi,\ y=\sin\varphi;\ \varphi\in\langle 0;2\pi);$

**1.2** $x=3\cos\varphi,\ y=3\sin\varphi;\ \varphi\in\langle 0;2\pi);$

**1.3** $x=2+5\cos\varphi,\ y=-1+5\sin\varphi;\ \varphi\in\langle 0;2\pi);$

**1.4** $x=4+\sqrt{2}\cos\varphi,\ y=-2+\sqrt{2}\sin\varphi;\ \varphi\in\langle 0;2\pi);$

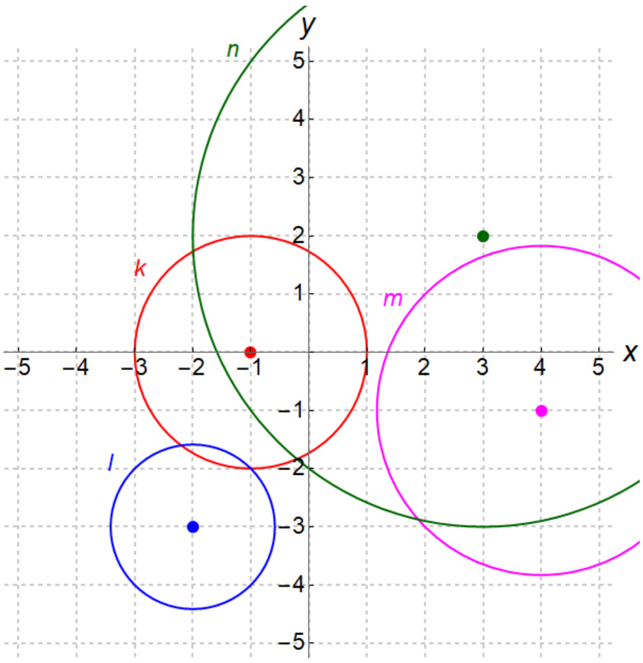
**1.5** $x=1{,}5\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)\,\mathrm{m},\ y=1{,}5\sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right)\,\mathrm{m};\ t\in\langle 0;5)\,\mathrm{s};$

**1.6** $x=0{,}5\cos(4\pi t)\,\mathrm{m},\ y=0{,}5\sin(4\pi t)\,\mathrm{m};\ t\in\langle 0;0{,}5)\,\mathrm{s};$

**1.7** $k: x^2+y^2=4;\quad l:(x-4)^2+(y-3)^2=1;\quad m:(x+2)^2+(y-2)^2=9;\quad n:(x+3)^2+(y+2)^2=8;$
$p:(x-3)^2+(y+3)^2=2;$

**1.8** viz obr. 14;

**1.9** $k: x^2+y^2=25;$




*obr. 14*

**1.10** $x^2+y^2=41;$

**1.11** $(x+3)^2+(y-2)^2=16;\ x^2+y^2+6x-4y-3=0;$

**1.12** $x^2+y^2-6x+4y-19=0;$

**1.13** $(x+3)^2+(y-2)^2=13;$

**1.14** $(x+2)^2+(y-5)^2=25;$

**1.15** a) $\mathrm{S}=[-2;3];\ r=\sqrt{33}$ j; b) $\mathrm{S}=[-3;1]$, 5 j; c) $\mathrm{S}=\left[\frac{1}{2};1\right]$, 1 j; d) není kružnice; e) není kružnice;

**1.16** $(x-9)^2+(y-6)^2=25;$

**1.17** $(x-2)^2+(y+3)^2=9;$

**1.18** $(x-4)^2+(y-5)^2=25$;

**1.19** $(x+10)^2+(y+8)^2=100$;

**1.20** $k_1:(x-1)^2+(y-1)^2=1$; $k_2:(x-5)^2+(y-5)^2=25$;

**1.21** $(x+1)^2+(y-3)^2=25$;

**1.22** $x^2+y^2-4x+2y-20=0$;

**1.23** $x^2+y^2+6x-4y-12=0$;

**1.24** $k_1:x^2+y^2-36x-36y+324=0$; $k_2:x^2+y^2-\left(36+24\sqrt{5}\right)x-20y+1044+432\sqrt{5}=0$;

**1.25** $k_1:x^2+y^2-225=0$; $k_2:x^2+y^2-15y=0$; $k_3:x^2+y^2+15y=0$; $k_4:x^2+y^2-20x+75=0$; $k_5:x^2+y^2-8x+15=0$;

**1.26** $4x^2+4y^2\pm 4bx-12by+9b^2=0$; $x^2+y^2\pm bx-3by+2b^2=0$;

**1.27** $3x^2+3y^2-9ax\pm ay\sqrt{3}+6a^2=0$; $12x^2+12y^2-36ax\pm 4ay\sqrt{3}+9a^2=0$;

**1.28** $k':(x+5)^2+(y-2)^2=15$;

**1.29** $l':x^2+(y+3)^2=7$;

**1.30** $m':(x-5)^2+(y-7)^2=12$;

**1.31** $n':(x+6)^2+(y-13)^2=36$;

**1.32** $a':(x+2)^2+(y-4)^2=16$;

**1.33** $k':(x-7)^2+(y+2)^2=11$;

**1.34** $k':(x+2)^2+y^2=6$;

**1.35** $r':(x-3)^2+(y-4)^2=16$;

**1.36** $k':(x-2)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2=9$;

**1.37** $b':(x-6)^2+(y+5)^2=80$;

**1.38** $c':\left(x-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{13}{4}\right)^2=2$;

**1.39** $d':(x+2{,}5)^2+(y+10{,}5)^2=27$;

**1.40** část kružnice $(a-0{,}5)^2+(b-0{,}5)^2=0{,}5$ mezi bodem $\mathrm{B}=[1;0]$ a $\mathrm{A}=[1;1]$;

**1.41** $x^2+y^2-10x+2y+10=0$;

**1.42** $x^2+y^2+6x+2y+6=0$;

**1.43** a) sečna: $\mathrm{P}_1=[3;1]$, $\mathrm{P}_2=[1;-1]$; b) sečna: $\mathrm{P}_1=[1;-2]$, $\mathrm{P}_1=\left[-\dfrac{21}{17};\dfrac{118}{17}\right]$; c) vnější přímka;

**1.44** $x^2+y^2-4=0$;

**1.45** $2x^2+2y^2-5=0$;

**1.46** $x^2+y^2+2x-6y-26=0$;

**1.47** tečna: $c=\pm 2\sqrt{5}$; sečna: $c\in\left(-2\sqrt{5};\,2\sqrt{5}\right)$; vnější přímka: $c\in\mathbb{R}\setminus\left\langle -2\sqrt{5};\,2\sqrt{5}\right\rangle$;

**1.48** $(x+3)^2+(y-4)^2=25$;

**1.49** $x+y-3=0$;

**1.50** $4x+3y-20=0$;

**1.51** $3x+4y+20=0$; $3x-4y-38=0$;

**1.52** $(x-2)^2+y^2=25$;

**1.53** $\mathrm{A}=[-4;2]$; $\mathrm{B}=[4;-2]$; $\mathrm{C}=[6;2]$; $\mathrm{D}=[-2;6]$;

**1.54** $x+3y+20=0$, $3x+y-20=0$, $\mathrm{P}=[10;-10]$;

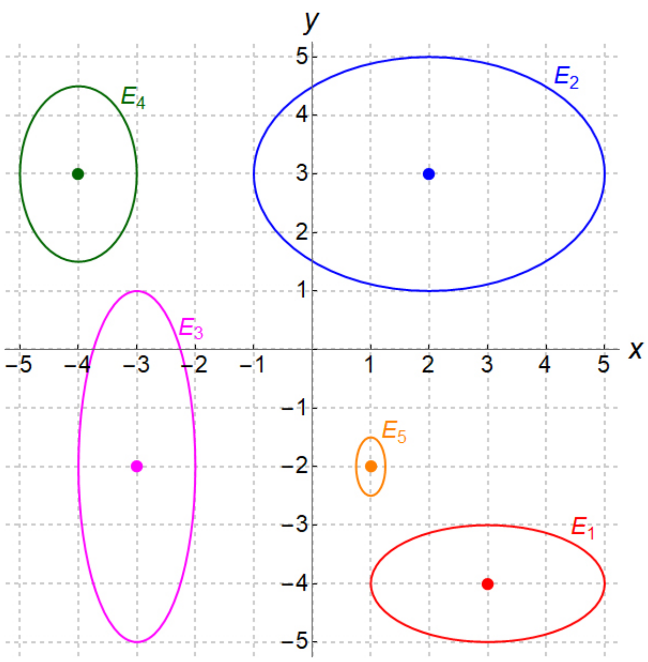
**1.55** $4x-3y+7=0$, $3x+4y-26=0$;

**1.56** $4x-3y-9=0$, $3x-4y+44=0$;

**1.57** $3x+4y-12=0$;
**1.58** $4x-3y-49=0$, $4x-3y-1=0$;
**1.59** $x-3y-5=0$, $x-3y+35=0$;
**1.60** $3x+2y-14=0$, $3x+2y+12=0$, $P_1=[4;1]$, $P_2=[-2;-3]$;
**1.61** $\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$;
**1.62** $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$;
**1.63** $\arccos\left(\frac{3\sqrt{130}}{130}\right)$.

## *2. Elipsa*

**2.1** $x=5\cos\varphi$, $y=4\sin\varphi$; $\varphi\in\langle 0;2\pi)$;
**2.2** $x=-2+7\cos\varphi$, $y=5+3\text{in}\,\varphi$; $\varphi\in\langle 0;2\pi)$;
**2.3** $x=3+\cos\varphi$, $y=-4+4\sin\varphi$; $\varphi\in\langle 0;2\pi)$;
**2.4** $x=40\cos\left(\frac{2\pi}{15}t\right)$ cm, $y=25\sin\left(\frac{2\pi}{15}t\right)$ cm; $t\in\langle 0;15)$ s;
**2.5** $E_1: 4x^2+9y^2=36$; $E_2: (x-3)^2+4(y-4)^2=4$; $E_3: 4(x+4)^2+(y+3)^2=4$; $E_4: 9(x+3)^2+4(y-2)^2=36$; $E_5: 16(x-4)^2+(y+3)^2=4$;
**2.6** viz obr. 15;




*obr. 15*

**2.7** $x^2+4y^2=16$, $F_1=[-2\sqrt{3};0]$, $F_2=[2\sqrt{3};0]$;
**2.8** $25x^2+16y^2=400$;
**2.9** $5(x-2)^2+4y^2=20$, $A=[2;\sqrt{5}]$, $B=[2;-\sqrt{5}]$, $C=[0;0]$, $D=[4;0]$; $5x^2+4\left(y+\sqrt{5}\right)^2=20$, $A=[0;0]$, $B=[0;-2\sqrt{5}]$, $C=[-2;-\sqrt{5}]$, $D=[2;-\sqrt{5}]$;

**2.10** $5x^2 + y^2 = 20$;

**2.11** $9(x-2)^2 + 16(y+1)^2 = 144$;

**2.12** $a = 4$ j, $b = 3$ j, $\mathrm{F}_1 = [3; -1+\sqrt{7}]$, $\mathrm{F}_2 = [3; -1-\sqrt{7}]$, $\mathrm{A} = [3; 3]$, $\mathrm{B} = [3; -5]$, $\mathrm{C} = [0; -1]$, $\mathrm{D} = [6; -1]$;

**2.13** a) $\mathrm{S} = [2; -3]$, $a = 4$ j, $b = 2$ j, $\mathrm{F}_{1,2} = [2 \pm 2\sqrt{3}; -3]$; b) $\mathrm{S} = [-1; 2]$, $a = 2$ j, $b = 1$ j, $\mathrm{F}_{1,2} = [-1 \pm \sqrt{3}; 2]$; c) $\mathrm{S} = [1; 1]$, $a = \frac{1}{2}$ j, $b = \frac{1}{3}$ j, $\mathrm{F}_{1,2} = \left[1 \pm \frac{\sqrt{5}}{6}; 1\right]$; d) není elipsa; e) $\mathrm{S} = [3; -2]$, $a = 2\sqrt{5}$ j, $b = 2$ j, $\mathrm{F}_{1,2} = [3; -2 \pm 4]$; f) $\mathrm{S} = [-1; 3]$, $a = 5$ j, $b = 3$ j, $\mathrm{F}_{1,2} = [-1; 3 \pm 4]$;

**2.14** 1,5 m; $\mathrm{S} = [5{,}4; 3{,}7]$, $\frac{(x-5{,}4)^2}{5{,}4^2} + \frac{(y-3{,}7)^2}{3{,}7^2} = 1$, $13{,}69x^2 + 29{,}16y^2 - 147{,}852x - 215{,}784y + 399{,}2 = 0$ nebo $\mathrm{S} = [3{,}7; 5{,}4]$, $\frac{(x-3{,}7)^2}{3{,}7^2} + \frac{(y-5{,}4)^2}{5{,}4^2} = 1$, $29{,}16x^2 + 13{,}69y^2 - 215{,}784x - 147{,}852y + 399{,}2 = 0$;

**2.15** $\mathrm{S} = [2; -1]$, a = 6 j, b = 3 j, $\mathrm{F}_1 = [2 - 3\sqrt{3}; -1]$, $\mathrm{F}_2 = [2 + 3\sqrt{3}; -1]$, $\mathrm{A} = [-4; -1]$, $\mathrm{B} = [8; -1]$, $\mathrm{C} = [2; 2]$, $\mathrm{D} = [2; -4]$;

**2.16** $x^2 + 9y^2 = 36$;

**2.17** $k_1 : x^2 + y^2 - 1 = 0$; $k_2 : 4x^2 + 4y^2 - 1 = 0$; $k_{3,4} : 2x^2 + 2y^2 \pm 3x + 1 = 0$; $k_{5,6} : 2x^2 + 2y^2 \pm 3y + 1 = 0$;

**2.18** $9(x-3)^2 + 25(y+2)^2 = 225$;

**2.19** $4x^2 + 12y^2 - 3a^2 = 0$;

**2.20** $3x^2 + 4y^2 - 6x - 4y\sqrt{3} + 3 = 0$;

**2.21** $25x^2 + 9y^2 + 50x - 36y - 164 = 0$;

**2.22** $9x^2 + 25y^2 = 225$ nebo $16x^2 + 25y^2 = 400$;

**2.23** $8(x+1)^2 + 9(y-4)^2 = 72$;

**2.24** po části elipsy dané rovnicí $\frac{x^2}{(l-d)^2} + \frac{y^2}{d^2} = 1$;

**2.25** část elipsy dané rovnicí $\frac{x^2}{\left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^2} + \frac{\left(y - \frac{v_0^2}{4g}\right)^2}{\left(\frac{v_0^2}{4g}\right)^2} = 1$;

**2.26** sečna: $\mathrm{P}_1 = [0; -3]$, $\mathrm{P}_2 = [2; 0]$;

**2.27** sečna: $\mathrm{P}_1 = [-2; 3]$, $\mathrm{P}_2 = [0; 2]$;

**2.28** $\mathrm{P}_1 = \left[-\frac{62}{17}; \frac{74}{17}\right]$; $\mathrm{P}_2 = \left[\frac{62}{17}; \frac{74}{17}\right]$; $\mathrm{P}_3 = \left[\frac{62}{17}; -\frac{74}{17}\right]$; $\mathrm{P}_4 = \left[-\frac{62}{17}; -\frac{74}{17}\right]$;

**2.29** $m \in \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ - tečna; $m \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \infty\right)$ - sečna; $m \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ - vnější přímka elipsy;

**2.30** $4(x-3)^2+9(y-2)^2=36$;

**2.31** $9x^2+16y^2+18x-64y-71=0$;

**2.32** a) $x^2+3y^2=9$; b) $F=\left[-\sqrt{6};0\right]$, $G=\left[\sqrt{6};0\right]$; c) pro libovolný bod X elipsy (vyjma bodů A a B) má trojúhelník konstantní obvod; d) jedná se o bod C nebo D; e) nelze - bod M leží uvnitř elipsy;

**2.33** $P=\left[\frac{5}{2}\sqrt{3};2\right]$;

**2.34** $x+y-2=0$, $x-y-8=0$;

**2.35** $x+y-3=0$, $x-5y-9=0$;

**2.36** $x-y+1=0$, $x-y+9=0$;

**2.37** $d=\dfrac{2a^2b\sqrt{10}}{b^2+3a^2}$;

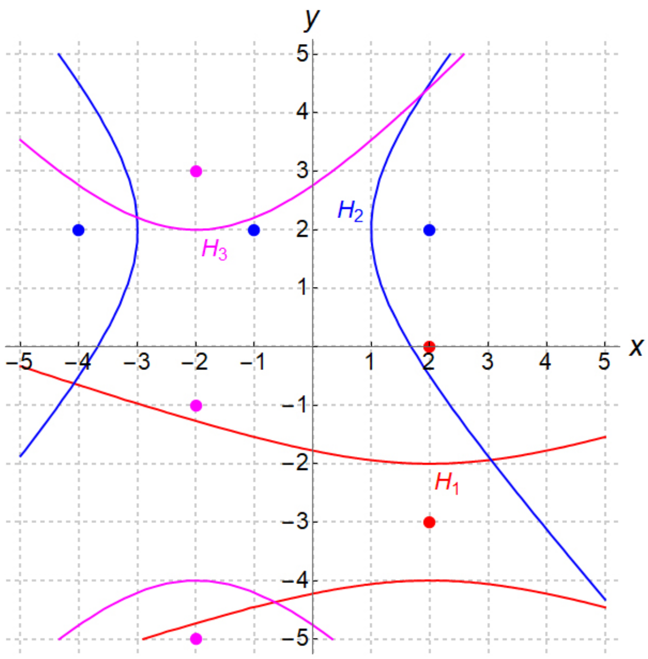
**2.38** $d=\dfrac{2ab\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}$;

**2.39** $P_1=\left[-\frac{25}{4};0\right]$, $P_2=\left[\frac{25}{4};0\right]$, $P_3=[0;5]$, $P_4=[0;-5]$.

## *3. Hyperbola*

**3.1** $H_1: 5x^2-4y^2=20$; $H_2: -(x-1)^2+3(y-2)^2=3$; $H_3: 7(x+1)^2-9(y+3)^2=63$;

**3.2** viz obr. 16;




*obr. 16*

**3.3** $4x^2-9y^2=36$;

**3.4** $39x^2-25y^2=975$;

**3.5** $x^2-3y^2=12$, $A=\left[2\sqrt{3};0\right]$, $B=\left[-2\sqrt{3};0\right]$;

**3.6** $9x^2-16y^2=144$;

**3.7** $-9(x+2)^2+16(y-3)^2=144$;

**3.8** $9x^2-16y^2=144$;

**3.9** $a=8$ j, $b=6$ j, $e=10$ j; $S=[-4;2]$, $A=[-4;-6]$, $B=[-4;10]$, $F_1=[-4;-8]$, $F_2=[-4;12]$;

**3.10** $a=5$ j, $b=\sqrt{39}$ j; $F_1=[-5;-1]$, $F_1=[11;-1]$;

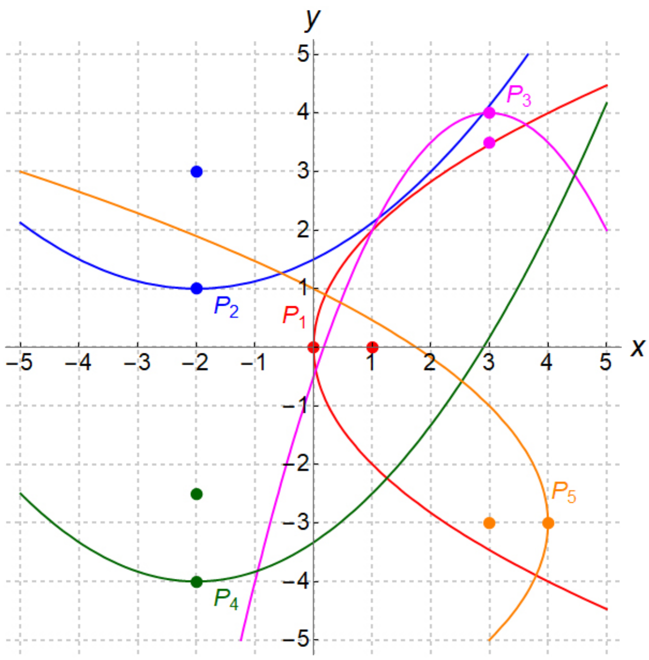
**3.11** tečna: $T=[5;6]$; asymptoty: $y=\pm 2x$;

**3.17** $5x-12y-3=0$, $x+3y-6=0$;

**3.12** tečna: $\mathrm{T} = \left[\frac{15}{4}; \frac{-9}{4}\right]$;
**3.13** vnější přímka hyperboly;
**3.14** asymptota hyperboly;
**3.15** sečna: $\mathrm{P}_1 = \left[-\frac{25}{12}; \frac{13}{6}\right]$, $\mathrm{P}_2 = [0; -2]$;
**3.16** $x - 2 = 0$;
**3.18** $x\sqrt{2} - 2y - 4 = 0$, $x\sqrt{2} + 2y + 4 = 0$;
**3.19** $60°$, 3 j;
**3.20** $\mathrm{P}_1 = \mathrm{O}$, $\mathrm{P}_2 = \left[6; 2\sqrt{3}\right]$, $\mathrm{P}_3 = \left[6; 2\sqrt{3}\right]$;
**3.21** $4x^2 - 9y^2 = 64$, $a = 4$ j, $b = \frac{8}{3}$ j;
**3.22** 3 j; 4,5 j;
**3.23** $4x + 3y + 20 = 0$, $4x - 3y + 20 = 0$;
**3.24** $\mathrm{P}_1 = \left[\frac{4}{7}; \frac{3}{7}\right]$, $\mathrm{P}_2 = [4; -3]$;
**3.25** $y = -\frac{8}{x}$;
**3.26** $y = \frac{8}{x}$, $a = b = 4$ j, $\mathrm{F}_1 = [4; 4]$, $\mathrm{F}_2 = [-4; -4]$;
**3.27** $y + 2 = \frac{8}{x - 1}$, $\mathrm{F}_1 = [5; 2]$, $\mathrm{F}_2 = [-3; -6]$;
**3.28** $y + 1 = \frac{25}{2(x+3)}$;
**3.29** $y - 2 = \frac{1}{x + 2}$ nebo $y = -\frac{1}{x + 2}$;
**3.30** $y - 3 = \frac{2}{x - 1}$;
**3.31** $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 2$.

## 4. Parabola

**4.1** $P_1 : y^2 = 8x$; $P_2 : (x+2)^2 = 4y$; $P_3 : (y-2)^2 = -2(x-4)$; $P_4 : (x+2)^2 = -6(y+3)$; $P_5 : (x-3)^2 = 2(y+4)$;
**4.2** viz obr. 17;




*obr. 17*

**4.3** $\mathrm{F} = \left[0; \frac{1}{2}\right]$; *d*: $y = -0{,}5$;
**4.4** $y^2 = -16x$;
**4.5** $y^2 = -9x$ nebo $x^2 = -\frac{1}{3}y$;
**4.6** $(x+1)^2 = -\frac{49}{2}(y-2)$, $\mathrm{F} = \left[-1; -\frac{33}{8}\right]$, *d*: $y = \frac{65}{8}$;

**4.7** $(x-3)^2 = 4(y-3)$;

**4.8** $(y+2)^2 = 16(x-1)$, $\mathrm{F} = [5; -2]$, $d$: $x = -3$;

**4.9** a) $y^2 = -4x$, b) $x^2 = y$;

**4.10** a) $\mathrm{V} = [1; 0]$, 1, $\mathrm{F} = [1; 0{,}5]$, $2y - 1 = 0$; b) $\mathrm{V} = [-1; 2]$, 2, $\mathrm{F} = [-1; 1]$, $y - 3 = 0$; c) $\mathrm{V} = [-1; 2]$, 3, $\mathrm{F} = [-2{,}5; 2]$, $2x - 1 = 0$; d) $\mathrm{V} = [-1; -1]$, 0,5, $\mathrm{F} = [-0{,}75; -1]$, $4x + 5 = 0$;

**4.11** $y^2 = 8(x+2)$; $\mathrm{P_x} = \mathrm{V} = [-2; 0]$; $\mathrm{P_{y1}} = [0; 4]$, $\mathrm{P_{y2}} = [0; -4]$;

**4.12** $y^2 = -3x$, $d$: $x = \dfrac{3}{4}$; $x^2 = -3y$, $d$: $y = \dfrac{3}{4}$;

**4.13** $\left(x - \dfrac{p}{2}\right)^2 + y^2 = p^2$, $\mathrm{P_1} = \left[\dfrac{p}{2}; p\right]$, $\mathrm{P_2} = \left[\dfrac{p}{2}; -p\right]$;

**4.14** $x^2 = -2y$, $d$: $y = \dfrac{1}{2}$;

**4.15** 2,5 cm;

**4.16** $x^2 = -\dfrac{2v_0^2}{g}(y-h)$; $y = h + \dfrac{v_0^2}{2g}$; $\mathrm{F} = \left[0; h - \dfrac{v_0^2}{2g}\right]$;

**4.17** $\left(x - \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}\right)^2 = -2\dfrac{v_0^2 \cos^2\alpha}{g}\left(y - \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g}\right)$; $y = \dfrac{v_0^2}{2g}$; $x^2 + y^2 = \dfrac{v_0^4}{4g^2}$;

**4.18** sečna: $\mathrm{P_1} = [25; 15]$, $\mathrm{P_2} = [4; 6]$;

**4.19** rovnoběžka s osou: $\mathrm{P} = \left[2; -\dfrac{2}{3}\right]$;

**4.20** tečna v bodě $\mathrm{T} = [-2; 1]$;

**4.21** vnější přímka;

**4.22** $k \in \left\{-\dfrac{\sqrt{5}}{5}; \dfrac{\sqrt{5}}{5}\right\}$ - tečna; $k \in \left(-\dfrac{\sqrt{5}}{5}; 0\right) \cup \left(0; \dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)$ - sečna; $k \in \left(-\infty; -\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right) \cup \left(\dfrac{\sqrt{5}}{5}; \infty\right)$ - vnější přímka; $k = 0$ - rovnoběžka s osou paraboly;

**4.23** $\mathrm{A} = [6; 2\sqrt{3}]$, $\mathrm{B} = [6; -2\sqrt{3}]$;

**4.24** $x = 0$, $x + y + 2 = 0$;

**4.25** $y + 1 = 0$, $3x - y - 16 = 0$;

**4.26** $x - 2y - 2 = 0$;

**4.27** $(x-1)^2 = 3(y+2)$;

**4.28** $x\sqrt{3} + y - 2 + 2\sqrt{3} = 0$; $\dfrac{16}{3}$.