PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky
Panská 3
Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2026

Algebraické výrazy

sbírka úloh

Jaroslav Reichl

1. Polynomy

1.1 Napište polynom pátého stupně.

1.2 Napište čtyřčlen šestého stupně a) s proměnnou *a*, b) s proměnnými *p* a *q*.

1.3 Napište trojčlen druhého stupně.

1.4 Napište trojčlen druhého stupně v proměnné *w*.

1.5 Napište polynom sedmého stupně, jehož koeficient kvadratického členu je roven 17.

1.6 Napište polynom čtvrtého stupně, jehož koeficient lineárního členu je roven -5.

1.7 Napište polynom *P* čtvrtého stupně, pro který platí: $P(0)=0$.

1.8 Napište polynom *Q* pátého stupně, pro který platí: $Q(0)=\pi$.

1.9 Napište polynom *R* šestého stupně, pro který platí: $R(1)=3$.

1.10 Napište polynom *S* sedmého stupně, pro který platí: $S(-3)=1$.

1.11 Napište polynom *T* druhého stupně, pro který platí: $T(0)=0$ a $T(-1)=3$.

1.12 Napište polynom *V* nultého stupně, pro který platí: $V(\pi)=15$.

1.13 Jsou dány polynomy $K(x)=x^3+2x^2-x+10$ a $L(x)=3x^3-x^2+4x-7$. Napište polynom: a) $K(x)+L(x)$, b) $K(x)-L(x)$, c) $L(x)-K(x)$, d) $5K(x)$, e) $2K(x)-L(x)$, f) $3L(x)-4K(x)$.

1.14 Jsou dány polynomy $M(x)=-x^3-2x^2-3x$ a $N(x)=3x^3+x^2-5$. Napište polynom: a) $M(x)+N(x)$, b) $M(x)-N(x)$, c) $N(x)-M(x)$, d) $2N(x)$, e) $3M(x)+N(x)$, f) $M(x)+2N(x)$.

Vypočtěte:

1.15 $(x-7)(x+5)$;

1.16 $3(5-t)(7t+2)$;

1.17 $(3a+8)(4-a)$;

1.18 $(\alpha^2-4)(2\alpha-1)$;

1.19 $\beta(2-\beta^2)(3\beta+5)$;

1.20 $(m-n)(n^2+m)$;

1.21 $(2p-3q+1)(p+2q)$;

1.22 $(3-5\lambda+2\mu)(4\mu-3\lambda)$.

Vypočtěte:

1.23 $(2x^3+10x^2-25x+21):(x+7)$;

1.24 $(6b^3-3b^2-10b+5):(2b-1)$;

1.25 $(2\alpha^3-\alpha^2-4\alpha-15):(5-2\alpha)$;

1.26 $(-3q^4+16q^3+4q^2-1):(1-3q)$;

1.27 $(4k^3-k^2+5k+2):(2k-1)$;

1.28 $(4y^3-2y^2+5y+2):(5+y^2)$;

1.29 $(4\varphi^3-5\varphi):(5-2\varphi)$;

1.30 $(2\sigma^3+4\sigma^2-5\sigma+2):(\sigma^2-2)$.

2. Vypočtěte

2.1 55^2-44^2;

3. Rozložte na součin

3.1 x^2+6x+9;

3.2 $25-10m+m^2$;

3.3 t^2-144;

3.4 $4k^2+20k+25$;

3.5 u^4-16;

3.6 $8j^2-32$;

3.7 $8+p^3$;

3.8 q^3-27;

3.9 $32+4y^3$;

3.10 $3b^3-81$;

3.11 $4g^6-256$;

3.12 $45-30l^2+5l^4$;

3.13 $48\sigma^2\rho-18\sigma^4-32\rho^2$;

3.14 v^3+3v^2+3v+1;

3.15 $8-12w+6w^2-w^3$;

3.16 $a^3-9a^2+27a-27$;

3.17 $8+60r+150r^2+125r^3$;

3.18 $4+12f+9f^2-16e^2$;

3.19 $4g^2-25h^2+40h-16$;

3.20 $s^3-6s^2+12s-8+8t^3$;

3.21 $x^2+sx+rx+rs$; (návod na rozklad kvadratických trojčlenů)

3.22 $9z^2-12z-21$;

3.23 $11-40c-16c^2$;

3.24 $49r^2+28r-77$;

3.25 $20v^4-80v^2+35$;

3.26 $p^2+p+q+pq$;

3.27 $2a-b-2+ab$;

3.28 y^3-y^2-y+1;

3.29 $3m^2-12+4n-m^2n$;

3.30 $5k^3-10l-k^3l+2l^2$;

3.31 $3\alpha^4-2\alpha^3+3\alpha-2$;

3.32 $3u^3-2v^3u^2-12u^2+8v^3u+15u-10v^3$;

3.33 $3c^2+6cd+3d^2-2cg-2dg$;

3.34 $2\alpha^2-4\alpha\beta+2\beta^2-3\alpha\gamma+3\beta\gamma$;

3.35 $8(2a+b)^2-18(a-2b)^2$.

4. <u>Zjednodušte I.</u>

4.1 $\dfrac{z^2-12z+36}{z^2-36}$;

4.2 $\dfrac{3o^2+24o+48}{o^3+64}$;

4.3 $\dfrac{r^2+20r+100}{200-2r^2}$;

4.4 $\dfrac{50-20v+2v^2}{4v^2-100}$;

4.5 $\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$;

4.6 $\dfrac{m^2-n^2}{m^3-n^3}$;

4.7 $\dfrac{a^2-b^2}{b^4-a^4}$;

4.8 $\dfrac{u^2v+uv^2}{v^3-vu^2}$;

4.9 $\dfrac{3\alpha\beta^2+6\alpha\beta\gamma+3\alpha\gamma^2}{9\alpha^2\beta+9\alpha^2\gamma}$;

4.10 $\dfrac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$;

4.11 $\sqrt{1+n^2+\dfrac{n^2}{(n+1)^2}}-\dfrac{1}{n+1}$.

5. <u>Zjednodušte II.</u>

5.1 $\dfrac{a}{a-b}+\dfrac{a}{a+b}$;

5.2 $\left(1-\dfrac{v^2}{b^2}\right)\cdot\left(\dfrac{v^2}{b^2-v^2}+1\right)$;

5.3 $\left(\dfrac{x}{x+y}-\dfrac{x}{x-y}\right)\cdot\dfrac{x+y}{y}$;

5.4 $\left(\dfrac{s}{t}+\dfrac{t}{s}+2\right)\cdot\dfrac{st}{t^2-s^2}$;

5.5 $\left(\dfrac{u}{v-u}-\dfrac{u}{v+u}\right)\cdot\dfrac{v^2+2uv+u^2}{2u^2}$;

5.6 $\left(\dfrac{n}{m^2-mn}+\dfrac{m}{n^2-mn}\right)\cdot\dfrac{m^2n+mn^2}{m^2-n^2}$;

5.7 $\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2x}{x^2-1}\right)\left(\dfrac{1}{x}-1\right)$;

5.8 $\dfrac{u^4-v^4}{u^2-2uv+v^2}\cdot\dfrac{u-v}{u^2+uv}$;

5.9 $\left(1+\dfrac{p}{q}+\dfrac{p^2}{q^2}\right)\cdot\left(1-\dfrac{p}{q}\right)\cdot\dfrac{q^3}{p^3-q^3}$;

5.10 $\dfrac{1}{u-v}\cdot\left(1+\dfrac{u}{u+v}\right)-\dfrac{1}{v+u}\cdot\left(1+\dfrac{v}{u-v}\right)$;

5.11 $\left(1+\dfrac{\delta}{1-\delta}\right):\dfrac{1+\delta}{1-\delta}$;

5.12 $\left(1+\dfrac{s}{s+t}+\dfrac{t}{s-t}\right):\left(1+\dfrac{s}{s-t}-\dfrac{t}{s+t}\right)$;

5.13 $\left(\dfrac{b}{a^2+ab}-\dfrac{2}{a+b}+\dfrac{a}{b^2+ab}\right):\left(\dfrac{b}{a}-2+\dfrac{a}{b}\right)$;

5.14 $\left(a^3-b^3\right):\left(a+\dfrac{b^2}{a+b}\right)$;

5.15 $\left(\dfrac{k^3}{l}+\dfrac{l^3}{k}-2kl\right):\dfrac{k^4-l^4}{k^3l+kl^3}$;

5.16 $\dfrac{4p^3}{p^3-q^3}:\dfrac{2p^3}{p^2-2pq+q^2}\cdot\dfrac{p^2+pq+q^2}{q^2-p^2}$;

5.17 $\left(1-\dfrac{2}{1-3d}\right)\cdot\left(1-\dfrac{9d-9d^2}{3d+1}\right):\left(9d^2-1\right)$;

5.18 $\left(\dfrac{m^3}{n^2}+\dfrac{m^2}{n}+m+n\right):\left(\dfrac{m^2}{n^2}-\dfrac{n^2}{m^2}\right)$;

5.19 $\left(\dfrac{2}{c+d}\right)^{-2}-\left(\dfrac{2}{c-d}\right)^{-2}$;

5.20 $\left(\alpha+\dfrac{1}{\beta}\right)^{-2}\cdot\left(\beta-\dfrac{1}{\alpha}\right)^{-3}\cdot\left(\alpha\beta-\dfrac{1}{\alpha\beta}\right)^{2}$;

5.21 $\dfrac{\dfrac{1}{1-w}+\dfrac{1}{1+w}}{\dfrac{1}{1-w}-\dfrac{1}{1+w}}$;

5.22 $\dfrac{\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\varphi}}{\dfrac{1}{\omega}-\dfrac{1}{\varphi}}$;

5.23 $\dfrac{1-\dfrac{o}{p}}{o-\dfrac{p^2}{o}}$;

5.24 $\dfrac{1+\dfrac{y^2}{x^2}}{1-\dfrac{y^2}{x^2}}$;

5.25 $\left(\dfrac{\dfrac{1}{r}}{1+\dfrac{1}{r}}+\dfrac{1-\dfrac{1}{r}}{\dfrac{1}{r}}\right):\left(\dfrac{r^{-1}}{1+r^{-1}}-\dfrac{1-r^{-1}}{r^{-1}}\right)$;

5.26 $\dfrac{\dfrac{1-g}{1-g+g^2}+\dfrac{1+g}{1+g+g^2}}{\dfrac{1+g}{1+g+g^2}-\dfrac{1+g}{1-g+g^2}}$;

5.27 $\left(\dfrac{a^x+a^{-x}}{b^y+b^{-y}}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{a^x-a^{-x}}{b^y-b^{-y}}\right)^{2}\cdot\left(\dfrac{a^{2x}-1}{b^{2y}-1}\right)^{-2}\cdot\left(\dfrac{a^{2x}+1}{b^{2y}+1}\right)^{-1}$.

Řešení

1. Polynomy

1.1 např. $P(x)=x^5+4$;

1.2 např. a) $P(a)=a^6-1$; b) např. $P(p,q)=p^6+q^6+1$;

1.3 např. $7b^2-11b+3$;

1.4 např. $9w^2+3w-7$;

1.5 např. $Q(k)=k^7+17k^2-k$;

1.6 např. $R(\alpha)=\alpha^4-5\alpha+7$;

1.7 např. $P(z)=z^4+3z^3-z^2+11z$;

1.8 např. $Q(\omega)=2\omega^5-\omega^4+2\omega^3+5\omega^2-13\omega+\pi$;

1.9 např. $R(u)=u^6+2$;

1.10 např. $S(p)=p^7+3^7+1$;

1.11 např. $T(v)=3v^2$;

1.12 např. $V(\pi)=15$;

1.13 a) $4x^3+x^2+3x+3$; b) $-2x^3+3x^2-5x+17$; c) $2x^3-3x^2+5x-17$; d) $5x^3+10x^2-5x+50$; e) $-x^3+5x^2-6x+27$; f) $-5x^3-11x^2+16x-61$;

1.14 a) $2x^3-x^2-3x-5$; b) $-4x^3-3x^2-3x+5$; c) $4x^3+3x^2+3x-5$; d) $6x^3+2x^2-10$; e) $-5x^2-6x-5$; f) $-5x^3-3x-10$;

1.15 $x^2-2x-35$;

1.16 $-21t^2+99t+30$;

1.17 $-3a^2+4a+32$;

1.18 $2\alpha^3-\alpha^2-8\alpha+4$;

1.19 $-3\beta^4-5\beta^3+6\beta^2+10\beta$;

1.20 $-n^3+m^2+mn^2-mn$;

1.21 $2p^2-6q^2+pq+p+2q$;

1.22 $15\lambda^2+8\mu^2-26\lambda\mu-9\lambda+12\mu$;

1.23 $2x^2-4x+3$, $x\neq-7$;

1.24 $3b^2-5$, $b\neq\frac{1}{2}$;

1.25 $-\alpha^2-2\alpha-3$, $\alpha\neq\frac{5}{2}$;

1.26 q^3-5q^2-3q-1, $q\neq\frac{1}{3}$;

1.27 $2k^2+\frac{k}{2}+\frac{11}{4}+\frac{19}{4\cdot(2k-1)}$, $k\neq\frac{1}{2}$;

1.28 $4y-2+\dfrac{-15y+12}{y^2+5}$;

1.29 $-2\varphi^2-5\varphi-10+\dfrac{50}{5-2\varphi}$, $\varphi\neq\dfrac{5}{2}$;

1.30 $2\sigma+4+\dfrac{-\sigma+10}{\sigma^2-2}$, $|\sigma|\neq\sqrt{2}$.

2. Vypočtěte

2.1 1089;

3. Rozložte na součin

3.1 $(x+3)^2$;

3.2 $(5-m)^2$;

3.3 $(t+12)(t-12)$;

3.4 $(2k+5)^2$;

3.5 $(u^2+4)(u+2)(u-2)$;

3.6 $8(j+2)(j-2)$;

3.7 $(2+p)(4-2p+p^2)$;

3.8 $(q-3)(q^2+3q+9)$;

3.9 $4(2+y)(4-2y+y^2)$;

3.10 $3(b-3)(b^2+3b+9)$;

3.11 $4(g+2)(g-2)(g^2+2g+4)(g^2-2g+4)$;

3.12 $5(3-l^2)^2$;

3.13 $-2(3\sigma^2-4\rho)^2$;

3.14 $(v+1)^3$;

3.15 $(2-w)^3$;

3.16 $(a-3)^3$;

3.17 $(2+5r)^3$;

3.18 $(2+3f-4e)(2+3f+4e)$;

3.19 $(2g+5h-4)(2g-5h+4)$;

3.20 $(s-2+2t)(s^2-4s+4-2s+4t+4t^2)$;

3.21 $(x+r)(x+s)$;

3.22 $(z+1)(9z-21)$;

3.23 $(11+4c)(1-4c)$;

3.24 $7(r-1)(7r+11)$;

3.25 $5(2v^2-7)(2v^2-1)$;

3.26 $(p+q)(p+1)$;

3.27 $(a-1)(b+2)$;

3.28 $(y^2-1)(y-1)$;

3.29 $(m+2)(m-2)(3-n)$;

3.30 $(k^3-2l)(5-l)$;

3.31 $(\alpha^3+1)(3\alpha-2)$;

3.32 $(3u-2v^2)(u^2-4u+5)$;

3.33 $(c+d)(3c+3d-2g)$;

3.34 $(\alpha-\beta)(2\alpha-2\beta-3\gamma)$;

3.35 $2(7a-4b)(a+8b)$.

4. <u>Zjednodušte I.</u>

4.1 $\frac{z-6}{z+6}$, $|z|\neq 6$;

4.2 $\frac{3(o+4)}{o^2-4o+16}$, $o\neq -4$;

4.3 $\frac{r+10}{2(10-r)}$, $|r|\neq 10$;

4.4 $\frac{v-5}{2(v+5)}$, $|v|\neq 5$;

4.5 $\frac{x+y}{x-y}$, $|x|\neq y$;

4.6 $\frac{m+n}{m^2+mn+n^2}$, $m\neq n$;

4.7 $\frac{-1}{a^2+b^2}$, $|a|\neq b$;

4.8 $\frac{u}{v-u}$, $|v|\neq u$, $v\neq 0$;

4.9 $\frac{\beta+\gamma}{3\alpha}$, $\alpha\neq 0$, $\beta\neq -\gamma$;

4.10 $\frac{x+y}{x-y}$, $a\neq b$, $x\neq y$;

4.11 n, $n\neq -1$.

5. <u>Zjednodušte II.</u>

5.1 $\frac{2a^2}{a^2-b^2}$, $|a|\neq b$;

5.2 1, $|v|\neq b$, $b\neq 0$;

5.3 $\frac{2x}{y-x}$, $|x|\neq y$, $y\neq 0$;

5.4 $\frac{t+s}{t-s}$, $|t|\neq s$, $s\neq 0$;

5.14 a^2-b^2, $a\neq -b$;

5.15 k^2-l^2, $|k|\neq l$, $k\neq 0$;

5.16 $-\frac{2}{p+q}$, $|p|\neq q$, $p\neq 0$;

5.17 $\frac{1}{1+3d}$, $|d|\neq \frac{1}{3}$;

5.18 $\frac{m^2}{m-n}$, $|m|\neq n$, $m\neq 0$;

5.5 $\dfrac{u+v}{v-u}$, $|v| \neq u$, $u \neq 0$;

5.6 $\dfrac{m+n}{n-m}$, $|m| \neq n$, $m \neq 0$;

5.7 $\dfrac{1}{x}$, $|x| \neq 1$, $x \neq 0$;

5.8 $\dfrac{u^2+v^2}{u}$, $|v| \neq u$, $u \neq 0$;

5.9 -1, $p \neq q$, $q \neq 0$;

5.10 $\dfrac{1}{u-v}$, $|u| \neq v$;

5.11 $\dfrac{1}{1+\delta}$, $|\delta| \neq 1$;

5.12 1, $|s| \neq t$, $s \neq 0$;

5.13 $\dfrac{1}{a+b}$, $|a| \neq b$, $a \neq 0$;

5.19 cd, $|c| \neq d$;

5.20 $\dfrac{\alpha}{\alpha\beta-1}$, $|\alpha| \neq \dfrac{1}{\beta}$, $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$;

5.21 $\dfrac{1}{w}$, $|w| \neq 1$, $w \neq 0$;

5.22 $\dfrac{\omega+\varphi}{\omega-\varphi}$, $\omega \neq \varphi$, $\omega \neq 0$;

5.23 $-\dfrac{o}{p(o+p)}$, $|p| \neq o$, $o \neq 0$;

5.24 $\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$, $|x| \neq y$, $x \neq 0$;

5.25 $\dfrac{r^2}{2-r^2}$, $|r| \neq \sqrt{2}$, $r \neq -1$;

5.26 $-\dfrac{1}{g(1+g)}$, $g \neq 0$, $g \neq -1$;

5.27 $\dfrac{a^{-x}b^{y}\left(1+b^{2y}\right)^2}{\left(1+a^{2x}\right)^2}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}^{+} \setminus \{1\}$.