



Střední průmyslová škola sdělovací techniky

Panská 3

Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2000



Sbírka příkladů z fyziky

*Sbírka příkladů
z fyziky*

určená studentům 4. ročníku technického lycea jako příprava k maturitní zkoušce z fyziky a k přijímacím zkouškám na vysoké školy technického směru

Jaroslav Reichl

OBSAH

1. Kinematika hmotných bodů	3
2. Dynamika hmotných bodů	5
3. Mechanická práce, energie, výkon	6
4. Gravitační pole	6
5. Mechanika tuhého tělesa	8
6. Mechanika kapalin a plynů	9
7. Elektrostatické pole	11
8. Elektrický proud v kovech	12
9. Magnetické pole	13
10. Obvod střídavého proudu	14
11. Mechanické kmitání	15
12. Mechanické vlnění	16
13. Elektromagnetické kmitání a vlnění	16
14. Optika - zákon odrazu a lomu	17
15. Optika - interference, ohyb, polarizace	17
16. Optika - zobrazení zrcadlem a čočkou	18
17. Práce, vnitřní energie, teplo, kalorimetrická rovnice, termodynamické zákony	19
18. Struktura a vlastnosti plynů	20
19. Struktura a vlastnosti pevných látek	21
20. Struktura a vlastnosti kapalin	22
21. Změny skupenství	23
22. Speciální teorie relativity	24
23. Atomová fyzika	24
24. Jaderná fyzika	25
25. Zákony zachování ve fyzice	25

Hodnoty vybraných fyzikálních konstant

Nebude-li v zadání úlohy uvedeno jinak, používejte tyto konstanty:

velikost tíhového zrychlení: $9,81 \text{ m.s}^{-2}$

hustota vody: 1000 kg.m^{-3}

normální atmosférický tlak: 10^5 Pa

permitivita vakua: $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

permeabilita vakua: $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$

měrná tepelná kapacita vody: $4,2 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

měrná tepelná kapacita ledu: $2,1 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

skupenské teplo tání ledu: 334 kJ.kg^{-1}

skupenské teplo varu vody: $2,26 \text{ MJ.kg}^{-1}$

Boltzmannova konstanta: $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

Avogadrova konstanta: $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

molární plynová konstanta: $8,31 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

klidová hmotnost elektronu: $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

náboj elektronu: $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Planckova konstanta: $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

velikost rychlosti světla ve vakuu c : $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

1. Kinematika hmotných bodů

1.1 Motorový člun, jehož motor pracuje stále se stejným výkonem, by se v klidné vodě pohyboval rychlostí \vec{v} . Sledujme pohyb tohoto člunu v řece, v níž proudí voda rychlostí \vec{v}_0 . Nejkratší možná doba, za kterou člun přeplave na druhý břeh, je t_1 .

- Určete šířku d řeky.
- Určete velikost průměrné rychlosti člunu v_1 vzhledem ke břehu.
- Jakou dráhu s urazí člun?
- Za jakou dobu t_2 by přeplaval člun na druhý břeh, jestliže má přitom urazit co nejkratší dráhu? Určete také velikost rychlosti člunu v_2 vzhledem ke břehu.

Úlohu řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty: $v = 7,2 \text{ km.h}^{-1}$, $v_0 = 1,4 \text{ m.s}^{-1}$, $t_1 = 28 \text{ s}$.

$$V: 56 \text{ m}; 2,44 \text{ m.s}^{-1}; 68,34 \text{ m}; 39,2 \text{ s}; 1,43 \text{ m.s}^{-1}$$

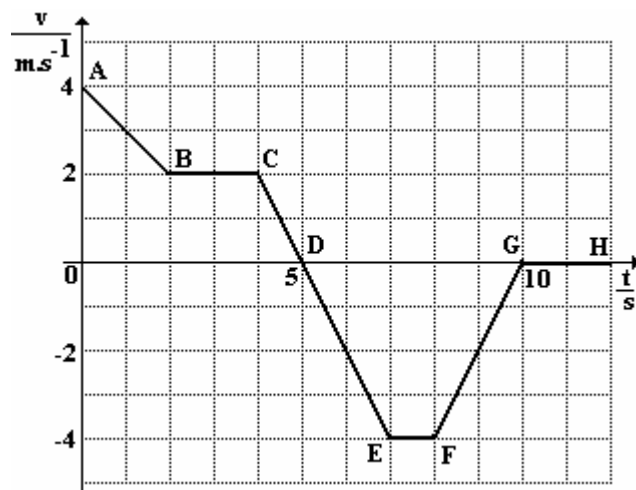
1.2 Mňága vyjíždí na kole rychlostí o velikosti 15 km.h^{-1} z Postoloprty po přímé silnici do Kožuchova v osm hodin ráno a za jeho uchem se v tu chvíli probouzí pilná včelka Žofka. Současně z cílové výsky vzdálené 40 km jím naproti startuje Žďorop a nasazuje tempo 25 km.h^{-1} . Do okamžiku, než se oba potkají, musí Žofka, která je přeci jen dvakrát rychlejší než Mňága, plnit úkol spojovatelky - donese zprávu od Mňágy k Žďoropovi, otočí se a letí zpět. Kolik kilometrů takto Žofka nalétá do okamžiku setkání obou cyklistů, pokud:

- je bezvětří,
- vane vítr kolmo na silnici rychlostí o velikosti 10 km.h^{-1} ,
- *** vane vítr od Kožuchova (podél silnice) o stejné velikosti rychlosti 10 km.h^{-1} ?

$$V: 30 \text{ km}; 28 \text{ km}; 22 \text{ km}$$

1.3 Graf znázorněný na obr. 1 popisuje průběh rychlosti hmotného bodu na čase. Hmotný bod se pohyboval podél vodorovné osy x .

- Kdy byl hmotný bod v klidu?
- Kdy se hmotný bod pohyboval rovnoměrně? Jakou dráhu a jakým směrem při tom urazil v jednotlivých intervalech?
- Kdy měla velikost rychlosti maximální hodnotu?
- Kdy měla velikost zrychlení nejmenší nenulovou hodnotu a jaká to byla hodnota?
- Jakou dráhu a jakým směrem urazil hmotný bod v jednotlivých intervalech pohybu, když byl pohyb nerovnoměrný?
- Kde se hmotný bod nacházel v čase $t = 12 \text{ s}$?



obr. 1

- Jakou celkovou dráhu (bez ohledu na směr) bod urazil během celé doby svého pohybu?

$$V: \text{f) } 1 \text{ m před polohou v čase } 0 \text{ s}; \text{g) } 23 \text{ m}$$

1.4 Karel šel ke svému kamarádovi Petrovi. Cesta byla dlouhá 1500 m . Od Petra se poté společně vydali na výlet na kolech. Třicet minut jeli stálou rychlostí o velikosti 3 m.s^{-1} . Poté se zkažilo počasí a oni byli nuceni zrychlit, aby nezmokli. Dalších pět minut se tedy pohybovali se zrychlením o velikosti $0,02 \text{ m.s}^{-2}$ než dojeleli na Petrovu chatu. Jak daleko od Karlova domova byla Petrova chata? Pro Karla sestrojte graf závislosti uražené dráhy na čase a graf závislosti velikosti jeho okamžité rychlosti na čase od okamžiku, kdy dorazil k Petrovi.

$$V: 8700 \text{ m}$$

1.5 K železničnímu přejezdu, na němž uvázl osobní automobil, se blíží rychlostí o velikosti v_0 nákladní vlak. Strojvedoucí si osobního automobilu všimne s metrů před přejezdem. Okamžitě šlápne na brzdu a začne brzdit se zrychlením o velikosti a . Zjistěte, zda dojde ke srážce. Pro nákladní vlak sestrojte graf závislosti uražené dráhy na čase a graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase. Řešte pro následující tři možnosti zadání:

- $v_0 = 72 \text{ km.h}^{-1}$, $s = 50 \text{ m}$, $a = -4 \text{ m.s}^{-2}$
- $v_0 = 72 \text{ km.h}^{-1}$, $s = 48 \text{ m}$, $a = -4 \text{ m.s}^{-2}$
- $v_0 = 72 \text{ km.h}^{-1}$, $s = 60 \text{ m}$, $a = -4 \text{ m.s}^{-2}$

$$V: \text{a) vlak zastaví těsně před autem; b) vlak do auta nabourá rychlostí o velikosti } 4 \text{ m.s}^{-1}; \text{c) vlak k autu nedojede}$$

1.6 Automobil se pohybuje po přímé vodorovné silnici rychlostí o velikosti 90 km.h^{-1} . Řidič spatří na silnici překážku ve vzdálenosti 72 m a začne brzdit se stálým zrychlením o velikosti -4 m.s^{-2} . Jak velkou rychlostí narazí na překážku, je-li jeho reakční doba $0,6 \text{ s}$? Jaké by muselo být zrychlení automobilu, aby řidič zastavil těsně před překážkou?

$$V: 13 \text{ m.s}^{-1}; -5,5 \text{ m.s}^{-2}$$

1.7 Autobus se rozjíždí z autobusové zastávky tak, že po uražení dráhy 200 m dosáhne rychlosti 36 km.h^{-1} . Touto rychlostí se pohybuje po dobu 1 min a poté začne před další zastávkou brzdit. Brždění trvá 20 s . Určete: a) velikost zrychlení při rozjíždění, b) velikost zrychlení při zastavování, c) vzdálenost sousedních stanic, d) průměrnou rychlost, kterou se autobus mezi zastávkami pohyboval.

$$V: 0,25 \text{ m.s}^{-2}; -0,5 \text{ m.s}^{-2}; 900 \text{ m}; 7,5 \text{ m.s}^{-1}$$

1.8 Turista měřil hloubku hradní studny. Na pomoc si vzal stopky a kámen. Kámen vhodil do studny a současně spustil stopky. Zastavil je poté, co uslyšel náraz kamenu na dno. Stopky ukázaly údaj $4,77 \text{ s}$. Jelikož turista znal hodnotu tíhového zrychlení ($9,81 \text{ m.s}^{-2}$) a velikost rychlosti zvuku ve vzduchu (340 m.s^{-1}), ihned na místě spočítal hloubku (vyschlé) studny. Zjistěte, jaký výsledek turistovi vyšel. Odporové síly zanedbejte.

$$V: 98,4 \text{ m}$$

1.9 Po vodorovné rovině se valí bez klouzání rovnoměrným pohybem kotouč o poloměru $0,5 \text{ m}$, konající čtyři otáčky za sekundu. Určete velikost zrychlení bodu na kotouči ve vzdálenosti $0,2 \text{ m}$ od osy kotouče a velikost postupné rychlosti osy kotouče.

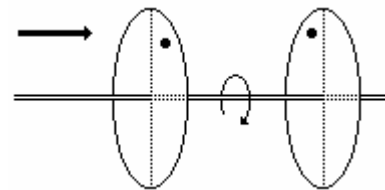
$$V: 126,2 \text{ m.s}^{-2}; 12,6 \text{ m.s}^{-1}$$

1.10 Po opuštění stanice rychlost vlaku rovnoměrně narůstá a po třech minutách od opuštění stanice se pohybuje na dráze zakřivené do tvaru kružnice s poloměrem 800 m rychlostí o velikosti 72 km.h^{-1} . Určete velikost tečného, normálového i celkového zrychlení vlaku po dvou minutách od okamžiku opuštění stanice.

$$V: 0,11 \text{ m.s}^{-2}; 0,22 \text{ m.s}^{-2}; 0,25 \text{ m.s}^{-2}$$

1.11 Při určování rychlosti střely ze vzduchovky byly otvory po prostřelení dvou papírových kotoučů navzájem posunuty o úhel 8° (viz obr. 2). Kotouče jsou upevněny na společné ose elektromotoru, který má frekvenci otáčení 50 s^{-1} , a jsou od sebe vzdáleny $0,2 \text{ m}$. Vypočítejte rychlost střely, která se pohybovala rovnoběžně s osou elektromotoru.

$$V: 450 \text{ m.s}^{-1}$$



obr. 2

1.12 Na koníčkovém kolotoči je radiálně upevněna vzduchovka, jejíž ústí je vzdálené $r = 1 \text{ m}$ od osy otáčení kolotoče. Puška je namířena na terč, upevněný na obvodu kolotoče o poloměru $R = 5 \text{ m}$. O kolik mine střela cíl, jestliže se kolotoč otočí kolem své osy za 8 s a velikost rychlosti střely je 150 m.s^{-1} ? Odpor vzduchu při řešení zanedbejte.

$$V: 8,4 \text{ cm}$$

1.13 Řetězový převod jízdního kola ESKA je tvořen dvěma ozubenými koly, které mají 46 a 17 zubů. Určete převodový poměr a velikost rychlosti pohybu jízdního kola, jestliže cyklista bude šlapat s frekvencí 1 s^{-1} a je-li poloměr kola $0,34 \text{ m}$.

$$V: 0,37 \text{ (převod do rychla)}; 5,78 \text{ m.s}^{-1}$$

1.14 Cyklista jedoucí na bicyklu šlape tak, že přední „talíř“ se otočí 90-krát za minutu, a na bicyklu je nastaven takový převod, že zadní kolo bicyklu vykoná za minutu 2-krát více otáček. Jaký je průměr zadního kola, jestliže se cyklista na bicyklu pohybuje rychlostí o velikosti 7 m.s^{-1} ? S jak velkým dostředivým zrychlením se pohybuje čepička ventilku, která je od ráfku vzdálena 2 cm ?

$$V: 0,74 \text{ m}; 124,8 \text{ m.s}^{-2}$$

1.15 Po gramofonové desce o průměru 30 cm leze ve směru od kraje do středu mravenec rychlostí o velikosti 2 cm.s^{-1} . Deska se otáčí rychlostí 33 otáček za minutu. Vypočítejte rychlost mravence vzhledem ke gramofonu

a) na okraji desky,

b) ve $\frac{3}{4}$ průměru,

c) uprostřed desky.

Pro všechny tři případy vypočtete úhel, který svírá vektor výsledné rychlosti se spojnicí počátečního a koncového bodu mravencovy trajektorie na desce. Výsledky načrtněte.

$$V: 0,52 \text{ m.s}^{-1}; 87,8^\circ; 0,25 \text{ m.s}^{-1}; 85,6^\circ; 0,02 \text{ m.s}^{-1}; 0^\circ$$

2. Dynamika hmotných bodů

2.1 Automobil, který se pohybuje rychlostí o velikosti 80 km.h^{-1} , zastaví na vodorovné asfaltové silnici minimálně na dráze 50 m dlouhé, nedojde-li ke smyku kol. Jaká bude jeho brzdná dráha na vozovce, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 5° ?

$$V: \text{ do kopce } 42,75 \text{ m}; \text{ z kopce } 60,75 \text{ m}$$

2.2 Osobní automobil se pohybuje po vodorovné silnici se zrychlením o velikosti $1,6 \text{ m.s}^{-2}$ a do rovnoměrného stoupání jede konstantní rychlostí. Za předpokladu, že se síla tření ani tahová síla motoru nezměnily, vypočtete úhel stoupání. Odpor vzduchu zanedbejte.

$$V: 9,4^\circ$$

2.3 Bednu je možné posouvat rovnoměrným pohybem nahoru po nakloněné rovině silou \vec{F}_1 , dolů po nakloněné rovině silou \vec{F}_2 . Určete koeficient smykového tření f mezi tělesem a nakloněnou rovinou, platí-li pro velikosti sil $F_1 = 6F_2$ a jsou-li obě síly rovnoběžné s nakloněnou rovinou, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 15° .

$$V: f = \frac{7}{5} \text{ tg } \alpha = 0,375$$

2.4 Na drsné vodorovné podložce je vodorovným lanem vlečena bedna o hmotnosti 60 kg . Součinitel smykového tření je $0,2$, lano je napínáno silou o velikosti 150 N . Zakreslete všechny síly, které na bednu působí. Dále určete:

- směr a velikost síly, kterou působí podložka na bednu,
- výslednou sílu, která působí na bednu,
- velikost zrychlení bedny.

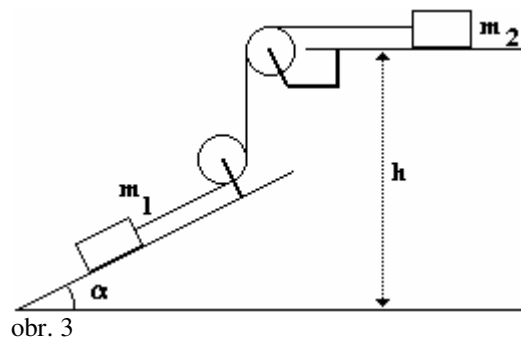
Velikost tíhového zrychlení volte 10 m.s^{-2} .

$$V: \text{ svisle } 600 \text{ N}, \text{ vodorovně } 120 \text{ N}; 30 \text{ N}; 0,5 \text{ m.s}^{-2}$$

2.5 Na kladce visí dvojice závaží o hmotnostech $m_1 = 0,45 \text{ kg}$ a $m_2 = 0,55 \text{ kg}$. Určete zrychlení soustavy a sílu, která působí na osu kladky za předpokladu, že hmotnost kladky zanedbáme. Hmotnost vlákna a třecí síly zanedbejte rovněž.

$$V: 0,98 \text{ m.s}^{-2}; 9,7 \text{ N}$$

2.6 Těleso o hmotnosti $m_1 = 5 \text{ kg}$ je umístěno na nakloněné rovině, která svírá s vodorovným směrem úhel 30° (viz obr. 3). Pomocí dvou kladek je vlákem spojeno s tělesem o hmotnosti $m_2 = 1 \text{ kg}$, které se nachází na vodorovném stole ve výšce $h = 80 \text{ cm}$ nad úrovní základny nakloněné roviny. Určete, zda se bude uvažovaná soustava těles pohybovat a pokud ano, tak určete velikost zrychlení této soustavy. Jak velká je síla napínající vlákno? Součinitel tření mezi tělesy a materiálem nakloněné roviny a stolu je $0,4$. Tření kladek zanedbejte. Velikost tíhového zrychlení volte $9,81 \text{ m.s}^{-2}$.



$$V: 0,6 \text{ m.s}^{-2}; 4,52 \text{ N}$$

2.7 Auto o hmotnosti 1200 kg přejíždí most vypuklého tvaru. Jak velkou silou působí auto na most v jeho nejvyšším bodě, přejíždí-li přes most rychlostí o velikosti 54 km.h^{-1} ? Jak velkou rychlostí by se muselo auto pohybovat, aby na most ve špatném technickém stavu působilo nulovou silou? Poloměr křivosti mostu je 45 m .

$$V: 5772 \text{ N}; 21 \text{ m.s}^{-1}$$

2.8 Na obr. 4 je schéma Wattova odstředivého regulátoru. K ramenům (l) a (l'), na jejichž koncích jsou dvě stejné koule, jsou ve vzdálenosti l od závěsu kloubově připevněny tyčky (2) a (2') délky l , které nesou objímku (3). Vzdálenost středů koulí od závěsu je l_1 .

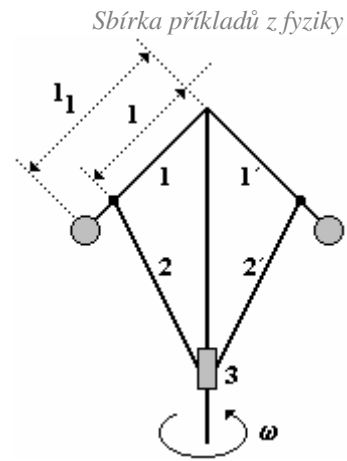
a) Vypočítejte zdvih objímky, když se úhlová rychlost otáčení regulátoru zvětší z ω_1 na ω_2 .

b) Proveďte diskusi výsledku a přihlédněte k tomu, že při nulové úhlové rychlosti svírají ramena s nosnou svislou tyčí úhel α_0 .

$$V: \text{ pro } \omega_1 \geq \omega_0: \Delta h = 2g \frac{l}{l_1} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right); \text{ pro}$$

$$\omega_1 < \omega_0 < \omega_2: \Delta h' = 2g \frac{l}{l_1} \left(\frac{1}{\omega_0^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right); \text{ pro } \omega_2 \leq \omega_0: \text{objímka se nezvedne}$$

obr. 4



2.9 Provazolezec o hmotnosti m spadl z výšky h do záchranné sítě. Síť se při tom prohнула o vzdálenost x . Předpokládejme, že se provazolezec po dopadu do sítě pohyboval s konstantním zrychlením. Určete velikost tohoto zrychlení a velikost síly, kterou na něho působila síť. Odpor vzduchu zanedbejte.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $m = 70 \text{ kg}$, $h = 6,0 \text{ m}$, $x = 1,0 \text{ m}$.

$$V: -58,9 \text{ m.s}^{-2}; 4,8 \text{ kN}$$

3. Mechanická práce, energie, výkon

3.1 Ježibaba Zubolavá, hrdá majitelka perníkové chaloupky v údolí o nadmořské výšce 220 metrů nad mořem, se rozhodla přestěhovat chaloupku na kopec o výšce 420 metrů nad mořem, aby měla dobrý výhled do širokého okolí. Proto se rozhodla konzumaci odchycených dětí Jeníčka a Mařenky odložit na pozdější dobu a využít je jako pracovní síly při stavbě svého nového domu. Kolik sklenic Nutelly o hmotnosti 400 g a využitelné energii 8908 kJ spotřebovala ježibaba k výživě Jeníčka a Mařenky při transportu 1200 perníkových tvárnic o rozměrech $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ na vrchol kopce? Hustota perníku je 380 kg.m^{-3} .

$$V: 0,904$$

3.2 Kluzák o hmotnosti 300 kg letí ve vodorovném směru ve výšce 200 m rychlostí o velikosti 40 m.s^{-1} . Vypočítejte, jak velkou vzdálenost uletěl, jestliže přistál rychlostí o velikosti 10 m.s^{-1} a průměrná odporová síla vzduchu při přistávání je 100 N.

$$V: 8,14 \text{ km}$$

3.3 Dvě osoby o celkové hmotnosti 120 kg se rozhoupaly na houpačce tak, že společné těžiště soustavy opisuje oblouk o středovém úhlu 120° . Samotná houpačka má hmotnost 45 kg. Vypočítejte velikost největší tahové síly, kterou působí obsazená houpačka na závěs.

$$V: 3240 \text{ N}$$

3.4 Čerpadlo odčerpává vodu z dolu hlubokého 100 m a na povrchu vypouští rychlostí o velikosti 30 km.h^{-1} . Za 1 s se odčerpá voda o objemu 3 l. Jedna pětina vynaložené práce se spotřebojuje na překonání třecích sil. Určete výkon čerpadla.

$$V: 3808,9 \text{ W}$$

3.5 Roztržitý výletník zaparkoval své auto na kopci se sklonem 10° a zapomněl jej zabrzdřit. Jaké maximální velikosti rychlosti auto dosáhne? Parametry auta jsou: hmotnost 1200 kg, výkon 55 kW, maximální rychlost na rovné silnici 140 km.h^{-1} . Předpokládejte, že odpor automobilu je úměrný druhé mocnině rychlosti.

$$V: 46,8 \text{ m.s}^{-1}$$

4. Gravitační pole

4.1 Těleso bylo vrženo ze zemského povrchu svisle nahoru rychlostí o velikosti $4,9 \text{ m.s}^{-1}$. Současně z maximální výšky, kterou toto těleso dosáhne, je vrženo svisle dolů druhé těleso stejně velkou počáteční rychlostí jako první těleso. Určete čas, v němž se obě dvě tělesa setkají, vzdálenost od zemského povrchu, v níž se setkají, a velikosti rychlostí obou těles v okamžiku setkání. Odpor vzduchu zanedbejte.

$$V: 0,125 \text{ s}; 0,53 \text{ m}; 3,68 \text{ m.s}^{-1}; 6,13 \text{ m.s}^{-1}$$

4.2 Roku 1856 došlo v jisté francouzské věznici ke vzpouře vězňů. Všem dozorcům se podařilo utéct i se zbraněmi a vzápětí i s posilami obklíčit celou věznici. Ta byla umístěna na vysoké skalní plošině, kolem níž byl navíc hluboký příkop. Vězňům tedy nestačilo shazovat obrovské kameny dolů ze skály. Jeden z nich však

objevil způsob, jak i velké balvany vrhat ze skály do větší vzdálenosti. Stačilo kámen umístit na přední konec vozu, který byl ve výšce 1,2 m na zemi, vůz pak roztláčit, aby dosáhl určité rychlosti a pak ho prudce zabrzdil. Kámen letí dále vlivem setrvačnosti. Jakou maximální velikost rychlosti mohli věžňové udělit vozu, aby ze skály spadl jen kámen a nikdy vůz, jestliže velikost zrychlení při brždění byla rovna čtvrtině tíhového zrychlení? Tření a odpor vzduchu zanedbejte.

$$V: 2,4 \text{ m.s}^{-1}$$

4.3 Velmi malá koule je vržena počáteční rychlostí o velikosti v_0 proti svislé stěně, jejíž vzdálenost od místa vrhu je d . Předpokládejte, že rovina trajektorie koule je kolmá na stěnu a že koule se dokonale odráží. Odpor vzduchu zanedbejte. Určete elevační úhel, pod kterým je nutno kouli vrhnout tak, aby nejvyšší bod trajektorie byl právě nad místem vrhu. Řešte nejdříve obecně, diskutujte výsledek a poté řešte pro hodnoty: $v_0 = 16 \text{ m.s}^{-1}$ a $d = 5,0 \text{ m}$.

$$V: 25^\circ \text{ nebo } 65^\circ$$

4.4 Míč je hosen ze země pod úhlem α rychlostí o velikosti 15 m.s^{-1} . Dvě sekundy poté přelétne zeď o výšce 5 m. Jak daleko za zeď míč dopadne? Pod jakým úhlem byl míč vržen? Odpor vzduchu zanedbejte.

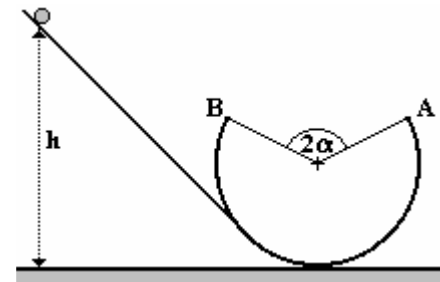
$$V: 4,14 \text{ m}; 56,44^\circ$$

4.5 Z pobřežního děla bylo vystřeleno ve vodorovném směru. Hlaveň děla byla ve výšce 20 m nad hladinou vody. Střela dopadla na hladinu vody ve vzdálenosti 1300 m od paty stanoviště děla. Určete dobu, za kterou dopadne střela na hladinu, velikost počáteční rychlosti střely, velikost rychlosti dopadu, úhel, pod kterým střela na hladinu dopadne. Odpor vzduchu zanedbejte, velikost tíhového zrychlení volte 10 m.s^{-2} .

$$V: 2 \text{ s}; 650 \text{ m.s}^{-1}; 650,3 \text{ m.s}^{-1}; 1,76^\circ$$

4.6 V jaké výšce h nad vodorovnou rovinou musíme ve žlábků uvolnit tělísko, aby proletělo mezeru ve smyčce mezi body A a B a pokračovalo v pohybu smyčkou, je-li $|\angle ASB| = 2\alpha$ (viz obr. 5)? Pro který úhel je h minimální?

$$V: h = r \left(1 + \cos \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha} \right); 45^\circ$$



obr. 5

4.7 Poloměr Jupitera je $R = 71800 \text{ km}$. Jeho čtvrtá družice Kalisto je od středu planety vzdálena asi $26R$ a její oběžná doba je 16,7 dne. Vypočítejte gravitační zrychlení na povrchu Jupitera.

$$V: 23,9 \text{ m.s}^{-2}$$

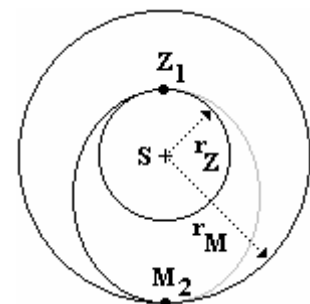
4.8 Jaká by byla oběžná doba Země, kdyby Slunce neexistovalo a středem sluneční soustavy by byl Jupiter? Hmotnost Jupitera je $\frac{1}{1047}$ hmotnosti Slunce, vzdálenost Země – Jupiter předpokládejme 5 AU. Hmotnost Slunce je $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

$$V: 362 \text{ let}$$

4.9 Kometa Donatiho má oběžnou dobu 2000 let. Jak daleko je v odsluní, je-li vzdálenost v přísluní přibližně 1 AU?

$$V: 316,5 \text{ AU}$$

4.10 Země obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii o poloměru $149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$ za 365,25 dne. Také Mars obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii a jeho doba oběhu je 687,0 dne. Ze Země na Mars byly již vyslány kosmické lodi. Energeticky nejvýhodnější je tzv. Hohmannova trajektorie (viz obr. 6). Má tvar poloviny elipsy, která se ve výchozím bodě Z_1 dotýká trajektorie Země a v koncovém bodě M_2 trajektorie Marsu.



obr. 6

a) Určete poloměr trajektorie Marsu a velikost jeho rychlosti.

b) Určete délku velké poloosy Hohmannovy trajektorie.

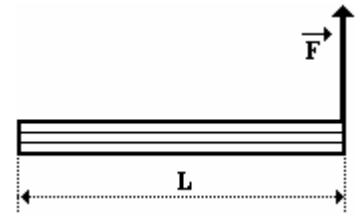
c) Určete dobu letu kosmické lodi ze Země na Mars po Hohmannově trajektorii.

d) Určete polohu Marsu M_1 v okamžiku startu kosmické lodi a polohu Země Z_2 v okamžiku jejího přistání.

$$V: 227,9 \cdot 10^6 \text{ km}; 24,1 \text{ km.s}^{-1}; 188,8 \cdot 10^6 \text{ km}; 259 \text{ dní}; |\angle M_1 S M_2| = 136^\circ; |\angle Z_1 S Z_2| = 255^\circ$$

5. Mechanika tuhého tělesa

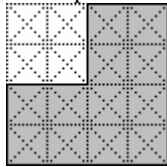
5.1 Hranatá tužka o hmotnosti 20 g leží na vodorovné desce stolu se součinitelem smykového tření 0,05. Na jednom konci tužky působíme silou \vec{F} ve vodorovné rovině kolmo k tužce (na obr. 7 je znázorněn pohled shora). Jestliže velikost síly postupně zvětšujeme, začne tužka prokluzovat po stole. Při jaké velikosti síly \vec{F} k tomu dojde? Který z bodů tužky zůstane na místě? Při řešení úlohy si můžete pomoci vhodnými pokusy. Tužku považujte za homogenní těleso.



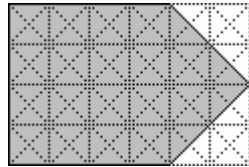
obr. 7

V: $F \doteq 4 \text{ mN}$ a na místě zůstane bod, který je ve vzdálenosti $\frac{\sqrt{2}}{2}L$ od působíště síly \vec{F}

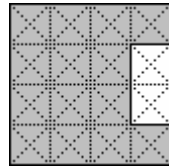
5.2 Na obr. 8 až obr. 13 jsou znázorněna tělesa, která jsou vyrobena z tenkého plechu. Základní tvar je čtverec, jehož strana má délku a a který má „rozměry“ 4 x 4 čtverečky. Určete polohu těžiště v závislosti na těžišti původního čtverce těchto těles:



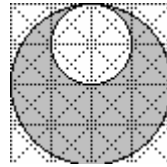
obr. 8



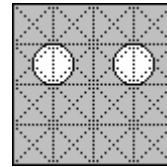
obr. 9



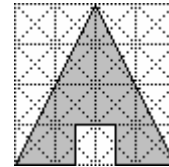
obr. 10



obr. 11



obr. 12



obr. 13

V: všechna těžiště leží na ose symetrie a všechny vzdálenosti těžiště jsou měřeny od těžiště původního čtverce

(až na poslední těleso): $\frac{u}{12} = \frac{a\sqrt{2}}{12}$; $\frac{2}{15}a$; $\frac{3}{56}a$; $\frac{1}{12}a$; $\frac{\pi}{8(32-\pi)}a$; $\frac{5}{168}a$ od těžiště trojúhelníka

5.3 Pravidelný čtyřboký hranol a rotační válec mají stejnou plochu podstav S a stejnou výšku h . Které z těchto těles se překlopí dříve, jestliže postupně nakláníme základnu, na které stojí? Zdůvodněte výpočtem.

V: hranol

5.4 Homogenní polokoule s poloměrem R a hustotou ρ může spočívat na vodorovné rovině ve dvou polohách A a B, znázorněných na obr. 14.

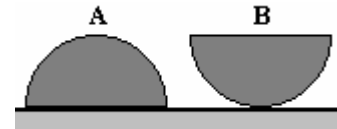
a) Jsou obě dvě polohy polokoule stabilní? Svě tvrzení odůvodněte.

b) Určete práci W_1 potřebnou na překlopení polokoule z polohy A do polohy B.

c) Určete práci W_2 potřebnou na překlopení polokoule z polohy B do polohy A.

d) Která z poloh A a B se vyznačuje větší stabilitou? Svoje tvrzení odůvodněte.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $R = 30,0 \text{ cm}$, $\rho = 500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.



obr. 14

Poznámka: Těžiště homogenní polokoule se nachází ve vzdálenosti $x_0 = \frac{3}{8}R$ od její rovinné plochy.

V: 57,6 J ; 36,8 J ; poloha A

5.5 Určete, s jakým zrychlením klesá k zemi jojo o poloměru r a hmotnosti m . Určete velikost síly, kterou je napínáno vlákno této dětské hračky.

V: $a = \frac{2}{3}g$; $F = \frac{1}{3}mg$

5.6 Tyč délky L je upevněna tak, že se otáčí kolem vodorovné osy procházející koncovým bodem tyče. Jak velkou rychlost je třeba udělit volnému konci tyče, aby se zastavila ve vodorovné poloze? Moment setrvačnosti tyče v tomto případě je $\frac{1}{3}mL^2$, kde m je hmotnost tyče.

V: $v = \sqrt{3gL}$

5.7 Těleso tvaru obruče se valí bez smýkání po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30° . Určete, jak velkou rychlostí se bude pohybovat těžiště obruče po uběhnutí dráhy 5 m, byla-li obruč na počátku v klidu. Třecí síly a odpor vzduchu zanedbejte.

V: $4,95 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

5.8 Vypočítejte jak velkou silou je namáhán řetěz jeřábu na obr. 15, který v hutnických kleštích přenáší těleso o hmotnosti 1800 kg. Kleště mají hmotnost 200 kg. Určete součinitele smykového tření v klidu, které těleso udrží v kleštích.

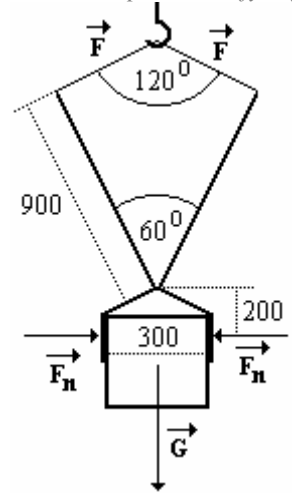
V: 19620 N ; 0,1

5.9 Homogenní trám stálého průřezu o délce l , je na jednom konci zatížen silou o velikosti 200 N. Je-li podepřen v bodě A, vzdáleném 1000 mm od tohoto konce, je v rovnováze. Jestliže trám bude podepřen v bodě B, vzdáleném od druhého konce trámu o 1400 mm, bude trám v rovnováze, bude-li na tomto druhém konci působit síla o velikosti 100 N. Vypočtete délku trámu a jeho tíhu.

V: 4,67 m ; 150 N

5.10 Homogenní nosník, který má délku l a hmotnost 200 kg, je podepřen ve dvou bodech: na jednom konci a ve vzdálenosti $\frac{1}{3}$ od druhého konce. Určete síly, kterými nosník působí na podpěry. Určete síly, jimiž bude nosník působit na tyto podpěry, jestliže na konec, na němž není nosník podepřen, umístíme břemeno o hmotnosti 40 kg.

V: 500 N ; 1500 N ; 300 N ; 2100 N



obr. 15

5.11 Tíha žebříku je 300 N, délka 6 m a těžiště v polovině jeho délky. Jaký úhel svírá žebřík se stožárem, u něhož je opřen, jestliže muž o tíze 600 N vystoupil až na konec žebříku a tlaková síla žebříku na stožár není větší než 200 N?

V: 15°

5.12 Deska o délce 2 m a tíze 600 N je opřena o stěnu a svírá s podlahou úhel α . Součinitel smykového tření mezi deskou a podlahou je $f_1 = 0,4$ a součinitel smykového tření mezi deskou a stěnou je $f_2 = 0,5$. Určete nejmenší úhel α , při kterém deska ještě nesklouzne, a vypočtete tlakovou sílu na podlahu a na stěnu.

V: 45° ; 500 N ; 200 N

5.13 Motorová skříň o tíze 25000 N se má zvednout do výše 0,6 m pomocí nakloněné roviny o délce 2,6 m. Součinitel smykového tření mezi skříňí a nakloněnou rovinou je 0,15.

a) Jak velký úhel svírá nakloněná rovina s vodorovnou rovinou?

b) Jak velkou silou působící rovnoběžně s nakloněnou rovinou udržíme skříň na nakloněné rovině v rovnovážné poloze?

c) Jak velkou silou působící rovnoběžně s nakloněnou rovinou se bude skříň pohybovat nahoru rovnoměrným pohybem?

V: 13°20' ; 2120 N ; 9418 N

5.14 Vypočtete stoupání závitů vřetena šroubového lisu, který vyvine tlakovou sílu o velikosti $2 \cdot 10^4$ N, jestliže na konci páky dlouhé 80 cm působí síla o velikosti 200 N.

V: 5 cm

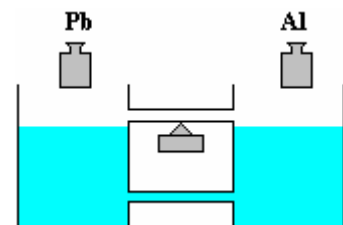
6. Mechanika kapalin a plynů

6.1 Automobil dosáhl rovnoměrně zrychleným pohybem za dobu 10 s rychlosti o velikosti 72 km.h⁻¹. Vypočtete rozdíl tlaků benzínu na stěny nádrže při rozjíždění, je-li hustota benzínu 720 kg.m⁻³. Nádrž má tvar kvádra a její dvě stěny, které jsou kolmé na podélnou osu automobilu, jsou navzájem vzdáleny 40 cm.

V: 576 Pa

6.2 Nádoba zobrazená na obr. 16 se skládá ze dvou spojených nádob, je naplněna vodou a opírá se o břít nepohyblivého hranolu. Svislá osa nádoby procházející břitem tvoří osu symetrie. Do každé z nádob je ponořeno závaží o téže hmotnosti - jedno olověné, druhé z hliníku. Která část nádoby převáží a proč?

V: převáží nádoba s olovem



obr. 16

6.3 V nádobě s vodou plave kousek ledu, k němuž přimrzla:

a) korková zátka tak, že je celá pod vodou

b) korková zátka tak, že je celá nad vodou

c) železná kulička tak, že je zamrzlá uvnitř ledu

Jak se změní v jednotlivých případech výška hladiny v nádobě poté, co led roztaje?

V: a); b) nijak; c) hladina poklesne

6.4 Na hladině vody plave dutá koule o hmotnosti m a objemu V . Koule je z poloviny ponořená ve vodě. Na vlákně zanedbatelné hmotnosti je k ní upoutána druhá koule téhož objemu a hmotnosti $M = 3m$. Určete velikost

síly, kterou je napínáno vlákno. Řešte nejdříve obecně, pak pro $V = 10 \text{ cm}^3$. Hodnotu tíhového zrychlení volte $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

$$V: 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

6.5 Na plnou kouli působí ve vzduchu tíhová síla o velikosti 390 N . Na tutéž kouli ponořenu do vody působí výsledná síla o velikosti 340 N . Hustota vody je 1000 kg.m^{-3} . Jaký je objem koule? Jaká je hustota materiálu, z něhož je koule vyrobena? Jaký objem by musela mít soustředná kulová dutina v kouli, aby při stejném vnějším poloměru koule a stejné hustotě látky se toto těleso ve vodě vznášelo?

$$V: 5 \text{ dm}^3; 7800 \text{ kg.m}^{-3}; 4,4 \text{ dm}^3$$

6.6 Rotační kužel s průměrem podstavy $D = 20 \text{ cm}$ a výškou $u = 30 \text{ cm}$ je vyroben z materiálu o hustotě $\rho_T = 800 \text{ kg.m}^{-3}$. Určete, do jaké výšky h bude ponořen, potopíme-li jej do vody tak, aby byl ve stabilní poloze.

$$V: 12,5 \text{ cm}$$

6.7 Před koncem druhé světové války svrhli nacisté na dno Černého jezera na Šumavě několik vodotěsných kovových beden. V bednách byly ukryty tajné dokumenty. V roce 1964 byly bedny nalezeny a vyloveny z vody. Každá z beden měla tvar kvádrů, jehož výška byla h , obsah podstavy S a hmotnost bedny m . Určete práci W , kterou vykonali potápěči při vyzvednutí jedné bedny. Bedna byla zvedána pomalým rovnoměrným pohybem z výchozí polohy, v níž byla horní podstava bedny v hloubce h_1 pod hladinou vody. Po vyzvednutí do koncové polohy byla dolní podstava ve výšce h_2 nad hladinou.

Úlohu řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty: $S = 0,25 \text{ m}^2$, $h = 40 \text{ cm}$, $h_1 = 3,6 \text{ m}$, $h_2 = 0,80 \text{ m}$, $m = 150 \text{ kg}$, $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$. Odpor vody a vzduchu při pohybu a vzlakovou aerostatickou sílu zanedbejte.

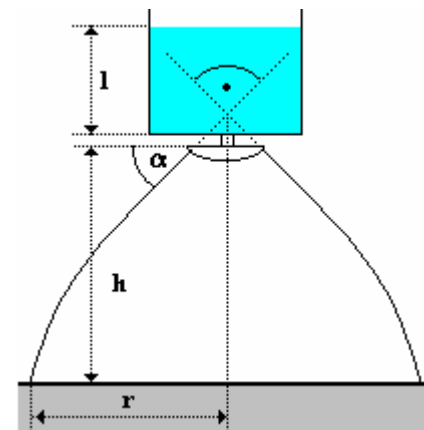
$$V: 3,33 \text{ kJ}$$

6.8 Zahradní sprcha (viz obr. 17) je tvořena nádobou, v níž je nalita voda do výšky $l = 50 \text{ cm}$. Kropítko sprchy je ve výšce $h = 2,2 \text{ m}$ nad zemí. Voda, z krajních otvorů kropítka tryská pod úhlem $\alpha = 45^\circ$. Jaký je poloměr vodou zasažené oblasti na zemi?

$$V: 1,07 \text{ m}$$

6.9 Obsah průřezu vodorovného potrubí se zužuje z 50 cm^2 na 15 cm^2 . V širší části potrubí je velikost rychlosti proudící vody 3 m.s^{-1} a tlak 85 kPa . Jak velkou rychlostí a při jakém tlaku proudí voda v zúžené části potrubí?

$$V: 10 \text{ m.s}^{-1}; 39,5 \text{ kPa}$$



obr. 17

6.10 Dne 9. 8. 2000 odvysílala televize Nova zprávu, že v Brně došlo k porušení vodovodního řadu, následkem čehož stříkala voda na jedné brněnské ulici do výšky až 20 m . Určete jak velkou rychlostí voda proudila z poškozeného potrubí a pod jakým tlakem byla voda v potrubí?

$$V: 19,8 \text{ m.s}^{-1}; 296,2 \text{ kPa}$$

6.11 Cyklista o hmotnosti m jede na jízdním kole o hmotnosti m_k ze svahu, který má sklon vůči vodorovné rovině α . Aby jel rychleji, šlape se stálou silou o velikosti F . Kolo jízdního kola má průměr d , obsah příčného řezu cyklisty je S , součinitel odporu je C a okolní vzduch má hustotu ρ . Na jaké velikosti se ustálí rychlost jízdního kola, jestliže rameno valivého odporu je ξ a cyklista šlape silou o velikosti F ? Velikost tíhového zrychlení je g . Předpokládejte, že svah je dostatečně dlouhý, aby mohlo k ustálení rychlosti dojít.

$$V: v = \sqrt{2 \frac{Fd + (m + m_k)g(d \sin \alpha - 2\xi \cos \alpha)}{d\rho SC}}$$

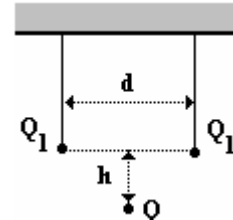
6.12 Celková tíhová síla padáku a parašutisty je 1000 N . Otevřený padák je bržděn odporem vzduchu, který je úměrný druhé mocnině velikosti rychlosti padáku. Při rychlosti 3 m.s^{-1} je brzdící síla připadající na jednotkový obsah plochy vodorovného průmětu padáku rovna $R = 100 \text{ N.m}^{-2}$. Jak velký obsah musí mít plocha vodorovného průmětu padáku, smí-li parašutista dopadnout na zem rychlostí $1,2 \text{ m.s}^{-1}$? Jak se změní velikost rychlosti dopadu, bude-li mít padák poloviční lineární rozměry?

$$V: 62,5 \text{ m}^2; 2,4 \text{ m.s}^{-1}$$

7. Elektrostatické pole

7.1 Dvě kuličky zanedbatelné hmotnosti jsou nabitý stejným kladným nábojem $Q_1 = 3,3 \mu\text{C}$ a zavěšeny ve stejné výšce na nehmotných nitích stejné délky. Ve stejné vzdálenosti od kuliček a o vzdálenost $h = 20 \text{ cm}$ níže je umístěn náboj Q (viz obr. 18). Určete velikost a znaménko náboje Q , visí-li nitě svisle a vzdálenost mezi nimi je $d = 30 \text{ cm}$.

$$V: -3,82 \mu\text{C}$$



obr. 18

7.2 Dvě velmi malé vodivé kuličky, každá o hmotnosti $0,25 \text{ g}$, jsou zavěšeny na stejně dlouhých nevodivých vláknecích délky 50 cm tak, že se vzájemně dotýkají. Jsou-li kuličky nabitý nábojem Q , odpuzují se tak, že každé z vláken svírá se svislým směrem úhel 45° . Určete náboj Q . Hmotnost vláken neuvažujte.

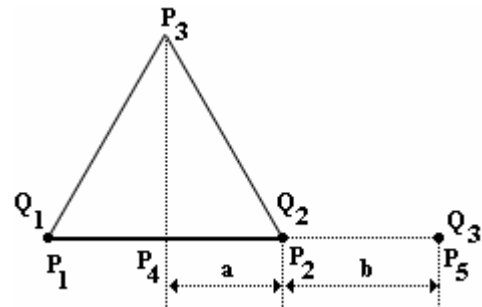
$$V: 3,7 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

7.3 Dva kladné bodové náboje 160 nC a 90 nC jsou od sebe vzdáleny 21 cm . Jak daleko od většího z obou nábojů je na jejich spojnici místo, v němž je intenzita elektrického pole nulová?

$$V: 12 \text{ cm}$$

7.4 Ve vrcholech P_1 a P_2 rovnostranného trojúhelníka $P_1P_2P_3$ jsou umístěny pevné bodové náboje $Q_1 = 7,3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ a $Q_2 = -Q_1$ (viz obr. 19). Určete:

- intenzitu elektrického pole, vytvořeného nábojem Q_1 v bodě P_2 ;
- síly, které působí na náboje Q_1 a Q_2 ;
- intenzitu výsledného elektrického pole vytvořeného náboji Q_1 a Q_2 v bodech P_3 a P_4 ;



obr. 19

d) bodový elektrický náboj, který je nutno umístit do bodu P_5 tak, aby na náboj Q_2 nepůsobilo elektrické pole. Strana trojúhelníka má délku 100 mm , vzdálenost b je 80 mm .

$$V: 6,56 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}; 0,48 \text{ N}; 6,56 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}; 5,25 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}; 467 \text{ nC}$$

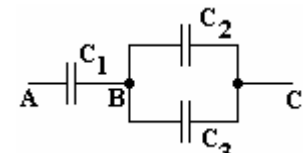
7.5 Elektron se pohybuje v elektrostatickém poli tak, že v určitém bodě P_1 , v němž měl elektrický potenciál hodnotu $\varphi_1 = 5,0 \text{ V}$, má jeho rychlost velikost $4 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. V bodě P_2 své dráhy má elektron rychlost o velikosti $9 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete:

- přírůstek kinetické energie elektronu na úseku dráhy P_1P_2
- práci elektrické síly, působící na elektron, na úseku dráhy P_1P_2
- elektrické napětí $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$
- elektrický potenciál v bodě P_2 .

$$V: 2,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}; 2,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}; -1,85 \text{ V}; 6,85 \text{ V}$$

7.6 Na obr. 20 je schéma zapojení tří kondenzátorů o kapacitách $C_1 = 2 \mu\text{F}$, $C_2 = 1 \mu\text{F}$ a $C_3 = 3 \mu\text{F}$. Mezi body A a C je připojen zdroj napětí 120 V . Určete:

- výslednou kapacitu soustavy kondenzátorů
- napětí mezi body A a B
- napětí mezi deskami kondenzátoru o kapacitě C_3
- náboje na deskách jednotlivých kondenzátorů.



obr. 20

$$V: 1,33 \mu\text{F}; 80 \text{ V}; 80 \text{ V}; 160 \mu\text{C}; 40 \mu\text{C}; 120 \mu\text{C}$$

7.7 Dva nabitý kondenzátory, z nichž první má kapacitu C_1 a je nabit na napětí U_1 a druhý o kapacitě C_2 je nabit na napětí U_2 , částečně vybijeme spojením nesouhlasně nabitých desek. Určete:

- Jak velký náboj zůstane na spojených kondenzátorech?
- Jaká bude výsledná kapacita obou kondenzátorů po spojení?
- Jaké je napětí na spojených kondenzátorech?
- Jaký byl součet energií nabitých kondenzátorů před spojením?
- Jaká je energie spojených kondenzátorů? Jak lze vysvětlit rozdíl mezi body d) a e)?

Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty: $C_1 = 1000 \text{ pF}$, $C_2 = 800 \text{ pF}$, $U_1 = 4000 \text{ V}$, $U_2 = 3200 \text{ V}$.

$$V: 1,44 \mu\text{C}; 1,8 \text{ nF}; 800 \text{ V}; 12 \text{ mJ}; 0,576 \text{ mJ}$$

8. Elektrický proud v kovech

8.1 Dvě spirály o odporu $R_1 = 1 \Omega$ a $R_2 = 2 \Omega$ a obdélníková destička o odporu $R_D = 1 \Omega$ byly zařazeny do elektrického obvodu. Potom byla destička podélně rozříznuta na dvě stejné části, které byly opět zařazeny do obvodu (viz obr. 21). Změnil se celkový odpor obvodu? Odpověď potvrďte výpočtem.

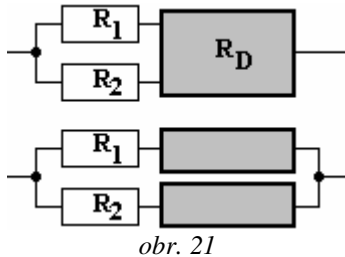
$$V: \frac{5}{3} \Omega; \frac{12}{7} \Omega$$

8.2 Vodivými hranami krychle zobrazené na obr. 22 protéká elektrický proud. Odpor každé hrany je R . Určete celkový odpor krychle.

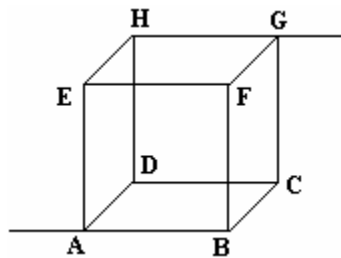
$$V: \frac{5}{6} R$$

8.3 Určete proudy protékající v zapojení podle schématu na obr. 23, v němž je dáno: $U_{e1} = 2,1 V$, $U_{e2} = 1,8 V$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 12 \Omega$, $R_4 = 35 \Omega$ a $R_5 = 15 \Omega$. Vnitřní odpory zdrojů zanedbejte.

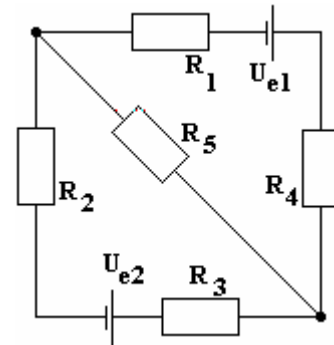
$$V: 24,8 \text{ mA}; 40,8 \text{ mA}; 65,6 \text{ mA}$$



obr. 21



obr. 22



obr. 23

8.4 Tavné pojistky jsou vyrobeny z olověných drátků stejné délky. Proud, při němž se drátek roztaví a pojistka přeruší přívod proudu, je určen průměrem drátku. Pojistka č. 1. pro proud 1,8 A obsahuje drátek o průměru 0,3 mm, pojistka č. 2 pro proud 6 A drátek o průměru 0,6 mm. Předpokládejme, že zvyšujeme proud tekoucí paralelní kombinací obou pojistek. Při jakém proudu dojde k přerušení pojistek a která pojistka se přeruší jako první?

$$V: 7,5 \text{ A}; \text{pojistka č. 2}$$

8.5 Určete vnitřní odpor akumulátoru a jeho elektromotorické napětí z těchto měření: Připojíme-li ke svorkám zátěž o odporu $1,8 \Omega$, prochází obvodem proud $1,7 A$, připojíme-li ke svorkám zátěž o odporu $6,6 \Omega$, prochází obvodem proud $0,5 A$.

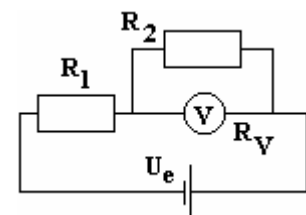
$$V: 0,2 \Omega; 3,4 V$$

8.6 Ampérmetrem s rozsahem do $1 A$ a s vnitřním odporem $0,1 \Omega$ chceme měřit proud $100 A$. Jaký odpor a jakým způsobem je nutno k ampérmetru připojit?

$$V: 1,01 \text{ m}\Omega$$

8.7 Pro určení odporu voltmetru R_V byl voltmetr zapojen do obvodu tak, jak je schematicky znázorněno na obr. 24, přičemž voltmetr ukazoval napětí U . Určete:
a) proud odebíraný ze zdroje napětí
b) odpor voltmetru R_V .

Úlohu řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $U_e = 120 V$, $U = 80 V$, $R_1 = 40 \text{ k}\Omega$ a $R_2 = 0,40 \text{ M}\Omega$.

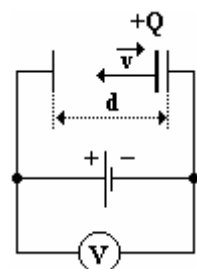


obr. 24

$$V: 1 \text{ mA}; 10^5 \Omega$$

8.8 ***Do deskového kondenzátoru připojeného ke zdroji elektromotorického napětí U_e a vnitřním odporem R_i je umístěna deska s nábojem Q (viz obr. 25). Jaké napětí ukáže ideální voltmetr připojený ke svorkám zdroje, jestliže se vložená deska bude pohybovat rychlostí o velikosti v ? Vzdálenost desek kondenzátoru je d .

$$V: U_V = U_e + \frac{QvR_i}{d}$$



obr. 25

8.9 Na zahradním vánočním stromečku je umístěno 10 75-ti wattových žárovek připojených paralelně k napětí $220 V$. Určete spotřebu elektrické energie za 1 týden svícení stromku, svítí-li každý den od 8 hodin večer do 6 hodin ráno:

- a) v ideálním případě,
 b) v případě, kdy má každá žárovka účinnost 80 %.
 Jaký je odpor jedné žárovky? Jaký celkový proud teče obvodem?

$$V: 52,5 \text{ kW.h} ; 65,63 \text{ kW.h} ; 645,3 \Omega ; 3,4 \text{ A}$$

8.10 Žárovku pro napětí 6 V s výkonem 36 W je třeba napájet ze stejnosměrného zdroje o elektromotorickém napětí 24 V a o vnitřním odporu 1 Ω. Určete:

- a) hodnotu odporu rezistoru, který je nutno zapojit do série se žárovkou, aby po připojení ke zdroji napětí měla jmenovitý odpor
 b) výkon, který se na tomto rezistoru ztrácí
 c) svorkové napětí zdroje.

$$V: 2 \Omega ; 72 \text{ W} ; 18 \text{ V}$$

9. Magnetické pole

9.1 ***Vodivá smyčka ve tvaru elipsy s poloosami a a b leží na nevodivé vodorovné desce stolu a nachází se v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci \vec{B} . Indukční čáry tohoto magnetického pole jsou orientovány vodorovně (na obr. 26 je znázorněn pohled shora). Jak velký proud musí smyčkou procházet, aby se začala nadzvedávat? Hmotnost smyčky je m , obsah plochy ohraničené elipsou s danými poloosami je $S = \pi ab$.

$$V: I = \frac{mg}{\pi Ba}$$

9.2 Určete velikost výsledné síly, která působí na lomený vodič ve tvaru poloviny pravidelného šestiúhelníka, který zasahuje do homogenního magnetického pole, jehož magnetická indukce má velikost 0,15 T (viz obr. 27). Vodičem prochází proud 2 A a $r = 5 \text{ cm}$.

$$V: 30 \text{ mN}$$

9.3 V homogenním magnetickém poli, jehož magnetická indukce má směr svislý vzhůru, je zavěšen přímý vodorovný vodič na lehkých vodivých vláknech připojených v koncových bodech vodiče. Prochází-li vodičem proud, vychýlí se ze své rovnovážné polohy tak, že úhlová výchylka vláken je 45° . Vodič má délku 10 cm, hmotnost 3 g a prochází jím proud 10 A. Určete velikost magnetické indukce.

Řešte nejdříve obecně, pak pro zadané hodnoty. Velikost tíhového zrychlení volte 10 m.s^{-2} .

$$V: 30 \text{ mT}$$

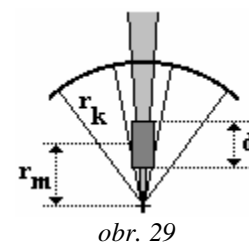
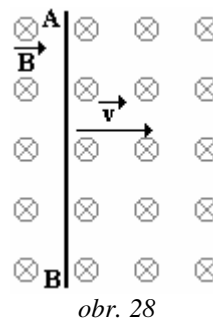
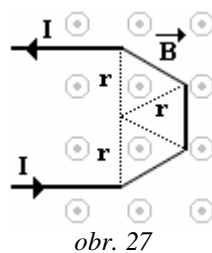
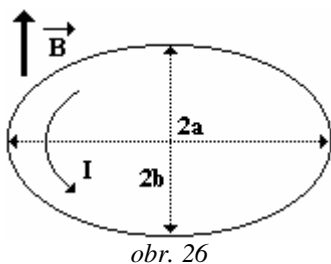
9.4 Kovová tyč délky 150 mm se pohybuje v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci o velikosti 0,30 T rychlostí o velikosti 80 m.s^{-1} (viz obr. 28). Určete:

- a) velikost magnetické síly, která působí na elektrony vodiče
 b) který konec tyče se nabíjí kladně a který záporně
 c) intenzitu elektrického pole, vytvořeného nábojem ve vodiči v ustáleném stavu, kdy se rozložení nábojů v tyči již nemění
 d) napětí, které lze naměřit mezi konci tyče.

$$V: 3,84 \cdot 10^{-18} \text{ N} ; A \text{ kladně a } B \text{ záporně } 24 \text{ V.m}^{-1} ; 3,6 \text{ V}$$

9.5 Přímý vodič s proudem 10 A a obdélníkový závit o stranách $a = 4 \text{ cm}$ a $b = 9 \text{ cm}$, kterým prochází proud 5 A, leží v téže rovině. Delší strany závitu jsou rovnoběžné s přímým vodičem, bližší má od něho vzdálenost $0,5a$. Jak velká je síla, která působí na závit?

$$V: 3 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$



9.6 Jaká je velikost rychlosti elektronů, jestliže současně působící elektrické pole o intenzitě o velikosti $3,4 \cdot 10^5 \text{ V.m}^{-1}$ a magnetické pole o indukci, která má velikost $2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, obě navzájem kolmá a kolmá k rychlosti elektronů, nezpůsobují odchylku od přímočarého pohybu? Jaký bude poloměr trajektorie elektronů, jestliže se elektrické pole zruší? Náboj elektronu je $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, jeho hmotnost $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$$V: 1,7 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} ; 0,48 \text{ m}$$

9.7 Uzavřená vodivá smyčka ve tvaru čtverce o straně $0,5\text{ m}$, zhotovená z vodiče zanedbatelného průřezu o celkovém odporu $2\ \Omega$, je umístěna v homogenním magnetickém poli o indukci o velikosti 1 T tak, že rovina smyčky je kolmá k magnetickým indukčním čarám. V určitém okamžiku začne magnetické pole rovnoměrně klesat tak, že nulové hodnoty nabude za 20 s . Určete celkový náboj, který proteče smyčkou.

V: $0,13\text{ C}$

9.8 Součástí tachometru jízdního kola je magnet o výšce d umístěný ve výpletu předního kola a čidlo, které je umístěno na vidlici předního kola ve vzdálenosti r_m od středu kola (viz obr. 29). Magnet je zdrojem magnetického pole o magnetické indukci o velikosti B . Kolo jízdního kola má poloměr r_k . Cyklista na kole, jehož řetězový převod je tvořen dvěma ozubenými koly, které mají z_1 a z_2 zubů ($z_1 > z_2$), šlape s frekvencí f_c . Jaké napětí se bude indukovat v čidle tachometru? Jak velkou rychlostí se cyklista pohybuje?

$$\text{V: } U = 2\pi B d f_c \frac{z_1}{z_2} r_m; \quad v = 2\pi f_c \frac{z_1}{z_2} r_k$$

9.9 Velikost horizontální složky $\overline{B_Z}$ magnetického pole Země lze určit improvizací s jednoduchými pomůckami. Model cívky lze zhotovit z plastové lahve, které odstříhneme hrdlo a dno a na níž navineme tenký měděný drátek. Zhruba uprostřed vytvořené cívky propíchneme zvnějšku obal plastové láhve špendlíkem, na jehož hrot umístíme uvnitř cívky magnetku. Cívku i s magnetkou orientujeme tak, aby magnetka byla kolmá na podélnou osu cívky. Poté takto zhotovenou cívku připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí. Průchodem proudu bude vznikat v cívce magnetické pole, které lze v okolí magnetky považovat za homogenní. Na základě znalosti procházejícího proudu, parametrů cívky a úhlu φ , který svírá magnetka se směrem sever - jih, lze určit velikost horizontální složky B_Z magnetického pole Země. Experimentálně vytvořená cívka má 22 závitů a délku 15 cm . Z řady měření bylo vybráno jedno, kdy cívkou procházel proud 330 mA a $\varphi = 70^\circ$. Určete velikost B_Z .

V: $22,1\ \mu\text{T}$

9.10 V cívce délky 2 m a průřezu 10 cm^2 se indukovalo napětí 14 mV při rovnoměrném růstu proudu z nulové hodnoty na hodnotu 10 A za dobu 1 s . Určete počet závitů cívky, její indukčnost a její energii.

V: 1493 závitů; $1,4\text{ mH}$; 70 mJ

10. Obvod střídavého proudu

10.1 Ke zdroji střídavého proudu o efektivním napětí 200 V a frekvenci 50 Hz je připojen obvod tvořený sériovým spojením kondenzátoru o kapacitě $16\ \mu\text{F}$ a rezistoru o odporu $150\ \Omega$. Určete impedanci obvodu, proud v obvodu, napětí na kondenzátoru a na rezistoru a fázový posun mezi napětím a proudem v obvodu.

V: $250\ \Omega$; $0,8\text{ A}$; 160 V ; 120 V ; 53°

10.2 Žárovka $6\text{ V}/0,3\text{ A}$ má být připojena v sérii s cívkou k elektrické síti 230 V o frekvenci 50 Hz . Jakou indukčnost musí mít cívka, aby žárovka normálně svítila?

V: $2,4\text{ H}$

10.3 Obvod RLC v sérii je tvořen rezistorem o odporu $200\ \Omega$, cívkou o indukčnosti $0,5\text{ H}$ a kondenzátorem o kapacitě $4\ \mu\text{F}$. Obvodem prochází střídavý proud $0,5\text{ A}$ o frekvenci 100 Hz . Nakreslete fázorový diagram obvodu, určete celkové napětí v obvodu a fázový posun napětí a proudu v obvodu. Jak velký proud bude procházet obvodem při rezonanci obvodu?

V: $108,5\text{ V}$; -23° ; $0,54\text{ A}$

10.4 Cívka o indukčnosti $0,2\text{ H}$, jejíž odpor je $100\ \Omega$, je připojena ke zdroji střídavého napětí 118 V s frekvencí 50 Hz . Určete proud, který cívkou prochází a výkon spotřebovaný na cívce.

V: 1 A ; 100 W

10.5 Voltmetr v obvodu střídavého proudu ukazuje napětí 220 V , ampérmetr proud 10 A a wattmetr činný výkon 2 kW . Určete fázové posunutí napětí a proudu v obvodu.

V: $24,62^\circ$

10.6 Výkon jednofázového elektromotoru je 1 kW a jeho účinnost 80% . Určete proud, který prochází přívodními vodiči k elektromotoru, jestliže je elektromotor připojen k fázovému napětí 230 V a jeho účinník je $0,65$.

V: $8,4\text{ A}$

10.7 Transformátor, kterým se transformuje napětí 100 V na 3300 V, má uzavřené jádro, na němž vytvoříme pomocí vodiče jediný závit. Voltmetrem zjistíme, že napětí na tomto závitě je 0,5 V. Kolik závitů mají cívky transformátoru?

V: 200; 6600

10.8 Transformátor s transformačním poměrem 0,2 a účinností 68 % je připojen ke zdroji střídavého napětí 220 V. Transformátor dodává do spotřebiče výkon 5 kW. Vypočítejte proudy tekoucí v primárním a sekundárním vinutí transformátoru.

V: 33,4 A ; 114 A

11. Mechanické kmitání

11.1 Závažím mechanického oscilátoru je měděná kulička. Jak se změní frekvence kmitání tohoto mechanického oscilátoru, jestliže měděnou kuličku nahradíme kuličkou hliníkovou o stejném průměru? Hustota mědi je $8930 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota hliníku $2700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

V: 1,8 - krát se zvětší

11.2 Zavěsíme-li na určitou pružinu těleso o hmotnosti 2 kg, prodlouží se pružina o 0,06 m. Určete:

- tuhost pružiny,
- prodloužení pružiny, visí-li na ní těleso o hmotnosti 3 kg,
- frekvenci, s níž bude na pružině kmitat těleso o hmotnosti 4 kg,
- frekvenci, s níž bude toto těleso kmitat na pružině, která vznikne z předchozí tak, že z ní oddělíme její jednu třetinu.

Hmotnost pružiny zanedbejte.

V: $327 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; 0,09 m; 1,44 Hz; 1,76 Hz

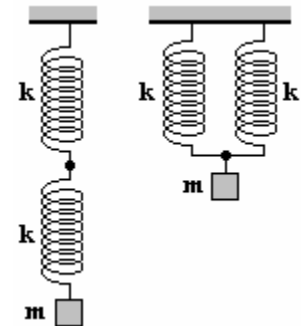
11.3 Vodorovná podložka, na níž je volně položen předmět, kmitá harmonicky s amplitudou výchylky 0,1 m. Určete frekvenci kmitání desky, při níž začne předmět na podložce nadskakovat.

V: 1,6 Hz

11.4 Závaží o hmotnosti 0,5 kg zavěšené na pružině zanedbatelné hmotnosti kmitá s frekvencí 0,4 Hz. Určete frekvenci kmitání závaží, jestliže ho zavěsíme na stejné pružiny spojené podle obr. 30.

V: 0,28 Hz; 0,56 Hz

11.5 Kabina výtahu se pohybuje vzhůru nejprve po dobu t_1 se zrychlením \vec{a}_1 a potom se pohybuje po dobu t_2 rovnoměrně zpomalně se zrychlením $-\vec{a}_2$. Určete nejdříve obecně, kolik kmitů vykoná kyvadlo délky l zavěšené v kabině výtahu za dobu jeho pohybu. Poté řešte pro hodnoty: $t_1 = t_2 = 10 \text{ s}$, $a_1 = a_2 = 0,5 \text{ g}$, $l = 0,5 \text{ m}$.



obr. 30

V: 14

11.6 Ve vagonu metra je zavěšeno kyvadlo, které ve stojícím vagonu kmitá s periodou T_0 . Určete periodu kmitání tohoto kyvadla, jestliže se vagon pohybuje vodorovně po přímočaré trati se zrychlením o velikosti $\frac{g}{2}$.

V: $0,94T_0$

11.7 Kulička na niti, která se kývá v laboratoři s periodou T , je pověšena na kolotoči ve vzdálenosti r od osy otáčení. Při rovnoměrném otáčení kolotoče je vychýlena o úhel β z rovnovážné polohy.

- Určete délku závěsu.
- S jakou úhlovou frekvencí se otáčí kolotoč?
- Jaká je oběžná doba kolotoče?

Řešte nejdříve obecně a potom pro hodnoty $T = 2 \text{ s}$, $r = 2 \text{ m}$, $\beta = 10^\circ$, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.V: 1 m; $0,8 \text{ s}^{-1}$; 7,9 s

11.8 Kyvadlové hodiny jdou přesně v nulové nadmořské výšce. Jak se změní jejich chod za dobu 24 hodin, přeneseme-li je do výše 400 m nad mořem? Poloměr Země je roven 6378 km.

V: zpozdí se o 5,42 s

11.9 Skokan „bungee - jumping“ o hmotnosti m je přivázán na laně délky h a tuhosti k . Kdyby se na toto lano zavěsil skokan v klidu, prodloužilo by se lano o Δl . Skokan je vyvezen na vrchol jeřábu, který stojí na břehu jezera, a skočí. Nejnižší bod jeho trajektorie se po skoku nachází v hloubce $h+l$ pod místem, odkud skočil. Předpokládejte, že brzdění pohybu skokana probíhá s konstantním zrychlením. Určete:

- a) velikost zrychlení, se kterým skokan zabrzdil svůj pád
 b) velikost síly, která během zpomalování působila na skokana
 c) dobu, po kterou trval jeden kmit jeho pohybu, poté co začal na laně kmitat.

Předpokládejte, že na skokana působila při jeho pohybu vzduchem stálá odporová síla o velikosti F_0 .

$$V: a = \frac{h(mg - F_0)}{lm}; F = \frac{l+h}{l}(mg - F_0); t = 2\pi \sqrt{\frac{m(l-\Delta l)}{k(l-\Delta l) - F_0}}$$

11.10 Zkumavka, která je na jednom konci zatavená, plave v kapalině o hustotě ρ tak, že její osa je svislá. Délka ponořené části zkumavky je h . Jestliže zkumavku z kapaliny vytáhneme o malou vzdálenost a potom uvolníme, začne konat kmitavý pohyb. Odpor prostředí a změnu výšky hladiny v nádobě při kmitání neuvažujeme.

- a) Ukažte, že popsaný pohyb je harmonický a určete jeho dobu kmitu.
 b) Zkumavku přeneseme do kapaliny s hustotou ρ' a stejným způsobem uvedeme do kmitavého pohybu. Určete poměr dob kmitu v kapalině s hustotou ρ a ρ' .

$$V: T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}; \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}}$$

12. Mechanické vlnění

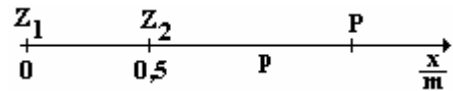
12.1 Rovnice postupné vlny má tvar $\{y\} = 2 \cdot 10^{-5} \sin \left[200 \left(\{t\} - \frac{\{x\}}{1500} \right) \right]$. Určete amplitudu výchylky, frekvenci kmitů ve vzdálenosti 12 m od zdroje vlnění, rychlost a vlnovou délku uvažovaného vlnění.

$$V: 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}; 31,8 \text{ Hz}; 1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; 47,1 \text{ m}$$

12.2 Na přímce p leží dva zdroje zvukového vlnění ve vzájemné vzdálenosti 0,5 m (viz obr. 31). Oba zdroje kmitají se stejnou frekvencí 170 Hz a stejnou počáteční fází. Ze zdrojů se šíří zvukové vlnění rychlostí o velikosti $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete: a) vlnovou délku vlnění, b) rozdíl fází obou vlnění v bodě P .

$$V: 2 \text{ m}; \frac{\pi}{2}$$

12.3 Zkrátíme-li strunu o 10 cm a nezměníme-li její napětí, změní se její frekvence 1,5krát. Určete délku struny a jak se změní její frekvence.



obr. 31

$$V: 30 \text{ cm}$$

12.4 Jakou frekvenci má základní tón, který vydává mosazná tyč délky 1 m při podélném chvění, je-li upevněna: a) na jednom konci, b) uprostřed? Velikost rychlosti zvuku v mosazi je $3200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$V: 0,8 \text{ kHz}, 1,6 \text{ kHz}$$

12.5 Ve skleněném válci délky 0,5 m, otevřeném na obou koncích, je pomocí reproduktoru vytvořeno stojaté vlnění, v němž bylo zjištěno šest uzlů. Potom byl jeden konec uzavřen. Jak je třeba změnit frekvenci, aby ve válci vzniklo opět šest uzlů stojatého vlnění? Velikost rychlosti zvuku ve vzduchu je $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$V: \text{snížit z } 2040 \text{ Hz na } 1870 \text{ Hz}$$

13. Elektromagnetické kmitání a vlnění

13.1 Elektromagnetický oscilátor je zdrojem elektromagnetických vln s frekvencí 300 MHz. Určete vlnovou délku těchto elektromagnetických vln, má-li prostředí, kterým se šíří, relativní permitivitu 25 a relativní permeabilitu 1.

$$V: 0,2 \text{ m}$$

13.2 Elektromagnetická vlna vlnové délky 300 m a elektromagnetická vlna délky 299,7 m spolu vzájemně interferují. Určete počet rázů (maxim) za jednu sekundu.

$$V: 1001$$

13.3 Oscilační obvod, který je tvořen cívku a dvěma stejnými kondenzátory spojenými paralelně, kmitá s periodou $20 \mu\text{s}$. Určete periodu kmitů obvodu, jestliže kondenzátory budou spojeny sériově.

$$V: 10 \mu\text{s}$$

13.4 Kondenzátor o kapacitě $4 \mu\text{F}$ je nejprve připojen ke zdroji stejnosměrného napětí 20 V a potom k cívce o indukčnosti 160 mH . Určete frekvenci elektrických kmitů a amplitudu proudu v obvodu.

V: 200 Hz , $0,1 \text{ A}$

13.5 Určete délku půlvlnného dipólu, jehož základní frekvence odpovídá frekvenci oscilačního obvodu s kondenzátorem o kapacitě 10 pF a s cívkou o indukčnosti $0,9 \mu\text{H}$.

V: $2,8 \text{ m}$

13.6 Radiolokátor vysílá za sekundu 4000 impulsů elektromagnetického vlnění o vlnové délce 15 cm . Doba trvání jednoho impulsu je $0,02 \mu\text{s}$. Určete, kolik kmitů obsahuje jeden impuls a do jaké největší vzdálenosti lze radiolokátorem určovat cíle.

V: 40 ; $37,5 \text{ km}$

13.7 K oscilátoru, který kmitá s amplitudou napětí 2 V a frekvencí 150 MHz , je připojeno dvou vodičové vedení na konci otevřené (tj. vedení naprázdno). Podél vedení vzniká stojaté vlnění s kmitnou napětí na otevřeném konci. Určete amplitudu napětí na konci vedení a vzdálenost od konce vedení, ve které je amplituda napětí nulová.

V: 4 V ; $(0,5 + \{k\}) \text{ m}$; $k \in \mathbb{N}_0$

14. Optika - zákon odrazu a lomu

14.1 Na rozhraní neznámého prostředí a vody dopadá pod úhlem 30° světelný paprsek. O jaké prostředí se jedná, svírá-li odražený a lomený paprsek úhel 113° ? Úlohu řešte kvalitativně i kvantitativně. Index lomu vody je $1,33$.

V: sklo - prostředí s indexem lomu $1,6$

14.2 Na dně nádoby naplněné vodou do výšky 10 cm je umístěn bodový zdroj světla. Na vodní hladině plave kruhová neprůhledná deska tak, že její střed je nad zdrojem světla. Jaký nejmenší poloměr musí mít deska, aby světlo nevycházelo povrchem vody? Index lomu vody je $1,33$.

V: $11,4 \text{ cm}$

14.3 Světelný paprsek dopadá na horní plochu skleněné krychle v rovině dopadu rovnoběžné s čelní plochou krychle. Paprsek prochází vnitřkem krychle a dopadá na její boční stěnu. Znázorněte graficky chod paprsků krychlí. Rozhodněte, zda může světlo vycházet touto boční stěnou krychle ven. Index lomu skla, z něhož je krychle vyrobena je $1,5$.

V: paprsek boční stěnou nevychází

14.4 Na optický hranol z lehkého korunového skla (index lomu $1,5$) dopadá úzký rovnoběžný svazek světla sodíkové výbojky tak, že ve skle hranolu prochází symetricky vzhledem k ose lámavého úhlu hranolu ($\varphi = 30^\circ$). Načrtněte obrázek lomu světelného paprsku v uvedeném případě a vyznačte v obrázku: lámavý úhel hranolu, úhel dopadu α paprsku na hranol, úhel lomu β paprsku a deviace, tj. úhel δ , který svírá paprsek dopadající na hranol s paprskem vystupujícím z hranolu. Vypočítejte úhel dopadu α a deviace δ .

V: 23° ; 16°

14.5 Pozorovatel stojí na okraji bazénu hloubky $h = 4 \text{ m}$ a dívá se na jeho dno. Hloubka bazénu se zdá být proměnná podle toho, pod jakým úhlem α (úhel mezi směrem pozorování a normálou k hladině vody) se pozorovatel dívá. Index lomu vzduchu je $n_1 = 1,00$, index lomu vody $n_2 = 1,33$.

a) Určete závislost zdánlivé hloubky H bazénu na úhlu α .

b) Pro jaký úhel α se zdá být hloubka bazénu největší a jaká je její hodnota?

V: $H = \frac{hn_1 \cos \alpha}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}$; 0° ; 3 m

14.6 Pod jakým úhlem α musí dopadat světelný paprsek na vodní hladinu (index lomu vody je $1,33$) ze vzduchu (index lomu $1,00$), aby odražený a lomený paprsek svíraly pravý úhel? Existují taková prostředí, aby na jejich rozhraní byl navíc i dopadající paprsek kolmý na odražený paprsek?

V: 53° ; neexistují

15. Optika - interference, ohyb, polarizace

15.1 Na dokonale planoparalelní mýdlovou blánu dopadá kolmo bílé světlo. V odraženém světle vidíme blánu zelenou (vlnová délka 500 nm). Určete nejmenší možnou tloušťku blány. Velikost rychlost světla ve vzduchu je $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, v mýdlovém roztoku $2,26 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Řešte nejprve obecně, potom pro dané číselné hodnoty.

V: 94 nm

15.2 Ploskovypuklá čočka leží vypuklou plochou na rovinné skleněné desce (tzv. Newtonova skla) a je osvětlena kolmo monofrekvenčním světlem o vlnové délce λ . Průměr třetího světlého interferenčního kroužku v odraženém světle je $2r$. Jaký je poloměr křivosti R kulové plochy čočky? Řešte nejprve obecně, potom pro číselné hodnoty: $\lambda = 589,6 \text{ nm}$, $2r = 2,5 \text{ mm}$. Index lomu vzduchu uvažujte roven 1.

V: 1,06 m

15.3 Dokonale planparalelní mýdlová blána má tloušťku 300 nm. V jaké barvě se nám blána jeví při kolmém pohledu? Jaká je vlnová délka světla, která se v odraženém světle nejvíce zeslabuje? Velikost rychlosti světla v mýdlovém roztoku je $2,3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

V: 521,7 nm (zelená); 313 nm

15.4 Na difrakční optickou mřížku s 625 vrypů na centimetr délky dopadá monofrekvenční světlo. Na stínítku vzdáleném 1,5 m od mřížky vzniknou maxima druhého řádu vzdálená od sebe 20 cm. Určete vlnovou délku použitého světla. Jaký úhel vzájemně svírají maxima 3. řádů? Kolik maxim může na stínítku vzniknout?

V: 532 nm ; 11,45° ; 61

15.5 Difrakční mřížka má 4000 vrypů na 1 cm délky. Je osvětlována kolmo k ploše mřížky. Za mřížkou je umístěno rovinné stínítko. Řešte tyto úlohy:

a) Vypočítejte mřížkovou konstantu.

b) Pod jakým úhlem je vidět 1. řád difrakčního maxima světla vlnové délky 500 nm ?

c) Jaká je nejdelší vlnová délka ve 4. řádu maxima, kterou je možno na stínítku pozorovat, osvětlujeme-li mřížku bílým světlem?

V: $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; 11,5° ; 625 nm (ta se zobrazí už v nekonečnu)

16. Optika - zobrazení zrcadlem a čočkou

16.1 Žena výšky v , jejíž oči jsou ve výšce h od podlahy, se chce celá pozorovat ve svislém nástěnném rovinném zrcadle. Jaká musí být nejmenší výška zrcadla, aby to bylo možné? Do jaké výšky nad podlahou je třeba zrcadlo zavěsit, aby se viděla celá z libovolné vzdálenosti? Graficky znázorněte.

V: $0,5v$; $0,5(h+v)$ (výška horního okraje zrcadla od podlahy)

16.2 Obraz předmětu zobrazovaného dutým kulovým zrcadlem je převrácený a třikrát zvětšený. Poloměr křivosti zrcadla je 60 cm. Najděte polohu předmětu a jeho obrazu. Jaká je ohnisková vzdálenost zrcadla?

V: 40 cm ; 120 cm ; 30 cm

16.3 Vypuklé kulové zrcadlo má poloměr křivosti 100 cm. Předmět je v rovině kolmé k optické ose ve vzdálenosti 50 cm od vrcholu zrcadla. Vypočítejte vzdálenost obrazu od vrcholu zrcadla a zvětšení obrazu. Bude obraz zdánlivý nebo skutečný?

V: 25 cm ; 0,5; přímý, zmenšený, zdánlivý

16.4 Dvě dutá kulová zrcadla se společnou optickou osou jsou proti sobě umístěna ve vzdálenosti 1 m. Na ose mezi nimi je umístěn světelný zdroj, jehož oba obrazy (ležící v prostoru mezi zrcadly) se ztotožňují. Ohnisková vzdálenost jednoho zrcadla je 0,1 m a světelný zdroj je od tohoto zrcadla vzdálen 0,12 m. Určete ohniskovou vzdálenost druhého zrcadla.

V: 0,28 m

16.5 Svíčka stojí 60 cm před dutým zrcadlem. Když posuneme svíčku o 10 cm blíže k zrcadlu, zvětší se vzdálenost obrazu od zrcadla o 80 cm. Určete polohu obrazu a ohniskovou vzdálenost zrcadla.

V: 1,2 m nebo -2,0 m ; 0,40 m nebo 0,86 m

16.6 Na spojnou čočku dopadá svazek paprsků rovnoběžně s optickou osou. Průměr svazku je 6 mm. Na stínítku, které je umístěné ve vzdálenosti 15 cm za čočkou vznikne kruhová světelná stopa o průměru 3 mm. Jaká je ohnisková vzdálenost čočky?

V: 10 cm nebo 30 cm

16.7 Do jaké vzdálenosti a před rozptylkou o optické mohutnosti -2 D musíme umístit předmět, chceme-li, aby jeho obraz byl třikrát zmenšený?

V: 1 m

16.8 Čočka je umístěna 0,1 m od lampy, která je předmětem. Na stínítku vytvořený obraz je desetkrát větší než předmět. Řešte tyto úlohy:

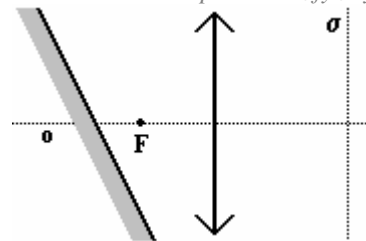
a) Jaká je ohnisková délka použité čočky? Jde o spojku nebo rozptylku?

b) V jaké vzdálenosti od čočky bude stínítko?

c) Proveďte grafickou konstrukci obrazu.

V: 9,09 cm ; 1 m

16.9 Optická soustava se skládá z tenké spojné čočky, jejíž jedno ohnisko je bod F , a rovinného zrcadla. Zobrazením bodového zdroje světla získáme dva obrazy, ležící na vedlejší optické ose čočky (tj. přímka procházející středem čočky). Jeden z obrazů je reálný a vzniká v rovině σ označené na obr. 32 čárkovaně. Graficky najděte polohu zdroje světla a jeho obrazů. Odraz světla na povrchu čočky neuvažujte.



obr. 32

16.10 Dvě tenké čočky, jejichž optické osy splývají, jsou od sebe vzdáleny 25 cm. Tato soustava dává přímý skutečný obraz stejné velikosti jako předmět. Zaměníme-li obě čočky, vznikne opět skutečný přímý obraz, ale čtyřikrát zvětšený. O kolik se liší optické mohutnosti čoček?

V: 3 D

16.11 Zdroj světla Z zobrazujeme tenkou spojnou čočkou podle obr. 33. Na matnici M je ostrý obraz zdroje. Vzdálenost zdroje od čočky je a , vzdálenost matnice od čočky je a' .

a) Zakreslete polohu obrazu na matnici a popište, jak jste tuto polohu určili.

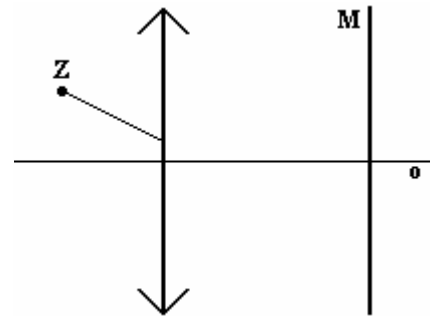
b) Zakreslete pokračování paprsku vyznačeného na obrázku za čočkou a zdůvodněte.

c) Do jaké jiné vzdálenosti a_2 ($a_2 \neq a$) od zdroje je možné posunout čočku tak, aby byl obraz na matnici také ostrý? Zdrojem ani matnicí přitom nepohneme. Zdůvodněte.

d) Jaká je ohnisková vzdálenost dané spojky?

e) Těsně za spojku postavíme kolmo na osu zrcadlo. Kde vznikne obraz? Bude skutečný nebo zdánlivý? Určete optickou mohutnost vzniklé soustavy v porovnání s optickou mohutností původní čočky.

f) Danou spojku ponoříme do kapaliny a zjistíme, že se chová jako rozptylka. Jaké vlastnosti by musela mít taková kapalina?



obr. 33

$$V: f = \frac{aa'}{a+a'}; \text{obraz vznikne ve vzdálenosti } \frac{af}{2a-f} \text{ před čočkou; } \varphi' = 2\varphi; n_{\text{kapaliny}} > n_{\text{čočky}}$$

17. Práce, vnitřní energie, teplo, kalorimetrická rovnice, termodynamické zákony

17.1 Ocelová kulička o hmotnosti m padá volným pádem z výšky h_1 a po odrazu od vodorovné podložky vystoupí do výšky h_2 ($h_2 < h_1$).

a) Jak se při odrazu změní vnitřní energie kuličky a podložky?

b) Jaká bude velikost rychlosti kuličky při dopadu a po odrazu?

c) Jak se změní teplota kuličky při odrazu za předpokladu, že $\frac{2}{3}$ mechanické energie, která způsobí změnu vnitřní energie kuličky a podložky, přijme kulička?

Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty $m = 20 \text{ g}$, $h_1 = 1 \text{ m}$, $h_2 = 0,81 \text{ m}$, $c = 450 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ a $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Odpor vzduchu zanedbejte.

$$V: 3,73 \cdot 10^{-2} \text{ J}; 4,4 \text{ m.s}^{-1}; 4,0 \text{ m.s}^{-1}; 0,003 \text{ K}$$

17.2 V kalorimetru je voda o hmotnosti 100 g a teplotě 21 °C. Po přidání vody o hmotnosti 20 g a teplotě 96 °C se teplota vody ustálí na 33 °C. Jakou tepelnou kapacitu má kalorimetr s příslušenstvím?

$$V: 21 \text{ J.K}^{-1}$$

17.3 Do tavicí pece jsme vložili platinovou kouli o hmotnosti 100 g. Hned po vytažení z pece jsme ji dali do mosazného kalorimetru o hmotnosti 200 g obsahujícího 1 kg vody teploty 283 K. Určete teplotu pece, jestliže se teplota koule po jejím vložení do vody ustálila na 287 K. Měrná tepelná kapacita platiny je $133 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita mosazi $384 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

$$V: 1573 \text{ K}$$

17.4 Hmotnost vnitřní hliníkové nádoby elektrického kalorimetru je m . V nádobě je kapalina o hmotnosti m_k . Jestliže je kalorimetr připojen ke zdroji napětí U a topnou spirálou prochází proud I po dobu τ , pak se teplota soustavy zvýší o Δt . Spirála má účinnost η , hliník měrnou tepelnou kapacitu c . Určete měrnou tepelnou kapacitu c_k kapaliny. Tepelnou kapacitu ostatních součástí kalorimetru zanedbejte.

Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $m = 100 \text{ g}$, $m_k = 2 \text{ kg}$, $U = 220 \text{ V}$, $I = 1,5 \text{ A}$, $\tau = 920 \text{ s}$, $\eta = 0,8$, $c = 896 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\Delta t = 50 \text{ °C}$.

17.5 Transformátor chlazený olejem transformuje výkon 10 MW s účinností 98 %. Určete teplotu oleje na výstupu z transformátoru, jestliže jeho vstupní teplota je 18 °C. Olej má hustotu 960 kg.m⁻³, měrnou tepelnou kapacitu 2,09 kJ.kg⁻¹.K⁻¹ a objemový tok oleje pláštěm transformátoru je 2,1 l.s⁻¹.

V: 65 °C

17.6 Určete objem vody (v litrech) o teplotě 90 °C, kterou můžeme za čas 1 min odebrat z elektrického ohříváče vody, je-li jeho příkon 2 kW a účinnost 85 %. Do ohříváče vtéká voda o teplotě 15 °C. Voda má měrnou tepelnou kapacitu 4,2 kJ.kg⁻¹.K⁻¹ a hustotu 1000 kg.m⁻³.

V: 0,32 l

17.7 Automobil jede stálou rychlostí o velikosti 120 km.h⁻¹ a je poháněn motorem o výkonu 20 kW. Vypočítejte účinnost motoru, jestliže na 100 km spotřebuje benzín o objemu 8 l o výhřevnosti 4,2.10⁷ J.kg⁻¹ a hustotě 720 kg.m⁻³.

V: 25 %

17.8 Měděná tyč délky 15 cm je připojena k ocelové tyči stejného průřezu a délky 8 cm. Volný konec měděné tyče udržujeme na stálé teplotě 150 °C, konec ocelové tyče na teplotě 20 °C. Určete teplotu na stykové ploše obou tyčí, předpokládáme-li že je zabráněno tepelným ztrátám do okolí. Součinitel tepelné vodivosti mědi je 395 W.m⁻¹.K⁻¹, součinitel tepelné vodivosti oceli je 50 W.m⁻¹.K⁻¹.

V: 125 °C

17.9 Carnotův stroj pracuje s účinností 40 %. Jak se má změnit teplota ohříváče, aby účinnost stroje vzrostla na 50 %? Teplota chladiče zůstává stálá: 9 °C.

V: 94 K

17.10 Ideální chladicí stroj, pracující podle vratného Carnotova cyklu, předává teplo z chladiče s vodou o teplotě 0 °C ohříváči obsahujícímu vodu o teplotě 100 °C. Jak velké množství vody je třeba zmrazit v chladiči, aby se v ohříváči změnil 1 kg vody v páru téže teploty?

V: 4,95 kg

18. Struktura a vlastnosti plynů

18.1 Vzduchová bublina o poloměru 5 mm stoupá ode dna jezera hlubokého 20 m. Teplota u dna je 7 °C a při hladině 27 °C. Atmosférický tlak je 10⁵ Pa. Jaký bude poloměr bubliny, až dospěje k hladině?

V: 7,4 mm

18.2 V nádobě o objemu V_1 byl uzavřen ideální plyn, jehož tlak byl p_1 a teplota t_1 . Po zahřátí měl plyn teplotu t_2 , původní objem V_1 a tlak p_2 . Za určitou dobu, po kterou byla teplota udržována na hodnotě t_2 se zjistilo, že tlak poklesl o δp , přičemž objem se nezměnil, únikem určitého počtu molekul z nádoby. Určete, kolik procent molekul z nádoby uniklo. Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty: $t_1 = 27$ °C, $t_2 = 87$ °C, $p_1 = 10^5$ Pa, $\delta p = 3.10^3$ Pa.

V: 2,5 %

18.3 Uprostřed válce hermeticky uzavřeného z obou stran a připevněného pod úhlem 30° k horizontální rovině je píst o hmotnosti 1 kg. Obsah podstavy pístu je 10 cm². Pod pístem i nad ním je vzduch o stejném počátečním tlaku 1,5.10⁴ Pa. S jakým počátečním zrychlením se bude pohybovat píst, jestliže ho nejprve pomalu zvedneme tak, aby se objem pod ním zvětšil 1,5krát a pak jej pustíme.

V: 25 m.s⁻²

18.4 Do jaké hloubky je třeba ponořit do vody tenkostěnnou kádinku obrácenou dnem vzhůru, aby se „utopila“, tj. klesla ke dnu? Hmotnost kádinky je 100 g, její objem 200 ml a atmosférický tlak 10⁵ Pa.

V: 10,2 m

18.5 K lovu velryb a jiných mořských živočichů lze použít vzduchové harpunové pušky, v jejímž válci je vzduch pod velkým tlakem. Uvažujte takovou pušku s délkou hlavně 1,5 m ráže 2,54 cm. Nad hladinou je harpuna o hmotnosti 2 kg vymrštna z hlavně rychlostí o velikosti 25 m.s⁻¹. V jaké největší hloubce pod mořskou hladinou může potápěč z této pušky ještě vystřelit? Pohyb harpuny v hlavni považujte za rovnoměrně zrychlený.

18.6 Obal balónu o objemu 1000 m^3 má včetně koše (ale bez užitečné zátěže a plynné náplně) hmotnost 350 kg . Balón je naplněn heliem, jehož tlak je $62,4 \text{ kPa}$ a teplota $-23 \text{ }^\circ\text{C}$. Vypočítejte hmotnost užitečné zátěže balónu v případě, že se balón ve vzduchu právě vznáší. Vnější vzduch má stejný tlak a teplotu jako helium v balónu. Molární hmotnost helia je $4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, molární hmotnost vzduchu je $29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

V: 400 kg

18.7 Jakou hmotnost musí mít těleso tvaru koule o poloměru jeden metr, aby se mohlo vznášet v atmosféře Venuše? V atmosféře této planety převažuje CO_2 , tlak v blízkosti povrchu planety je 9 MPa , teplota $527 \text{ }^\circ\text{C}$. Gravitační pole v blízkosti povrchu planety považujte za homogenní, CO_2 v atmosféře Venuše za ideální plyn.

V: 249 kg

18.8 Počáteční stav ideálního plynu je dán veličinami p_1 , V_1 , T_1 . V plynu probíhá cyklický děj podle obr. 34, přičemž $p_2 = 2p_1$ a $V_2 = 3V_1$.

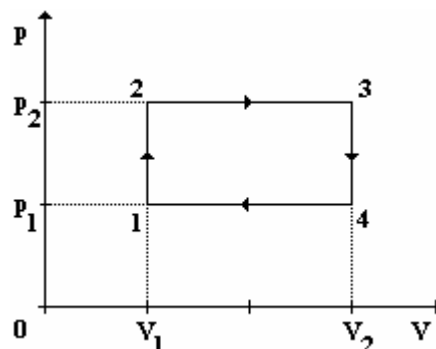
a) Charakterizujte jednotlivé části cyklu (druh děje, konání práce).

b) Nakreslete graf cyklu ve VT diagramu.

c) Nakreslete graf cyklu v pT diagramu.

d) Určete celkovou práci, kterou plyn vykoná během jednoho cyklu.

V: teploty v grafech: $T_2 = 2T_1$; $T_3 = 6T_1$; $T_4 = 3T_1$; $W = 2V_1p_1$



obr. 34

18.9 Ideální plyn o látkovém množství 2 mol , změnil svou teplotu z $0 \text{ }^\circ\text{C}$ na $100 \text{ }^\circ\text{C}$.

a) Určete změnu jeho vnitřní energie. Je nutné vědět, jak se při uvedeném ději mění objem a tlak plynu?

b) Předpokládejte, že změna proběhla při konstantním objemu. Jakou práci plyn vykoná? Jaké teplo plyn přijal?

c) Předpokládejte, že změna proběhla při konstantním tlaku. Jakou práci plyn vykoná? Jaké teplo plyn přijal?

d) Určete molární teplo C_{mV} při stálém objemu.

V: $2,5 \text{ kJ}$; 0 J ; $2,5 \text{ kJ}$; 1662 J ; $4,16 \text{ kJ}$; $12,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

19. Struktura a vlastnosti pevných látek

19.1 Určete velikost celkového prodloužení železného drátu, které je způsobeno jeho vlastní tíhou. Drát má konstantní průřez a je dlouhý 100 m , jeho hustota je $7,8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, modul pružnosti v tahu je $2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$.

V: $3,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

19.2 Na gumové vlákno délky 50 cm zavěsíme závaží. Vlákno se tak prodlouží na 51 cm . Určete, jaká je délka tohoto vlákna, koná-li na něm zavěšené závaží kónické kmity. Úhel, který přitom svírá vlákno se svislým směrem je 60° .

V: 52 cm

19.3 Tuhá vodorovná zavěšená tyč všude stejného průřezu délky $1,2 \text{ m}$ a hmotnosti 60 kg je nesena dvěma dráty - ocelovým a měděným. Oba dráty jsou stejně dlouhé a mají stejný průřez. Měděný drát je připojen k jednomu konci tyče a ocelový drát je připojen v takové vzdálenosti x od tohoto konce, že oba dráty jsou protaženy o stejnou délku. Určete velikost sil, jimiž působí tyč na jednotlivé dráty, a vzdálenost x . Modul pružnosti oceli v tahu je 220 GPa , modul pružnosti mědi v tahu je 120 GPa .

V: 208 N ; 380 N ; $0,93 \text{ m}$

19.4 Ocelovou tyč o průřezu 2 cm^2 zahřejeme z teploty $0 \text{ }^\circ\text{C}$ na teplotu $50 \text{ }^\circ\text{C}$ a potom ji prudce ochladíme na původní teplotu. Určete, jakou nejmenší silou působící ve směru osy tyče je třeba působit na tyč, aby se při ochlazení nezkrátila. Předpokládejte, že se modul pružnosti $21 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ s teplotou nemění. Součinitel délkové teplotní roztažnosti oceli je $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

V: $25,2 \text{ kN}$

19.5 Vypočítejte hmotnost měděné součástky, která má při teplotě 670 K objem 1 dm^3 . Hustota mědi při teplotě 273 K je $8900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, součinitel délkové teplotní roztažnosti mědi je $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

V: $8,7 \text{ kg}$

19.6 Mosazné kyvadlo kývá při teplotě $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ s periodou 1 s . Jak se změní jeho perioda, zvýší-li se teplota okolí na $25\text{ }^{\circ}\text{C}$? Jak by se změnil chod hodin s tímto kyvadlem za 24 hodin? Součinitel délkové teplotní roztažnosti mosazi je $19 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$.

V: $0,14\text{ ms}$; zpozdí se o $12,3\text{ s}$

19.7 Rozdíl délek Δl dvou homogenních tyčí z různých materiálů je při kterékoliv teplotě stálý. Určete délku tyčí při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, znáte-li součinitel teplotní délkové roztažnosti materiálů tyčí α_1 a α_2 . Řešte nejdříve obecně, potom pro tyč měděnou ($\alpha_1 = 1,7 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$) a ocelovou ($\alpha_2 = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$), je-li rozdíl jejich délek $\Delta l = 10\text{ cm}$. Předpokládáme, že změna délky každé tyče je lineární funkcí teploty.

V: $0,24\text{ m}$; $0,34\text{ m}$

20. Struktura a vlastnosti kapalin

20.1 Vypočítejte změnu povrchové energie při spojení drobných vodních kapek o poloměru $0,002\text{ mm}$ v jednu velkou kapku o poloměru 2 mm . Povrchové napětí vody ve styku se vzduchem je $73 \cdot 10^{-3}\text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$.

V: $3,7\text{ mJ}$

20.2 Kapka rtuti vznikla slitím dvou kapek stejného průměru $1,0\text{ mm}$ a stejné počáteční teploty $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Určete přírůstek teploty kapky, předpokládáme-li, že děj probíhal adiabaticky. Při uvedené teplotě je povrchové napětí rtuti ve styku se vzduchem $491 \cdot 10^{-3}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, měrná tepelná kapacita rtuti je $0,14\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ a hustota rtuti je $13600\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

V: $0,32\text{ mK}$

20.3 Jaký tlak má vzduch v kulové bublině o průměru 10^{-6} m v hloubce 5 m pod volnou hladinou vody, je-li atmosférický tlak 10^5 Pa a povrchové napětí vody ve styku se vzduchem $73 \cdot 10^{-3}\text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$?

V: $0,44\text{ MPa}$

20.4 Do kapiláry s vnitřním průměrem 2 mm v horizontální poloze je vpraven sloupec vody dlouhý 10 cm . Jaké množství vody z kapiláry vyteče, jestliže ji svisle postavíme? Povrchové napětí vody ve styku se vzduchem je $73 \cdot 10^{-3}\text{ J}\cdot\text{m}^{-2}$.

V: $0,26\text{ g}$

20.5 Skleněná kapilára o vnitřním průměru d a délce l je na jednom konci zatavena. Druhým koncem je zasunuta do nádoby s vodou tak, že její podélná osa je svislá a povrchy vody vně i uvnitř kapiláry jsou ve stejné výšce. Přitom je pod vodou část kapiláry o výšce h . Jak velké je povrchové napětí vody vzhledem ke vzduchu? Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty: $d = 0,2\text{ mm}$, $l = 0,2\text{ m}$, $h = 2,9\text{ mm}$. Atmosférický tlak je 10^5 Pa .

V: $73,6 \cdot 10^{-3}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

20.6 Pavel zůstal „po škole“ ve fyzikální laboratoři a z dlouhé chvíle si vymyslel následující pokus. Na stole našel kapilární trubici, kterou držel ve svislé poloze a pomalu ponořil do umyvadla s vodou tak, že nad hladinou vyčnívala část trubice o délce $l = 20\text{ cm}$. Voda v trubici vyšplhala do výšky $\frac{l}{2} = 10\text{ cm}$. Potom horní konec kapiláry těsně ucpal žvýkačkou a ponořoval celou trubici do vody tak dlouho, dokud hladina vody v kapiláře neklesla na úroveň hladiny vody v umyvadle. Učitel fyziky, který se právě v té chvíli vrátil, Pavla pochválil, odečetl na barometru tlak vzduchu $p_0 = 10^5\text{ Pa}$ a zeptal se, zda by Pavel bez dalšího měření dokázal říci, jak dlouhá je část trubice vyčnívající na konci pokusu nad hladinu. Pavel se nedal zaskočit, chvíli počítal a potom nahlásil správný výsledek. Jaká byla Pavlova odpověď?

V: $9,9\text{ cm}$

20.7 Klimatizační zařízení má do budovy dodat objem 10000 m^3 vzduchu o teplotě $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ a relativní vlhkosti 50% . Zařízení přitom nasává vzduch přímo z ulice, kde je jeho teplota $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ a relativní vlhkost 60% . Jaké množství vody se musí dodatečně vypařit do nasávaného vzduchu? Tlak nasycených par při teplotě $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $2,1 \cdot 10^3\text{ Pa}$, při teplotě $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $1,2 \cdot 10^3\text{ Pa}$.

V: 23 kg

20.8 Válcová ocelová nádoba je naplněna rtutí, jejíž objem při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ je 10^{-5} m^3 . Aby výška hladiny rtuti byla stálá při změnách teploty, je do rtuti ponořeno tělísko z materiálu, jehož teplotní roztažnost je zanedbatelná. Určete objem tohoto tělíska. Součinitel délkové teplotní roztažnosti oceli je $1,8 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, součinitel objemové teplotní roztažnosti rtuti je $1,8 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}$.

20.9 Prázdná skleněná nádoba má hmotnost m_1 , naplněná rtutí při teplotě t_1 má hmotnost m_2 . Zahřejeme-li nádobu na teplotu t_2 ($t_1 < t_2$), část rtuti vyteče a nádoba se zbylou rtutí má hmotnost m_3 . Určete teplotní součinitel objemové roztažnosti β rtuti. Teplotní součinitel délkové roztažnosti skla je α .

$$V: \beta = \frac{m_2 - m_3}{m_3 - m_1} \cdot \frac{1}{t_1 - t_2} + 3\alpha \frac{m_2 - m_1}{m_3 - m_1}$$

21. Změny skupenství

21.1 Led o hmotnosti 1 kg a teplotě 0°C vhodíme do kalorimetru, v němž je voda o hmotnosti 0,5 kg a teplotě 50°C . Popište soustavu po dosažení rovnovážného stavu. Jaká je teplota rovnovážného stavu? Tepelné ztráty do okolí zanedbejte.

V: roztaje 0,31 kg ledu; 0°C

21.2 V kalorimetru s vodou o tepelné kapacitě $120 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ je v rovnovážném stavu voda o hmotnosti 500 g a led o hmotnosti 10 g. Do kalorimetru položíme měděný váleček o hmotnosti 100 g a teplotě 300°C . Jaká bude výsledná teplota po opětovném vytvoření rovnovážného stavu? Měrná tepelná kapacita mědi je $383 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

V: $3,5^\circ\text{C}$

21.3 Hokejista jede po ledě jen po jedné brusli. Led, který má hustotu $0,9 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, pod bruslí taje do hloubky 0,03 mm. Nůž brusle je široký 2 mm. Měrné skupenské teplo tání ledu je $3,3 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Spočítejte velikost třecí síly mezi bruslí a ledem. Tepelnou vodivost ledu zanedbejte.

V: 17,82 N

21.4 Olověná střela narazila na pancéřovou stěnu rychlostí $400 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Předpokládáme, že náraz byl dokonale nepružný a že při něm střela neodevzdala žádnou energii okolí. Zjistěte, zda se střela při nárazu roztaví zcela, zčásti nebo zda zůstane v pevném skupenství. Počáteční teplota střely před nárazem byla 50°C , teplota tání olova je 327°C , měrná tepelná kapacita olova je $129 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání olova je $22 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

V: střela se zcela roztaví

21.5 V elektrické peci o účinnosti 70 % byl roztaven kovový šrot o hmotnosti 7 tun. Určete energii v MW.h odebranou při tomto tavení z elektrické sítě. Počáteční teplota šrotu byla $t_1 = 20^\circ\text{C}$ a tání probíhalo při teplotě $t_2 = 1500^\circ\text{C}$. Měrná tepelná kapacita kovu je $c = 452 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ a měrné skupenské teplo tání kovu je $l_1 = 290 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

V: 2,66 MW.h

21.6 Železný meteoroid vletne do atmosféry Země při teplotě blízké 0 K. Určete minimální velikost jeho počáteční rychlosti, jestliže se v atmosféře zcela vypaří. Teplota tání železa je 1500°C , teplota varu železa 3000°C , měrná tepelná kapacita pevného železa $460 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita kapalného železa $830 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání $2,7 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ a měrné skupenské teplo varu železa $5,8 \cdot 10^4 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Hodnoty zadaných fyzikálních veličin jsou průměrné pro podmínky, v nichž jsou použity. Neuvažujte změny potenciální tíhové energie meteoroidu během dějů.

V: $2185 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

21.7 Vodu o objemu V a teplotě t_1 začneme v kovové nádobě tepelné kapacity K zahřívat na elektrickém vaříči. Za dobu τ začne voda vřít při teplotě t_2 . Vaříč má účinnost η . Tepelné ztráty z nádoby do okolí a odpar během ohřevu zanedbáváme. Měrné skupenské teplo varu vody je l , měrná tepelná kapacita vody c , hustota ρ .

- Jaké teplo je potřebné k ohřátí vody na její teplotu varu?
- Jaké teplo je potřebné k ohřátí nádoby na teplotu varu vody?
- Jaké teplo je třeba k vypaření veškeré vody po jejím ohřátí na teplotu varu, je-li přívod energie stálý?
- Jaký má vaříč tepelný výkon?
- Jaké procentuální nepřesnosti se dopustíme při výpočtu tepelného výkonu, jestliže neuvažujeme tepelnou kapacitu nádoby?
- Za jakou dobu od začátku varu se všechna voda vypaří?
- Jaký je elektrický příkon vaříče?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $V = 31$, $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $\tau = 8\text{ min}$, $t_2 = 100\text{ }^\circ\text{C}$, $\eta = 0,8$,
 $l = 2,26\text{ MJ.kg}^{-1}$, $c = 4,19\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\rho = 1000\text{ kg.m}^{-3}$, $K = 115\text{ J.K}^{-1}$.

V: 1005,6 kJ ; 9,2 kJ ; 6,78 MJ ; 2,11 kW ; 0,91 %; 53,45 min ; 2,64 kW

22. Speciální teorie relativity

22.1 Student vyřešil určitý matematický úkol na Zemi za 10 min . Za jakou dobu by vyřešil tento úkol týž student na kosmické lodi pohybující se vzhledem k Zemi rychlostí o velikosti $0,97c$? Jak dlouho řešil tuto úlohu student na kosmické lodi z hlediska pozorovatele na Zemi?

V: 10 min ; 41,1 min

22.2 Kosmická loď se vzdaluje od Země rychlostí o velikosti 300 m.s^{-1} . Jak dlouho bude trvat, než rozdíl času hodin na Zemi a na kosmické lodi bude podle pozorovatele na Zemi jedna sekunda?

V: $1,99 \cdot 10^{12}\text{ s} \approx 63376\text{ let}$

22.3 Jaderný fyzik chce umístit detektor částic v takové vzdálenosti od zdroje částic, aby se většina z nich rozpadla právě v tomto místě. Částice se pohybují rychlostí o velikosti $0,99c$ a střední doba jejich života měřená v klidové soustavě je $1,0 \cdot 10^{-10}\text{ s}$. V jaké vzdálenosti od zdroje částic je třeba umístit detektor?

V: 21 cm

22.4 Kosmická loď se vzdaluje od Země rychlostí, při níž relativistické zkrácení její vlastní délky je vzhledem k pozorovateli na Zemi 5%. Na kosmické lodi probíhá určitý děj trvajícím podle palubních hodin 10 min . Jak dlouho trvá tento děj z hlediska pozorovatele na Zemi?

V: 10 min 31 s

22.5 Kosmická loď vzdalující se od Země rychlostí o velikosti 225000 km.s^{-1} má na palubě urychlovač, který urychluje elektrony na rychlost o velikosti 240000 km.s^{-1} (vzhledem k lodi). Jaká je velikost rychlosti těchto elektronů vzhledem k Zemi, jestliže se pohybují ve a) směru kosmické lodi, b) proti směru pohybu lodi.

V: 291000 km.s^{-1} ; -37500 km.s^{-1}

22.6 Z kosmické lodi pohybující se vzhledem k Zemi rychlostí o velikosti $0,8c$ byla ve směru jejího pohybu vypuštěna raketa pohybující se rychlostí o velikosti $0,6c$ (vzhledem k lodi). Vlastní délka rakety je 10 m . Jaká je délka této rakety a) z hlediska pozorovatele v kosmické lodi, b) z hlediska pozorovatele na Zemi?

V: 8 m ; 3,24 m

22.7 Led o teplotě $0\text{ }^\circ\text{C}$ a hmotnosti 1 kg se táním přeměnil na vodu téže teploty. Určete rozdíl mezi hmotností vody a hmotností ledu. Měrné skupenské teplo tání ledu je 334 kJ.kg^{-1} .

V: $3,71 \cdot 10^{-12}\text{ kg}$

22.8 Pohybující se částice má v laboratorní soustavě střední dobu života $1,76 \cdot 10^{-5}\text{ s}$ a kinetickou energii $7m_0c^2$. Určete střední dobu života částice v její klidové soustavě.

V: $2,2 \cdot 10^{-6}\text{ s}$

23. Atomová fyzika

23.1 Práh viditelnosti závisí na vlnové délce. Zelené světlo o vlnové délce $5,1 \cdot 10^{-7}\text{ m}$ je viditelné, jestliže na sítnici oka dopadá výkon $2,93 \cdot 10^{-17}\text{ W}$. Určete práh viditelnosti počtem fotonů, které dopadnou na sítnici oka za 1 s .

V: 75

23.2 Mezní vlnová délka pro wolfram je $2,75 \cdot 10^{-7}\text{ m}$. Určete výstupní práci elektronu z wolframu. Jaká bude velikost maximální rychlosti a maximální energie fotoelektronů uvolněných z wolframu, má-li dopadající záření vlnovou délku $1,8 \cdot 10^{-7}\text{ m}$?

V: $7,23 \cdot 10^{-19}\text{ J}$; $9,2 \cdot 10^5\text{ m.s}^{-1}$; $3,8 \cdot 10^{-19}\text{ J}$

23.3 Foton rentgenového záření s frekvencí $1,5 \cdot 10^{19}\text{ Hz}$ bude mít po srážce s elektronem frekvenci $1,2 \cdot 10^{19}\text{ Hz}$. Jakou bude mít elektron energii po srážce?

V: $8,39 \cdot 10^{-14}\text{ J}$

23.4 Určete energii, hybnost a hmotnost fotonu γ - záření s vlnovou délkou 1 pm .

$$V: 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ J}; 6,62 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}; 2,21 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

23.5 Elektron v atomu vodíku vyzářil foton s vlnovou délkou 97 nm při přeskočení na základní energetickou hladinu. Na jaké hladině se elektron nacházel původně? Do jaké série tento přeskok patří?

V: na čtvrté; Lymanova série

24. Jaderná fyzika

24.1 Jaké množství energie lze získat rozštěpením všech jader obsažených v 1 kg uranu $^{235}_{92}\text{U}$? Jaké množství černého uhlí o výhřevnosti $3 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ je třeba spálit k získání téže energie? Rozštěpením jednoho jádra se uvolní energie zhruba 200 MeV.

$$V: 8,2 \cdot 10^{13} \text{ J} = 2,3 \cdot 10^7 \text{ kW} \cdot \text{h}; 2700 \text{ t}$$

24.2 Konečným produktem radioaktivního rozpadu $^{232}_{90}\text{Th}$ je izotop $^{208}_{82}\text{Pb}$. Vypočítejte, kolik částic α a kolik částic β se uvolní při tomto rozpadu.

$$V: 6; 4$$

24.3 Jak se změní radioaktivita vzorku radionuklidu za dobu rovnou desetinasobku poločasu rozpadu?

V: klesne 1024krát

24.4 Určete přeměnovou konstantu radionuklidu $^{55}_{27}\text{Co}$, jestliže se počet jeho atomů zmenší za hodinu o 3,8 %. Jaký je jeho poločas rozpadu?

$$V: 1,08 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}; 17,89 \text{ h}$$

24.5 Při určování stáří pohřebního člunu z hrobu faraóna Sesostrita III. bylo zjištěno, že koncentrace $^{14}_6\text{C}$ ve dřevě, z něhož byl člun vyroben, je $0,645 N_0$, kde N_0 je koncentrace tohoto radionuklidu v živých organismech. Určete stáří pohřebního člunu. Poločas přeměny $^{14}_6\text{C}$ je 5730 let.

$$V: 3625 \text{ let}$$

24.6 Do kalorimetru s tepelnou kapacitou $100 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ byl umístěn vzorek radioaktivního izotopu kobaltu $^{61}_{27}\text{Co}$ o hmotnosti 10 gramů. Při rozpadu jednoho jádra kobaltu se uvolní energie $2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Za dobu 50 minut se teplota kalorimetru zvýšila o 60°C . Jaký je poločas rozpadu radioaktivního kobaltu? Předpokládejme, že na počátku byla všechna atomová jádra ve vzorku radioaktivní.

$$V: 95 \text{ minut}$$

25. Zákony zachování ve fyzice

25.1 Náboj o hmotnosti 30 kg opustí hlaveň děla rychlostí $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Hlaveň děla o hmotnosti 1200 kg se posune při výstřelu o vzdálenost 0,8 m. Vypočítejte maximální zpětnou rychlost hlavně, průměrnou brzdící sílu a mechanickou energii, která se promění v teplo.

$$V: 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; 168,75 \text{ kN}; 135 \text{ kJ}$$

25.2 Na velké zamrzlé kaluži se klouzáním bavili dva chlapci - Petr a Pavel. Najednou se oba srazili právě uprostřed kaluže a přitom se napevno spojili. Petr s hmotností m_1 se pohyboval před srážkou severním směrem rychlostí \vec{v}_1 a Pavel o hmotnosti m_2 se pohyboval východním směrem rychlostí \vec{v}_2 .

a) Určete složku rychlosti \vec{v}_s spojených chlapců v severním směru.

b) Určete složku rychlosti \vec{v}_v spojených chlapců ve východním směru.

c) Určete velikost výsledné rychlosti v spojených chlapců.

d) Určete směr výsledné rychlosti spojených chlapců, tj. určete azimut φ tohoto směru (odklon daného směru od směru severního).

e) Určete kinetické energie E_1 a E_2 chlapců před srážkou a jejich kinetickou energii po srážce.

f) Objasněte změnu kinetické celkové kinetické energie při srážce.

Úlohu řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty: $m_1 = 30 \text{ kg}$, $m_2 = 40 \text{ kg}$, $v_1 = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Předpokládejte, že při srážce nedošlo k rotačním pohybům. Tření a odpor vzduchu jsou zanedbatelně malé.

$$V: 2,57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; 2,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; 3,84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; 48^\circ; 540 \text{ J}; 500 \text{ J}; 517 \text{ J}$$

25.3 Střela o hmotnosti 4 g vletí do balistického kyvadla vodorovně rychlostí o velikosti $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Kyvadlo má hmotnost 1 kg a tloušťku 25 cm. Střela jím proletí a vystoupí na opačné straně kyvadla s rychlostí o velikosti $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete velikost síly, která střelu v kyvadle brzdí a výšku, do které kyvadlo vystoupí.

25.4 Dřevěný hranol o hmotnosti 3 kg leží na vodorovné podložce. Je zasažen střelou o hmotnosti 5 g pohybující se vodorovně. Střela v hranolu zůstane. Hranol se posune po podložce o vzdálenost 25 cm, koeficient smykového tření mezi hranolem a podložkou je 0,2. Určete velikost rychlosti střely.

$$V: 600 \text{ m.s}^{-1}$$

25.5 Malý vozík o hmotnosti m sjíždí bez tření po dráze zakončené válcovou plochou o poloměru r (viz obr. 35). Z jaké výšky h musí vozík sjíždět, aby projel celou kruhovou smyčku této válcové plochy? Při řešení

a) moment setrvačnosti koleček vozíku zanedbejte,

b) moment setrvačnosti 4 koleček vozíku, z nichž každé má tvar homogenního válce o hmotnosti m_k , do výpočtu zahrňte.

$$V: h = \frac{5}{2}r; h = \frac{5}{2}r + \frac{m_k}{m}r$$

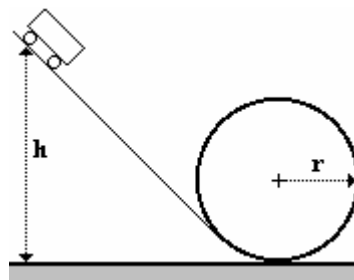
25.6 Těleso o hmotnosti m dopadlo z výšky h na misku pružinových vah, jejichž pružina má tuhost k (viz obr. 36). Po dopadu tělesa se miska vah rozkmitala. Určete s jakou amplitudou budou váhy kmitat. Hmotnost misky a pružiny je zanedbatelná ve srovnání s hmotností tělesa.

$$V: y_m = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}}$$

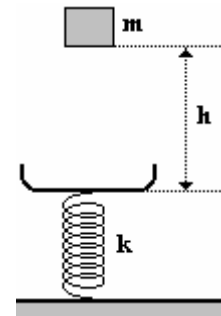
25.7 Určete mechanickou energii proudové stíhačky o hmotnosti 15 t letící ve výšce 10 km rychlostí o velikosti 1200 km.h^{-1} . Jaká je hmotnost paliva o výhřevnosti $4,19 \cdot 10^7 \text{ J.kg}^{-1}$, které bylo spotřebováno k dosažení této energie při účinnosti motoru 4 %?

$$V: 2,39 \cdot 10^9 \text{ J}; 1426 \text{ kg}$$

25.8 Dvě olověné koule o hmotnostech m a $2m$ se pohybují proti sobě rychlostmi \vec{v} a $-\vec{v}$ tak, že jejich středy leží stále na téže přímce. Jaká musí být velikost rychlosti v koulí, aby se po dokonale nepružném rázu zvýšila jejich teplota o ΔT ? Předpokládáme, že koule tvoří tepelně izolovanou soustavu. Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty: $m = 2 \text{ kg}$, $\Delta T = 0,1 \text{ K}$, $c = 130 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.



obr. 35



obr. 36

$$V: 5,4 \text{ m.s}^{-1}$$

25.9 Vypočtete vlnovou délku rentgenového záření, jestliže elektrony dopadající na anodu byly urychleny napětím 3 kV. Jak se změní nejkratší vlnová délka rentgenového záření, jestliže elektrony byly urychleny napětím 5krát větším?

$$V: 4,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}; \text{zmenší se 5krát}$$

25.10 Malé rovinné zrcadlo o hmotnosti m je zavěšené na vlákně délky l tak, že jeho rovina je svislá. Kolmo na rovinu zrcadla dopadá za velmi krátký čas laserový paprsek s energií E . Určete úhel, o který se odkloní vlákno od svislého směru. Hmotnost a pružnost vlákna jsou zanedbatelně malé. Třecí sílu v bodě upevnění vlákna a odporovou sílu vzduchu při pohybu vlákna a zrcadla zanedbejte také. Zrcadlo je dokonale odrazné. Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty $E = 300 \text{ J}$, $m = 30 \text{ mg}$, $l = 6 \text{ cm}$.

$$V: 5^\circ$$

25.11 Při srážce elektronu s pozitronem vzniknou dva fotony. Určete jejich úhrnnou energii, jestliže klidová hmotnost obou částic je $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ a obě částice se před srážkou pohybovaly rychlostí o velikosti $0,5c$. Jakými směry se pohybují dva vzniklé fotony? Jaká je vlnová délka elektromagnetického vlnění, jehož fotony vznikly při srážce?

$$V: 1,2 \text{ MeV}; \text{opačnými směry}; 1,04 \text{ pm}$$

25.12 Jakou práci je třeba vykonat, aby částice o klidové hmotnosti m_0 zvětšila velikost svojí rychlosti a) z nulové na velikost $0,9c$, b) z velikosti $0,9c$ na velikost $0,99c$?

$$V: 1,3m_0c^2; 4,8m_0c^2$$

25.13 Určete napětí potřebné k urychlení elektronu na rychlost $0,99c$.

$$V: 3,1 \text{ MV}$$

Zdroje a inspirace příkladů:

- [1] M. Kružík: „Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol“, SPN Praha 1969
- [2] učebnice „Fyzika pro gymnázia“ od vydavatelství Prometheus
- [3] příklady z přijímacích zkoušek na vysoké školy technického směru z minulých let
- [4] sbírky příkladů pro 1. ročník oboru UVVP MF na MFF UK
- [5] starší ročníky Fyzikální olympiády
- [6] časopis MFI
- [7] učitelé SPŠST (hlavně fyzikáři)
- [8] život a fantazie Jaroslava Reichla

Sbírka neprošla jazykovou úpravou. Za případné chyby se omlouvám a prosím na jejich upozornění.