Střední průmyslová škola sdělovací techniky
Panská 3
Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2001

Sbírka úloh

Sbírka úloh

z fyziky

určená studentům 1. ročníku technického lycea jako doplněk ke studiu fyziky

Jaroslav Reichl

OBSAH

1. Práce s grafy ***3***
2. Kinematika hmotného bodu ***4***
3. Dynamika hmotného bodu ***15***
4. Mechanická práce, energie, výkon ***21***
5. Gravitační pole ***25***
6. Mechanika tuhého tělesa ***29***
7. Mechanika kapalin a plynů ***37***

Hodnoty vybraných fyzikálních konstant

Nebude-li v zadání úlohy uvedeno jinak, používejte tyto konstanty:

velikost tíhového zrychlení: $9{,}81\ m.s^{-2}$
hustota vody: $1000\ kg.m^{-3}$
normální atmosférický tlak: $10^5\ Pa$

1. Práce s grafy

1.1 Na obr. 1 je zobrazen graf závislosti odrazivosti jehlic jehličnatých stromů na vlnové délce světla.

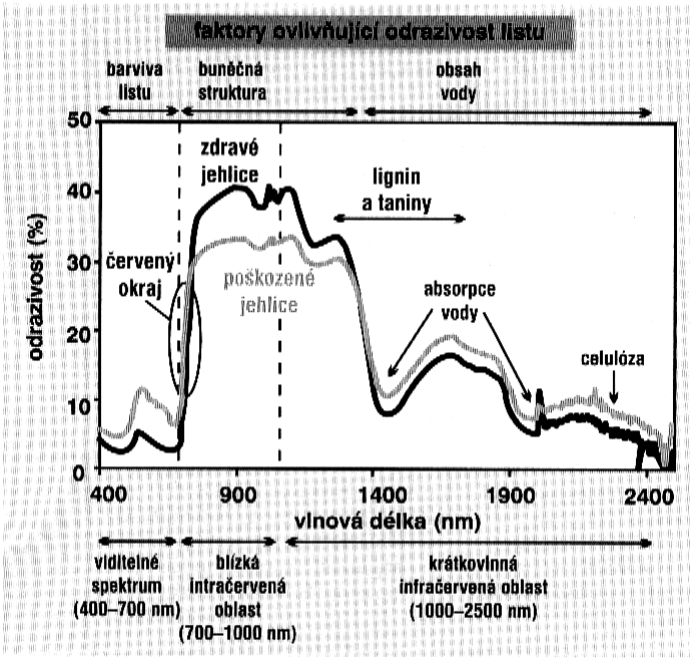
a) Pro které vlnové délky mají poškozené jehlice větší odrazivost než jehlice zdravé?

b) Je pro některé vlnové délky odrazivost zdravých i poškozených jehlic stejná? Pokud ano, pro které?

c) Popište slovně, k jakému jevu dochází u světla vlnové délky zhruba 700 *nm* .

d) Pro jaké vlnové délky je odrazivost jehlic ovlivněna zejména buněčnou strukturou jehlic?

e) Pro jaké světlo je odrazivost zdravých jehlic největší? A pro jaké světlo u poškozených? O kolik procent se maximální odrazivost zdravých a maximální odrazivost poškozených jehlic liší?



obr. 1

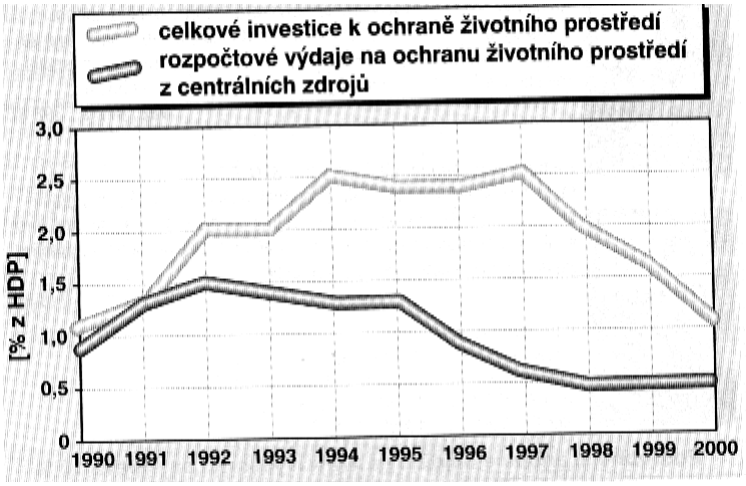
1.2 Na obr. 2 je zobrazeno, jaká část peněz z hrubého domácího produktu byla věnována v letech 1990 až 2000 na ochranu životního prostředí.

a) Ve kterém roce byla celková částka na ochranu životního prostředí nejvyšší? Ve kterém roce byla tato částka nejnižší?

b) Popište průběh rozpočtových výdajů na ochranu životního prostředí ve zkoumaném časovém období.

c) Od jakého roku začaly rozpočtové výdaje klesat? Ve kterém roce dosáhly tyto výdaje svého maxima?

d) Jak se měnily celkové investice od roku 1997?



obr. 2

e) Měnily se někdy podobným způsobem i rozpočtové výdaje? Pokud ano, v jakém časovém období?

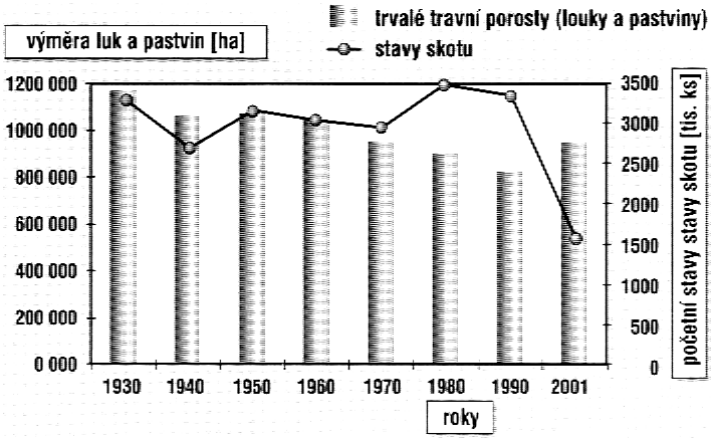
1.3 Graf na obr. 3 ukazuje vývoj výměry luk a pastvin a počtu skotu v letech 1930 až 2001.

a) Ve kterém roce ve sledovaném období byla výměra luk maximální a ve kterém minimální?

b) Ve kterém roce připadalo na jeden kus skotu největší plocha luk? Ve kterém nejméně?

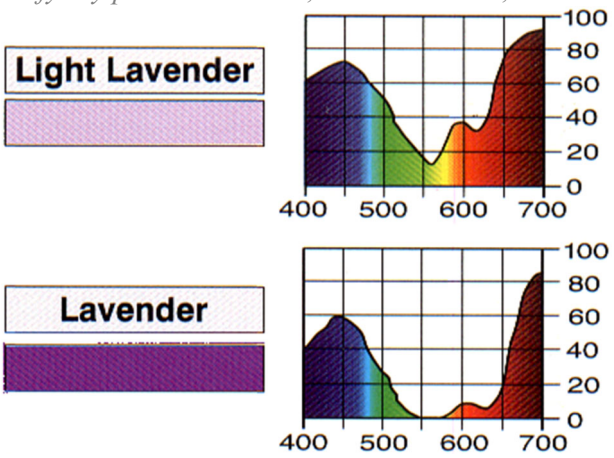
c) O kolik procent klesl resp. stoupl počet kusů skotu v roce 2001 oproti roku 1930?

d) Ve kterém období se měnila plocha luk i počet kusů skotu stejným směrem (tj. obě veličiny společně klesaly nebo obě společně stoupaly)?



obr. 3

1.4 Na obr. 4 je zobrazeno spektrální složení dvou barev - *Light Lavender* a *Lavender*.
a) Odhadněte, v jakých jednotkách jsou vynášeny osy zobrazených grafů. Zdůvodněte.
b) Pro každou ze dvou zobrazených výsledných barev určete, které barevné složky obsahuje nejvíce? Které nejméně?
c) O kolik procent méně (resp. více) modré základní barvy obsahuje barva *Light Lavender* oproti barvě *Lavender*?
d) Jaké základní barvy obsahuje *Ligth Lavender* méně než 20 %?
e) Jaké základní barvy obsahuje barva *Lavender* více jak 40 %?



obr. 4

2. ***Kinematika hmotného bodu***

2.1 Strašně spěchající motorista se snaží překonat kopec. Stoupání je dlouhé $3{,}5\ \mathrm{km}$, klesání také. Bohužel má staré auto, které při stoupání vyvine rychlost pouze $45\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Jak rychle musí jet dolů, aby udržel průměrnou rychlost $90\ \mathrm{km.h^{-1}}$?

V: původní záměr se mu už nepodaří

2.2 Jaká je velikost průměrné rychlosti pohybu automobilu v případě, že: a) první polovinu času svého pohybu se pohybuje rychlostí o velikosti $100\ \mathrm{km.h^{-1}}$ a druhou polovinu času rychlostí o velikosti $60\ \mathrm{km.h^{-1}}$; b) první polovinu své celkové dráhy se pohybuje rychlostí o velikosti $100\ \mathrm{km.h^{-1}}$ a druhou polovinu dráhy rychlostí o velikosti $60\ \mathrm{km.h^{-1}}$?

V: $80\ \mathrm{km.h^{-1}}$; $75\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.3 Auto jelo po dráze *s* průměrnou rychlostí $50\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Jakou průměrnou rychlostí musí jet v průběhu následujícího úseku délky *s*, aby výsledná průměrná rychlost (tj. průměrná rychlost v obou úsecích dohromady) byla $60\ \mathrm{km.h^{-1}}$?

V: $75\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.4 Automobil jel z Plzně do Frýdku - Místku. První tři hodiny jel stálou rychlostí $70\ \mathrm{km.h^{-1}}$, další tři hodiny stálou rychlostí $80\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Jak daleko je z Plzně do Frýdku - Místku? Jakou průměrnou rychlostí se automobil pohyboval?

V: 450 km; $75\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.5 Letadlo letělo z Prahy do Vídně rychlostí o velikostí $500\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Při cestě zpět dosáhlo vlivem špatného počasí rychlosti o velikosti $300\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Určete průměrnou rychlost letadla na trase Praha - Vídeň - Praha.

V: $375\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.6 Cyklista se pohybuje směrem do kopce rychlostí o velikosti $10\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Když dosáhne vrcholu kopce, obrátí se a absolvuje tu samou trasu z kopce dolů rychlostí o velikosti $40\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Jaká byla průměrná rychlosti cyklisty během cesty na kopec a zpět?

V: $16\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.7 Auto jelo tři čtvrtiny cesty stálou rychlostí o velikosti $90\ \mathrm{km.h^{-1}}$, zbytek cesty pak rychlostí o velikosti $60\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Jaká je průměrná rychlost pohybu automobilu?

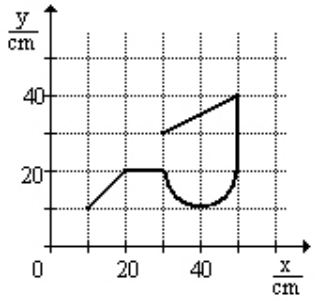
V: $80\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.8 Na obr. 5 je zaznamenána v soustavě kartézských souřadnic trajektorie mravence, který se pohyboval po desce stolu. Popište pohyb mravence a určete celkovou dráhu, kterou urazil. Jak daleko od místa startu pohybu svůj pohyb skončil?

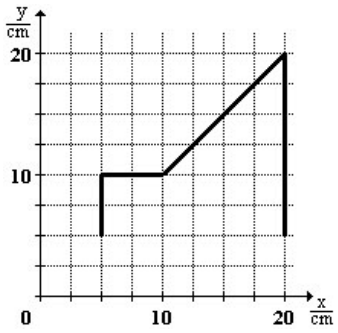
V: 97 cm; 28 cm

2.9 Na obr. 6 je zakreslena trajektorie hmotného bodu v kartézské soustavě souřadnic. Určete, jakou celkovou dráhu hmotný bod urazil a jak daleko skončil svůj pohyb od místa, v němž pohyb začínal.

V: 39 cm; 15 cm



obr. 5



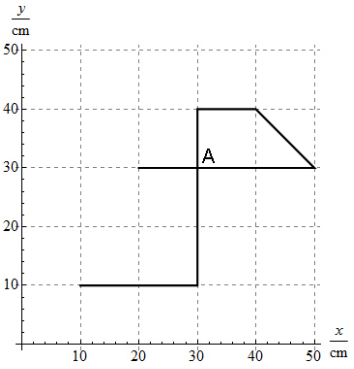
obr. 6

2.10 Na obr. 7 je zobrazena trajektorie pohybu mravence po svislé stěně místnosti. Popište detailně pohyb mravence na jednotlivých úsecích pohybu. Jakou celkovou dráhu mravenec urazil? Jak daleko od místa startu svůj pohyb skončil? Lze vypočítat velikost rychlosti pohybu, trval-li pohyb 100 s? O jakou rychlost se jedná? Co se stalo v bodě A mravencovy cesty po stěně?

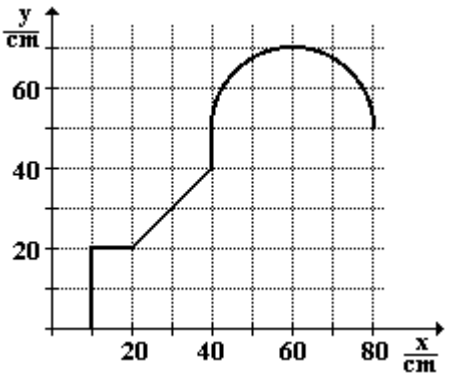
V: 104 cm; 22 cm; $1\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$

2.11 Na obr. 8 je graficky znázorněn pohyb mravence po desce stolu. Popište detailně pohyb mravence. Jakou celkovou dráhu urazil? Je možné zakreslit graf závislosti uražené dráhy na čase? Pokud ne, zdůvodněte proč. Lze vypočítat velikost rychlosti jeho pohybu, jestliže pohyb trval $50\,s$? O jakou rychlost jde?

V: 131 cm; $2{,}62\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$



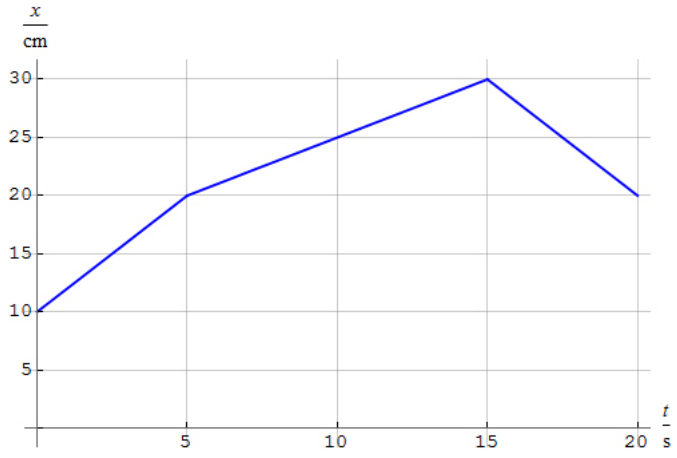
obr. 7



obr. 8

2.12 Na obr. 9 je zobrazen graf závislosti souřadnice na čase pro pohyb mravence po vodorovné desce stolu. Určete velikost rychlosti mravence v jednotlivých úsecích pohybu. Vypočítejte velikost průměrné rychlosti pohybu mravence.

V: $2\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$; $1\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$; $-2\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$; $1{,}5\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$



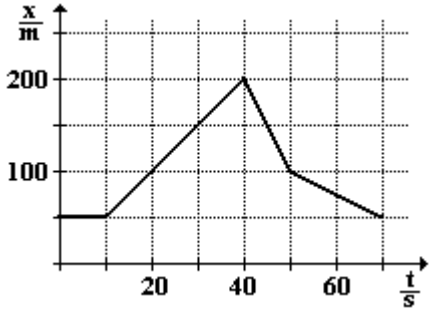
obr. 9

2.13 Na obrázku obr. 10 je graf závislosti souřadnice cyklisty jedoucího na kole na čase.
a) Popište detailně znázorněný pohyb.
b) Nakreslete graf závislosti cyklistou uražené dráhy na čase v uvažovaném časovém intervalu.
c) Nakreslete graf závislosti velikosti rychlosti cyklisty na čase.

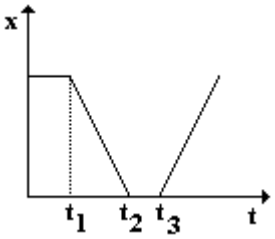
d) Vypočítejte průměrnou rychlost pohybu mezi desátou a sedmdesátou sekundou pohybu.

V: $5\ \mathrm{m.s^{-1}}$

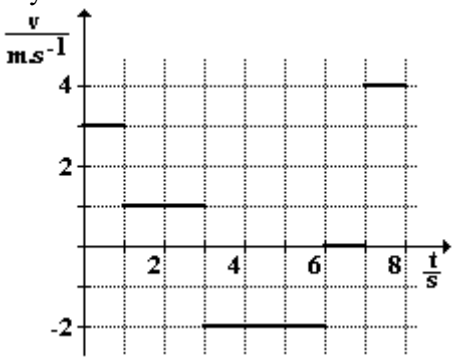
2.14 Na obr. 11 je graf závislosti souřadnice na čase. Popište detailně uvedený pohyb a nakreslete graf závislosti velikosti rychlosti na čase, který popisuje tentýž pohyb.



obr. 10

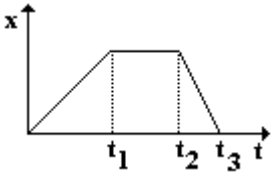


obr. 11



obr. 12

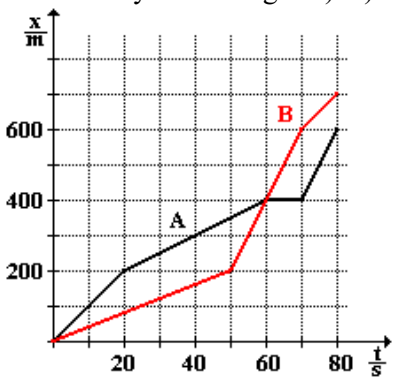
2.15 Na obr. 12 je graf závislosti velikosti rychlosti bruslaře Ferdy na kolečkových bruslích na čase. Popište detailně uvedený pohyb. Nakreslete graf závislosti uražené dráhy na čase. Je možné nakreslit graf závislosti souřadnice na čase? Pokud ano, nakreslete, pokud ne, vysvětlete proč to není možné. Je možné zakreslit tento pohyb do soustavy *Oxy* (tj. závislost *y*-ové souřadnice na *x*-ové souřadnici)? Pokud ano, nakreslete, pokud ne, vysvětlete proč to nelze udělat?



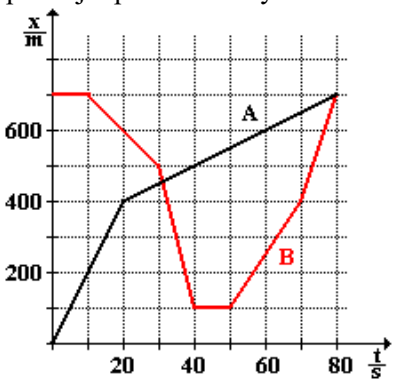
obr. 13

2.16 Na obr. 13 je zobrazena závislost souřadnice automobilu na čase. Určete, ve kterých intervalech byla velikost rychlosti a) konstantní, b) rostla, b) klesala. Zdůvodněte.

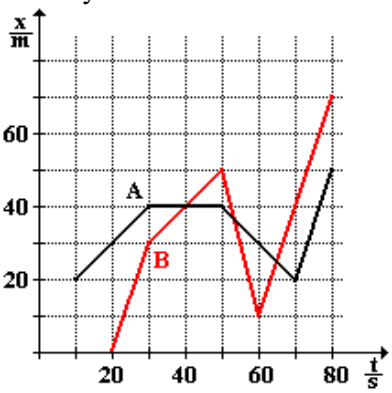
2.17 Na obr. 14 až obr. 16 je znázorněn graf závislosti polohy hmotných bodů *A* a *B* na čase. a) Popište detailně pohyby obou hmotných bodů. b) Nakreslete graf závislosti uražené dráhy na čase (pro oba hmotné body do téhož grafu). c) Nakreslete graf závislosti velikosti rychlosti na čase (pro oba hmotné body do téhož grafu). d) Vypočítejte průměrnou rychlost obou hmotných bodů.



obr. 14



obr. 15



obr. 16

2.18 Lyžař Jarda přijde k vleku a postaví se do fronty, která postupuje velmi pomalu. Jakmile se dostane na řadu, vyjede na vrchol kopce, kde si vzpomene, že není namazán krémem na opalování. Namaže se a pak jede „šusem“ dolů z kopce. Cestou ale nedává pozor a spadne. Jakmile vstane, jede dolů k vleku už pomaleji. Za předpokladu, že se v jednotlivých úsecích pohybu pohyboval stálou rychlostí, nakreslete a) graf závislosti souřadnice na čase, b) graf závislosti uražené dráhy na čase a graf závislosti velikosti rychlosti na čase.

2.19 Jarda se rozeběhl ke své babičce. V polovině své cesty zjistil, že nemám mobilní telefon. Proto se volným krokem začal vracet zpět. Ve čtvrtině cesty mezi domovem a bytem babičky, potkal bratra, který mu mobil vezl na kole. Chvíli si povídali, a pak se Jarda vyrazil k babičce stejně velkou rychlostí, jakou se pohyboval k babičce původně. Nakreslete pro Jardu závislost jeho souřadnice na čase, dráhy na čase a velikosti rychlosti na čase.

2.20 Jarda vyrazil na kole ke kamarádovi. Ujel čtvrtinu vzdálenosti k jeho domu a píchl duši kola. Chvíli se pokoušel kolo opravit, pak se smutně pomalu vrátil domů. Tam chvíli hledal náhradní díl a běžel zpět ke kolu. Za chvíli kolo opravil a stejně velkou rychlostí, jakou se pohyboval na kole původně, pokračoval k domu kamaráda. Sestrojte grafy závislosti souřadnice Jardy na čase, Jardou uražené dráhy na čase a velikosti rychlosti Jardy na čase.

2.21 Jarda chodí pravidelně pěšky do školy. Jednoho rána šel jako vždy a v polovině cesty do školy potkal kamaráda. Zastavil se a chvíli si povídali. Pak se vrátili do čtvrtiny vzdálenosti mezi Jardovým domem a školou, kde kamarád ztratil ISIC. Poté už šli – rychleji, než šel předtím Jarda – do školy. Nakreslete pro Jardu grafy závislostí souřadnice na čase, dráhy na čase a velikosti rychlosti na čase.

2.22 Jarda vyrazil do kina. Vyšel z domu a po chvíli chůze si uvědomil, že nemá telefon. Zastavil se, chvíli hledal a začal se pomalu vracet domů. Najednou telefon nahmatal v kapse kalhot. Zastavil se, napsal krátkou zprávu kamarádovi a rychle pospíchal do kina. Nakreslete po popsaný pohyb Jardy graf závislosti souřadnice na čase, graf závislosti dráhy na čase a graf závislosti velikosti rychlosti na čase.

2.23 Ester Ledecká získala 17. 2. 2018 překvapivě zlato v superobřím slalomu. Trať o délce 2010 m ujela za 1 minutu a 21,11 s a o jednu setinu sekundy tak porazila rakouskou závodnici. Jak velkou průměrnou rychlostí se Ester na svahu pohybovala? O jakou vzdálenost by soupeřku předjela, kdyby jely závod spolu?

V: $24{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; 25 cm

2.24 Achilles honí želvu plazící se stejným směrem. Na počátku je vzdálenost mezi nimi rovna $990\ \mathrm{m}$. Achilles urazí 10 metrů za 1 sekundu, želva 1 metr za 10 sekund. Za jak dlouho Achilles želvu dohoní?

V: 100 s

2.25 Bombardovací letoun letí rychlostí o velikosti $1080\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Za 3 minuty po jeho průletu nad letištěm startuje stíhací letoun. Jakou průměrnou rychlostí musí stíhač letět, aby dostihl bombardér za 5 minut?

V: $480\ \mathrm{m.s^{-1}}$

2.26 Automobil jel po dálnici rychlostí o stálé velikosti. V $8\mathrm{h}\ 20\ \mathrm{min}$ jel kolem milníku s údajem $128\ \mathrm{km}$, v $8\mathrm{h}\ 32\ \mathrm{min}$ kolem milníku s údajem $144\ \mathrm{km}$. Určete:

a) velikost rychlosti automobilu,

b) polohu automobilu v časech $8\mathrm{h}\ 10\ \mathrm{min}$, $9\mathrm{h}\ 15\ \mathrm{min}$,

c) okamžik, v němž automobil projel kolem milníku s údajem $180\ \mathrm{km}$.

V: $80\ \mathrm{km.h^{-1}}$; 114,7 km ; 201,3 km ; 8h 59 min

2.27 Dva chlapci, Standa a Jenda, bydlí ve vesnici, která je vzdálena $6\ \mathrm{km}$ od školy, v níž studují. Jednoho dne se porouchal autobus, kterým obvykle dojížděli, a proto šli do školy pěšky. Standa šel první polovinu cesty rychlostí o velikosti $4\ \mathrm{km.h^{-1}}$ a druhou poloviny rychlostí o velikosti $2\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Jenda šel rychlostí o velikosti $4\ \mathrm{km.h^{-1}}$ první polovinu času, který potřeboval na celou cestu do školy, a rychlostí o velikosti $2\ \mathrm{km.h^{-1}}$ šel druhou polovinu času. Který z nich přišel do školy dříve a o kolik minut?

V: Jenda; o 15 min

2.28 Internát jisté školy je od ní značně vzdálen, takže žáci musí být do školy přiváženi autobusem. Jestliže autobus se žáky pojede rychlostí o velikosti $30\ \mathrm{km.h^{-1}}$, přijede do školy o 30 minut dříve. Jestliže pojede rychlostí o velikosti $20\ \mathrm{km.h^{-1}}$ přijede naopak příliš pozdě - také o 30 minut. Jak daleko je internát od školy a jak velkou rychlostí má jet, aby přijel ke škole přesně v 8 hodin?

V: 60 km ; $24\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.29 Železniční dozorce, provádějící inspekci kolejí, zjistil, že vlaky přijíždějící zezadu jej míjejí každých 15 minut, zatímco vlaky, přijíždějící zpředu se objeví každých 5 minut. V jakých časových intervalech vyjíždějí vlaky z konečných stanic? Jaký je poměr velikostí rychlostí dozorce a vlaků? Dozorce i vlaky se pohybují stálou rychlostí.

V: 7,5 min ; 1:2

2.30 V deset ráno vyjel pan Smith se ženou ze svého domu z Connecticut, aby navštívil rodiče své ženy v Pensylvánii. Okolo jedenácté hodiny se paní Smithová zeptala: „Jak daleko jsme od domova?“ Pan Smith odpověděl: „Polovinu vzdálenosti, která nám ještě zbývá do restaurace ve Westchesteru.“ Do restaurace dorazili manželé v pravé poledne. Najedli se a jeli dále. V pět hodin odpoledne, když byli vzdáleni $200\ \mathrm{km}$ od místa, kde paní Smithová položila první dotaz, položila druhou otázku: „Pojedeme ještě daleko?“ „Polovinu vzdálenosti, kterou jsme ujeli od restaurace ve Westchesteru až sem,“ odpověděl pan Smith. Do Pensylvánie dorazili v sedm večer. Jak daleko je z Conecticut do Pensylvánie? Automobil se pohyboval celou cestu různě velkou rychlostí.

V: 300 km

2.31 Dva plavci - Pavel a Jarda - trénují na sousedních drahách bazénu. Odstartují ve stejný okamžik a oba plavou rychlostí s konstantní velikostí. Pavel předežene Jardu, doplave na konec dráhy a vrací se zpět. Na zpáteční cestě potká Jardu $5\ \mathrm{m}$ od konce dráhy, plave dál, doplave na místo startu, otočí se a plave opět zpátky. Přitom potká Jardu ve vzdálenosti od místa startu rovné jedné pětině délky bazénu. Jak dlouhý je bazén?

V: $50\ \mathrm{m}$

2.32 Oddíl pěchoty, seřazený do útvaru o délce $20\ \mathrm{m}$, pochoduje stálou rychlostí přímým směrem. Uprostřed poslední řady jde pes, který je maskotem oddílu. V jistém okamžiku pes vyběhne z poslední řady do první řady, otočí se a hned běží zpět do bodu startu. Zatímco pes běžel do první řady a zpět, ušel oddíl $20\ \mathrm{m}$. Jakou vzdálenost uběhl pes?

V: $48{,}3\ \mathrm{m}$

2.33 Běžec vyběhne v 9 hodin z místa *A* do místa *B* vzdáleného 13 kilometrů a hned se vrací zpátky do *A*. Turista vyjde v 9 hodin 20 minut z *B* do *A*. Běžec ho potká v 10 hodin a podruhé ho předhoní v 10 hodin 30 minut. Jakou velkou rychlostí se pohybuje běžec? Jak velkou rychlostí se pohybuje turista?

V: $11\ \mathrm{km.h^{-1}}$; $3\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.34 Na velkém jezeře jezdí bez přestávky dva vodní kluzáky. Vypluly současně z protilehlých břehů: kluzák *A* od břehu B_1 a kluzák *B* od břehu B_2. Poprvé se setkaly ve vzdálenosti $500\ \mathrm{m}$ od břehu B_1, podruhé na zpáteční cestě ve vzdálenosti $300\ \mathrm{m}$ od břehu B_2. Určete délku jezera a poměr velikostí rychlostí obou kluzáků.

V: $1200\ \mathrm{m}$; 5:7

2.35 Mařenka zjistila, že vlak přejel okolo ní za t_1 sekund. Dozvěděla se ještě, že tentýž vlak jel stejně velkou rychlostí, když přejel *a* metrů dlouhý most za t_2 sekund. Z těchto dvou údajů vypočítala délku vlaku a velikost jeho rychlosti. Co jí vyšlo?

V: $l = \dfrac{at_1}{t_2 - t_1}$; $v = \dfrac{a}{t_2 - t_1}$

2.36 Ve stanici metra přeběhl chlapec po schodech stoupajícího eskalátoru vzdálenost $10\ \mathrm{m}$ a zpět za dobu $73\ \mathrm{s}$. Podruhé totéž provedl na klesajícím eskalátoru za $4\ \mathrm{min}\ 22\ \mathrm{s}$. Vypočtěte velikost rychlosti pohybu eskalátoru, jestliže víme, že chlapec seběhl dolů o 35 % rychleji, než vyběhl nahoru.

V: $0{,}33\ \mathrm{m.s^{-1}}$

2.37 Věřitel jedoucí tramvají zpozoroval svého dlužníka, jdoucího podél kolejí v opačném směru, než jela tramvaj. Během deseti sekund se věřitel dostal ke dveřím, vyskočil z tramvaje a běžel, aby dlužníka dohonil. Věřitel běžel dvakrát rychleji, než šel dlužník, ale pětkrát pomaleji než byla rychlost tramvaje. Za jak dlouho dohonil věřitel dlužníka?

V: $110\ \mathrm{s}$ (od okamžiku vyběhnutí z tramvaje)

2.38 Letadlo uletí po větru dráhu $1\ \mathrm{km}$ za dobu $10\ \mathrm{s}$ a proti větru stejnou dráhu za čas $12\ \mathrm{s}$. Určete velikost rychlosti letadla za bezvětří.

V: $330\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.39 Převozník vlastní loďku, která jezdí na klidné vodě rychlostí o velikosti $2\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Řeka proudí rychlostí o velikosti $1\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Za jak dlouho se dostane převozník na druhou stranu řeky, jestliže chce přistát naproti místu, kde cestu začínal, a chce jet po celou dobu plavby rovně? Řeka je široká $100\ \mathrm{m}$.

V: $57{,}7\ \mathrm{s}$

2.40 Jarda vyhodil rychlostí o velikosti $2{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ lehkou papírovou vlaštovku vodorovným směrem. Vítr v tu chvíli foukal vodorovným směrem kolmo na směr, kterým Jarda vyhodil vlaštovku, rychlostí o velikosti $1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Jak velkou rychlostí se vlaštovka pohybuje vůči Jardovi? Jak daleko od něj bude za 2 s? Vliv gravitace neuvažujte.

V: $2{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $5{,}2\ \mathrm{m}$

2.41 Jarda chce přeplavat řeku o šířce 40 m, v níž proudí voda vůči břehům rychlostí o velikosti $1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. V klidné vodě plave Jarda rychlostí o velikosti $1{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Jak velkou rychlostí se bude Jarda vůči břehu pohybovat, jestliže chce při plavbě na druhý břeh urazit minimální dráhu? Jak dlouho přes řeku poplave? Pod jakým úhlem vůči směru proudící vody v řece musí plavat?

V: $0{,}66\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; 60 s; $33{,}6°$

2.42 Kouř z komína lokomotivy, která je v klidu, stoupá rychlostí o velikosti $5\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Pohybuje-li se lokomotiva stálou rychlostí, svírá kouř s vodorovným směrem úhel $25°$. Jak velkou rychlostí se lokomotiva pohybuje? Jak velkou rychlostí se vzhledem k výpravčímu na nádraží pohybuje kouř z komína lokomotivy?

V: $10{,}7\ \mathrm{m.s^{-1}}$; $11{,}8\ \mathrm{m.s^{-1}}$

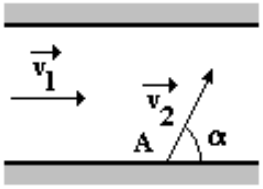
2.43 V řece, jejíž šířka je $40\ \mathrm{m}$, teče voda rychlostí o velikosti $v_1 = 0{,}3\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Z místa *A* plave člověk rychlostí o velikosti $v_2 = 0{,}5\ \mathrm{m.s^{-1}}$ vzhledem k vodě, přičemž vektor rychlosti plavce svírá se směrem vektoru rychlosti vody úhel $\alpha = 60°$ (viz obr. 17). Určete:
a) velikost a směr jeho rychlosti vzhledem ke břehům,
b) čas potřebný k přeplavání řeky,
c) rychlost, kterou by musel jít po břehu chodec, aby byl stále na úrovni plavce,
d) místo, v němž plavec dorazí na druhý břeh.

V: $0{,}7\ \mathrm{m.s^{-1}}$; $38{,}2°$; 92,38 s; $0{,}55\ \mathrm{m.s^{-1}}$; 50,8 m

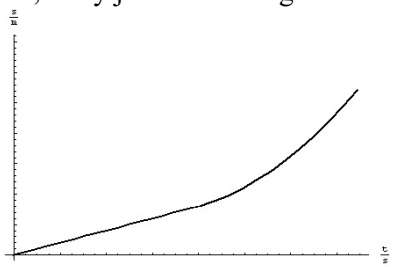
2.44 Za jak dlouho obletí letadlo čtverec o délce strany *a*, jestliže vítr fouká rychlostí $\vec{v}$ a jeho směr je souhlasný s jednou stranou čtverce. Rychlost letadla za bezvětří je $\overrightarrow{v_L}$.

V: $t = a\left(\dfrac{2}{\sqrt{v_L^2 - v^2}} + \dfrac{1}{v_L - v} + \dfrac{1}{v_L + v}\right)$

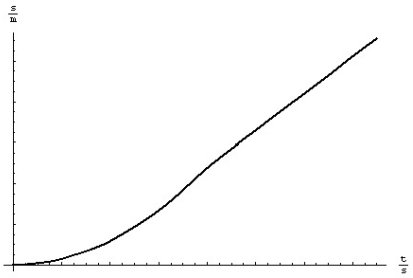
2.45 Na obr. 19 a obr. 18 jsou grafy závislosti dráhy běžícího nosorožce na čase. Popište detailně jeho pohyb během časového intervalu, který je zobrazen v grafu.



obr. 17



obr. 18



obr. 19

2.46 Na obr. 20 je graf závislosti uražené dráhy na čase automobilu. Určete velikost zrychlení v jednotlivých úsecích dráhy a sestrojte graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase. Graf okalibrujte.

V: $1{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$; 0

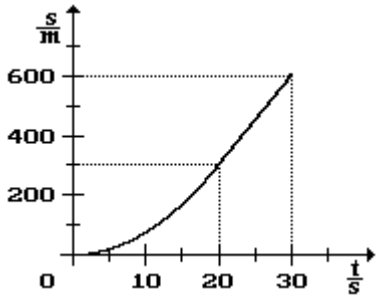
2.47 Rychlík jedoucí rychlostí o velikosti $90\ \mathrm{km.h^{-1}}$ začal před nádražím brzdit se zrychlením $-0{,}25\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Jak daleko před nádražím začal brzdit, jestliže na nádraží zastavil?

V: 1250 m

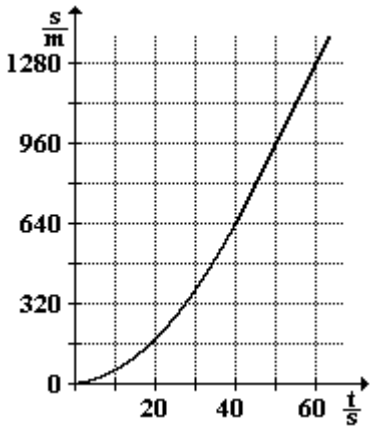
2.48 Na obr. 21 je znázorněn graf závislosti uražené dráhy na čase pohyb automobilu. Popište tento pohyb. Určete, jakou dráhu urazil automobil během sledovaného úseku. Vypočtěte velikost rychlosti v časech $20\ \mathrm{s}$, $40\ \mathrm{s}$ a $60\ \mathrm{s}$. Vypočtěte průměrnou rychlost od začátku pohybu do dvacáté, čtyřicáté a šedesáté sekundy pohybu. Nakreslete graf závislosti velikosti rychlosti na čase.

2.49 Na obr. 22 je zobrazen graf závislosti uražené dráhy na čase jízdy automobilu. Popište detailně jízdu tohoto automobilu. Vypočtěte velikost zrychlení v jednotlivých částech jeho jízdy. Nakreslete graf závislosti velikosti rychlosti na čase pro uvedený pohyb. Srovnejte tento pohyb s pohybem automobilu z příkladu 2.48 .

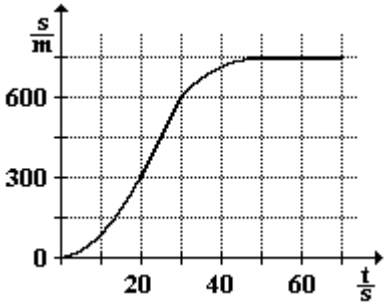
2.50 Na obr. 23 a obr. 24 je graf závislosti rychlosti jedoucího cyklisty na čase. V každém obrázku řešte tyto úkoly:
a) Jakou dráhu ujel během prvních pěti sekund?
b) Jakou dráhu ujel mezi desátou a dvacátou sekundou?
c) Jakou celkovou dráhu urazil?
d) Jaká byla jeho průměrná rychlost během sledovaného pohybu?
e) Nakreslete graf závislosti uražené dráhy na čase.



obr. 20



obr. 21



obr. 22

2.51 Známý výrostek Hugo vyjel z domu tropit lumpárnu tentokráte na kole. Na přehledné rovné silnici zrychloval, co to jen šlo. Najednou míjí hospodu a vzpomene si, že si doma zapomněl láhev s pitím ostřejšího kalibru. Prudce zabrzdí, otočí kolo a jak přijel, stejně se vrací domů. Tady už brzdí mnohem mírněji. Jde domů pro tekutinu, nasedá na kolo a jede zase vpřed po té samé trase.

a) Načrtněte graf závislosti souřadnice Hugova kola na čase.

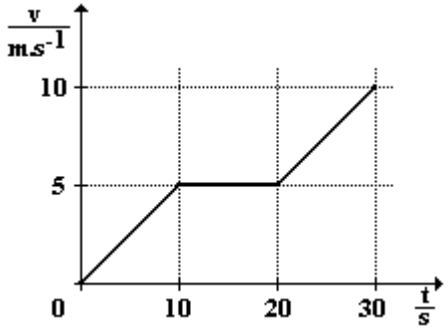
b) Načrtněte graf závislosti dráhy, kterou ujelo Hugovo kolo, na čase.

2.52 Na obr. 25 jsou zobrazeny dvě charakteristiky průběhu brzdné dráhy automobilu.

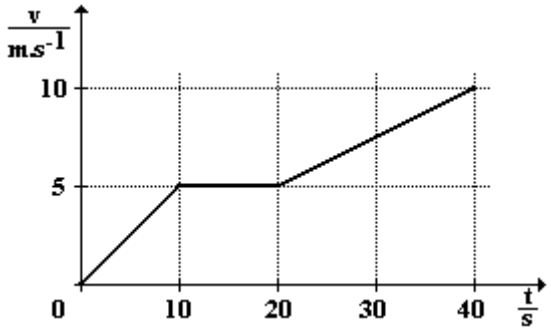
a) Jedna z křivek odpovídá běžnému provozu, druhá provozu za nebezpečí. Který graf odpovídá jakému provozu? Zdůvodněte.

b) Vypočtěte pro oba typy charakteristiky zrychlení automobilu při brzdění.

c) Na základě grafu určete, o kolik metrů se liší brzdná dráha automobilu při jednotlivých typech provozu při rychlosti o velikosti $36\ \mathrm{km.h^{-1}}$? Při kterém provozu urazí automobil delší vzdálenost? Ověřte výpočtem.

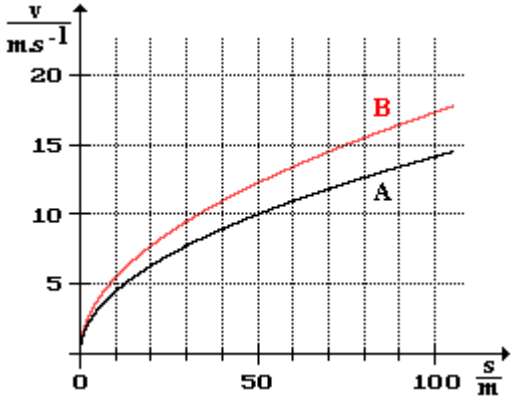


obr. 23

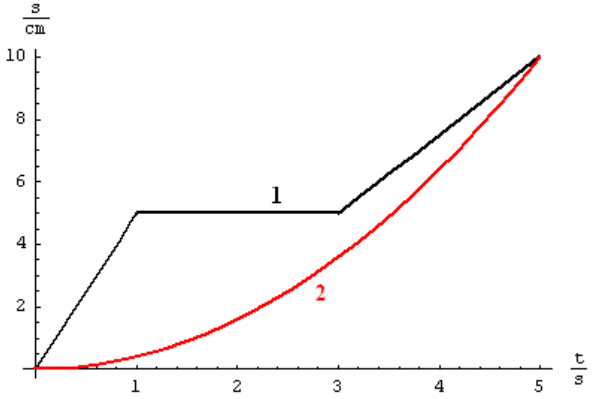


obr. 24

2.53 Na obr. 26 je zobrazen graf závislosti uražené dráhy na čase dvou mravenců. Vypočtěte: a) velikost rychlosti mravence *1* mezi začátkem pohybu a první sekundou pohybu, b) velikost průměrné rychlosti mravence *1* mezi první a třetí sekundou jeho pohybu, c) velikost průměrné rychlosti mravence *1* během celého pohybu, d) průměrnou velikost rychlosti mravence *2* během celého pohybu, e) velikost zrychlení, s nímž se mravenec *2* pohyboval, f) čas, ve kterém se mravenec *2* pohyboval stejně velkou rychlostí, jakou se pohyboval mravenec *1* mezi třetí a pátou sekundou jeho pohybu.



obr. 25



obr. 26

2.54 Na obr. 27 jsou zobrazeny dva grafy z aplikace pro mobilní telefony, které byly pořízeny během jízdy na kole. Popište, co je v grafech uvedeno. Pokuste se popsat pohyb cyklisty na základě těchto grafů. Vysvětlete vzájemnou korespondenci obou grafů.

obr. 27

2.55 Hmotný bod se pohybuje po dobu 10 sekund se zrychlením o velikosti $0,2\ \mathrm{m.s^{-2}}$, pak po dobu 15 sekund stálou rychlostí a za dalších 20 s zastaví. Určete: a) velikost zrychlení při zastavování, b) dráhu, kterou hmotný bod urazil při rozjíždění, při rovnoměrném pohybu a při zastavování, c) celkovou dráhu, d) velikost průměrné rychlosti během celého pohybu. Sestrojte grafy závislosti velikosti rychlosti na čase a uražené dráhy na čase, které charakterizují popsaný pohyb.

V: a) $-0,1\ \mathrm{m.s^{-2}}$; b) 10 m; 30 m; 20 m; c) 60 m; d) $1,33\ \mathrm{m.s^{-1}}$

2.56 Dne 16. 8. 2009 překonal jamajský sprinter Usain Bolt světový rekord v běhu na 100 m časem 9,58 s. Popište typ pohybu Usaina Bolta z fyzikálního hlediska během svého triumfálního běhu. Pokuste se co nejvěrněji zakreslit graf závislosti uražené dráhy na čase, graf závislosti velikosti rychlosti na čase a graf závislosti velikosti zrychlení Usaina Bolta na čase. Vypočítejte velikost průměrné rychlosti Bolta na této trati.

2.57 Cyklista jedoucí rychlostí $18\ \mathrm{km.h^{-1}}$ začal svoji jízdu zrychlovat tak, že za dobu $20\ \mathrm{s}$ urazil dráhu $160\ \mathrm{m}$. Jak velké bylo cyklistovo zrychlení? Jaká byla velikost jeho rychlosti na konci dvacáté sekundy zrychlování?

V: $0,3\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $39,6\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.58 Osobní automobil se začíná rozjíždět z klidu se stálým zrychlením právě v okamžiku, kdy kolem něj projede stálou rychlostí o velikosti $54\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ nákladní automobil. Osobní automobil urazí za 20 s dráhu 60 m. Určete: velikost zrychlení osobního automobilu při rozjíždění, dobu, za kterou osobní automobil dosáhne stejně velké rychlosti, jako má nákladní automobil, a dráhu, kterou do té doby osobní automobil urazí.

V: $0,3\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; 50 s; 375 m

2.59 Autobus začal brzdit 108 metrů před zastávkou. Od okamžiku, kdy začal brzdit, do úplného zastavení uplynulo 12 sekund. Jak velkou rychlostí se pohyboval před začátkem brždění? S jakým zrychlením brzdil autobus svůj pohyb?

V: $64,8\ \mathrm{km.h^{-1}}$; $-1,5\ \mathrm{m.s^{-2}}$

2.60 Jarda jede na kole rychlostí o velikosti $36\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Pak začne brzdit se stálým zrychlením. Určete velikost tohoto zrychlení, jestliže při brždění ujel dráhu 160 m za 20 s. Určete velikost jeho rychlosti na konci této dráhy.

V: $-0,2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2.61 První kontrola závodů cyklistů je umístěna 200 metrů od startu. Při průjezdu touto kontrolou se začíná měřit čas závodu. Závodník, který kolem kontroly projel rychlostí o velikosti $4\ \mathrm{m.s^{-1}}$ se začal

dále pohybovat se zrychlením $0{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Jak daleko od startu bude za 10 sekund od doby, kdy se začal měřit čas? Jak velká bude v té době jeho rychlost? Nakreslete graf závislosti uražené dráhy na čase a graf závislosti velikosti rychlosti na čase.

V: $265\ \mathrm{m}$; $9\ \mathrm{m.s^{-1}}$

2.62 Nákladní automobil, který jede stálou rychlostí $54\ \mathrm{km.h^{-1}}$, předjede stojící osobní automobil, který se právě rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem. Osobní automobil dohoní nákladní automobil za dobu 20 sekund. Určete zrychlení osobního automobilu a jeho rychlost, kterou předjíždí nákladní automobil.

V: $1{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $108\ \mathrm{km.h^{-1}}$

2.63 Skupina studentů vyrazila se svým třídním učitelem na výlet na kolech. Jeli se podívat na gotickou pýchu Karla IV. - na Karlštejn (viz obr. 28), kterou tento osvícený vladař dal vybudovat v letech 1348 - 1357 ve stejnojmenné obci nacházející se v jihovýchodní části Karlštejnské vrchoviny, která tvoří součást Hořovické pahorkatiny. Hrad původně sloužil k zabezpečení říšských korunovačních klenotů, říšského pokladu, listin a relikvií. Hrad byl za husitských válek obléhán, poté několikrát přestavován a restaurován. Dominantu hradu tvoří dvě obytné věže a palác. V jedné z věží je umístěna kaple sv. Kříže se stěnami zdobenými polodrahokamy a souborem 127 obrazů světců od mistra Theodorika. Svým umístěním ve zvlněném terénu rozčleněném hlubokými údolími Berounky a jejích přítoků skýtá okolí hradu dostatek fauny a flóry pro v minulosti lovícího panovníka i pro oko či objektiv fotoaparátu současného turisty. Svrchní vrstva Karlštejnské vrchoviny je pak tvořena vápenci, které umožňují vznik krasových jevů, jejichž krápníky jsou tvořeny nejčastěji sintry, které vznikají působením srážkové vody, v níž se ropští biogenní CO_2 a vzniklý roztok H_2CO_3 rozpouští vápenec. Po příjemné prohlídce této gotické perly, na kterou svého času nesměla vstoupit ženská noha (jak o tom svědčí například *Noc na Karlštejně* Jaroslava Vrchlického, kterou v roce 1973 do muzikálové podoby převedl režisér Zdeněk Podskalský) a která nyní nese i renesanční prvky, z neméně příjemné hospůdky v podhradí, jsme se vydali na zpáteční cestu. Jeli jsme podél Berounky směrem na Prahu. Cesta byla příjemná, rovná, bez velkého provozu, takže jsme mohli jet stálou rychlostí o velikosti $6\ \mathrm{m.s^{-1}}$ a přitom probírat nejrůznější záležitosti. Najednou se stala jednomu z nás porucha na kole. Přinutil zbytek skupiny, aby pokračovala dál, a on sám se dal do spravování kola. Trvalo mu to pět minut a poté vyrazil stálou rychlostí o velikosti $10\ \mathrm{m.s^{-1}}$ za svými společníky. Když jel čtyři minuty, spatřil na rovné silnici skupinku před sebou. Jak daleko před ním v tu chvíli skupinka kamarádů byla? Aby je dohnal, začal zrychlovat svůj pohyb se stálým zrychlením a to tak, že skupinu dohonil za 2 minuty. Jak velké bylo jeho zrychlení? Jak velkou rychlostí se cyklista pohyboval, když skupinku dojel? Jak daleko od místa své nehody skupinu dojel? Jaká byla jeho průměrná rychlost od okamžiku vyjetí po nehodě do okamžiku dojetí skupiny?

V: $840\ \mathrm{m}$; $0{,}05\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $16\ \mathrm{m.s^{-1}}$; $3960\ \mathrm{m}$; $11\ \mathrm{m.s^{-1}}$

2.64 Malý chlapec se postavil na samotný počátek nástupiště a čekal zde na příjezd soupravy metra. Věděl, že každý vagón má délku $21\ \mathrm{m}$. První vagón přijíždějící soupravy kolem něj projel za dobu $3\ \mathrm{s}$, druhý za $4{,}8\ \mathrm{s}$. Jakmile kolem chlapce projel celý druhý vagón, skočil do kolejiště ve vzdálenosti $46{,}25\ \mathrm{m}$ od chlapcova stanoviště muž se zjevnými sebevražednými úmysly. S jak velkým zrychlením se bude muset začít metro pohybovat, aby sebevraha nepřejelo? Jak velkou rychlostí přijíždí souprava do stanice? Čas potřebný ke změně zrychlení zanedbáme.

V: $-0{,}89\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $8\ \mathrm{m.s^{-1}}$

obr. 28

2.65 Pozorovatel stojící v okamžiku rozjezdu elektrického vlaku u jeho začátku zaznamenal, že první vagón projel kolem něj za dobu $4\ \mathrm{s}$. Kolik sekund se bude kolem něho pohybovat sedmý vagón soupravy? Pohyb vlaku považujte za rovnoměrně zrychlený.

V: $0{,}78\ \mathrm{s}$

2.66 Traktor se rozjížděl tak, že za první čtyři sekundy dosáhl rychlosti o velikosti $3{,}6\ \mathrm{km.h^{-1}}$, za další čtyři sekundy zvýšil velikost svojí rychlosti na $10{,}8\ \mathrm{km.h^{-1}}$ a za dalších šest sekund dosáhl rychlosti o

velikosti $21{,}6\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Určete: a) velikost zrychlení traktoru v jednotlivých etapách rozjíždění za předpokladu, že se traktor rozjížděl rovnoměrně zrychleně, b) celkovou dráhu, kterou traktor při rozjíždění urazil, c) průměrné zrychlení za celou dobu rozjíždění.

V: a) $0{,}25\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $0{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $0{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$; b) $37\ \mathrm{m}$; c) $0{,}43\ \mathrm{m.s^{-2}}$

2.67 Řidič autobusu jedoucího rychlostí o velikosti $12\ \mathrm{m.s^{-1}}$ začal před zastávkou zpomalovat se zrychlením $-0{,}72\ \mathrm{m.s^{-2}}$. V okamžiku, kdy začal zpomalovat, na tachometru zjistil, že od minulé zastávky urazil již $1600\ \mathrm{m}$. Jak daleko jsou od sebe zastávky autobusu? Sestrojte graf závislosti uražené dráhy na čase a graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase od okamžiku, kdy řidič začal zpomalovat.

V: $1700\ \mathrm{m}$

2.68 Závodník urazil trať v délce $100\ \mathrm{m}$ za čas $10{,}2\ \mathrm{s}$. Prvních $20\ \mathrm{m}$ běžel pohybem rovnoměrně zrychleným, zbytek pak pohybem rovnoměrným. Jaké bylo jeho zrychlení a jaké největší rychlosti dosáhl?

V: $3{,}46\ \mathrm{m.s^{-2}}$, $11{,}8\ \mathrm{m.s^{-1}}$

2.69 Časový interval mezi přijetím signálu k zastavení automobilu a sešlápnutím pedálu brzdy je u průměrného řidiče $0{,}7\ \mathrm{s}$. Může-li automobil brzdit se zrychlením o velikosti $-10\ \mathrm{m.s^{-2}}$, vypočtěte celkovou dráhu, kterou urazí automobil od okamžiku, kdy řidič zpozoroval signál, do okamžiku, kdy se automobil zastaví. Velikost počáteční rychlosti automobilu je $100\ \mathrm{km.h^{-1}}$.

V: $58\ \mathrm{m}$

2.70 Z téhož místa vyjedou za sebou v časovém odstupu $20\ \mathrm{s}$ dvě auta. Obě se pohybují přímočaře rovnoměrně zrychleně. První se rozjíždí z klidu se zrychlením o velikosti $0{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$, druhé projíždí daným místem rychlostí o velikosti $10\ \mathrm{m.s^{-1}}$ a jeho zrychlení má velikost $1{,}5\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Za jakou dobu se obě auta setkají? Jakou dráhu přitom urazí?

V: $34{,}14\ \mathrm{s}$; $291{,}4\ \mathrm{m}$

2.71 Z jaké výšky bylo volným pádem puštěno těleso, dopadlo-li za dobu 2 s?

V: $19{,}6\ \mathrm{m}$

2.72 Jak dlouho padá tenisák volným pádem z Petřínské rozhledny v Praze? Jak velkou rychlostí dopadne na zem vedle rozhledny?

V: $3{,}5\ \mathrm{s}$; $33{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2.73 Jakou dráhu urazí volně puštěná mince a) za tři sekundy, b) během čtvrté sekundy svého pohybu?

V: a) 44,1 m; b) 34,3 m

2.74 Těleso padající volným pádem dopadne na zem rychlostí o velikosti $25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Z jaké výšky padalo? Jak dlouho padalo?

V: 2,55 s; 31,9 m

2.75 Kosmonaut Jarda stojí na Měsíci. Vypadne mu z ruky kladivo a padá z výšky dvou metrů na povrch Měsíce. Za jak dlouho a jak velkou rychlostí dopadne?

V: $1{,}58\ \mathrm{s}$; $2{,}53\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2.76 „Nějaký chlap vykopl okno a vyskočil. Dolů jsou to tři patra. Myslíte, že se zabil?“ „Měsíční gravitace,“ připomněla jsem. (Andy Weir, *Artemis*) Jak velkou rychlostí chlap dopadl na zem? Mohl si nějak ublížit?

V: $5{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2.77 Volně padající těleso urazilo posledních $20\ \mathrm{m}$ své dráhy za dobu $0{,}5\ \mathrm{s}$. Vypočtěte výšku, z níž těleso padalo.

V: $91{,}86\ \mathrm{m}$

2.78 Ze střechy, která je ve výšce 12 m nad zemí, padá volným pádem taška. Pět metrů pod okrajem střechy je horní rám okna vysokého 1,7 m. Jak dlouho padá taška kolem okna? Jak velkou rychlostí se taška na dolním okraji okna pohybuje?

V: $0{,}16\ \mathrm{s}$; $11{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2.79 Těleso urazilo za poslední dvě sekundy volného pádu třetinu svojí celkové dráhy. Jak dlouho a z jaké výšky padalo?

V: 10,9 s ; 582,7 m

2.80 Volně padající těleso míjí dva dvanáct metrů od sebe vzdálené měřící body během jedné sekundy. Z jaké výšky nad prvním měřícím bodem padalo a jak velkou rychlostí se v obou bodech pohybuje?

V: 2,57 m ; 7,1 m.s^{-1} ; 16,9 m.s^{-1}

2.81 Volně padající ocelová kulička urazí první pětinu své dráhy za čtvrtinu sekundy. Z jaké výšky kulička padá? Jak velkou rychlostí dopadne na zem?

V: 1,56 m; 5,6 m.s^{-1}

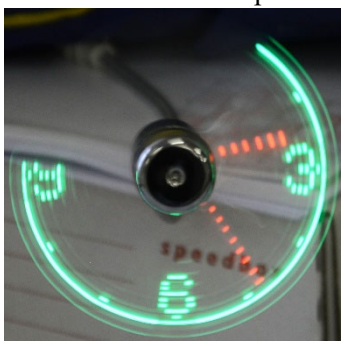
2.82 Jarda jede na kole stálou rychlostí tak, že za dobu 30 minut urazí dráhu 18 km. Průměr kol jeho jízdního kola je 60 cm. Jak dlouho trvá jedno otočení kola?

V: 0,2 s

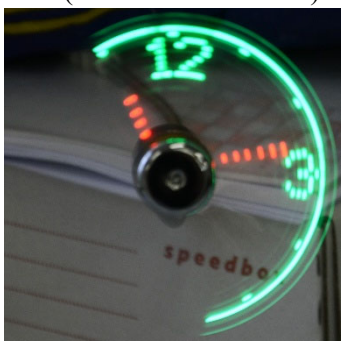
2.83 Vrtule letadla se otáčí s frekvencí 250 Hz. Letadlo letí rychlostí o velikosti $720\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Jakou dráhu letadlo uletí za dobu 100000 otáček vrtule?

V: 80 km

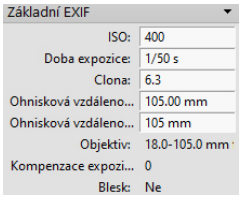
2.84 S využitím fotoaparátu, na kterém lze nastavit základní parametry (doba expozice, clonové číslo, …) lze určit periodu rotace vrtulky, která zobrazuje aktuální čas. Při vhodném nastavení fotoaparátu se podařilo získat fotografie zobrazené na obr. 29obr. 30. Z pořízených snímků lze získat i tzv. EXIF informace o pořízeném snímku (viz obr. 31 a obr. 32). Jaká je perioda rotace dané vrtulky?



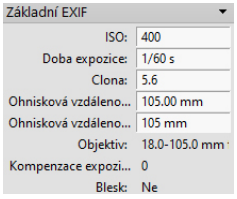
obr. 29



obr. 30



obr. 31



obr. 32

V: přibližně 30 ms

2.85 Tanečník tancuje sólo na prostředku sálu se svou oblíbenou partnerkou. Právě roztáčí šílenou vložku do džajvu, při které se partnerka točí kolem tanečníka ve vzdálenosti 1 m tak, že ho obtančí za 0,5 s. Před tancem tanečníkovi šetrně špitla do ouška, že při rychlosti větší než 36 km.h^{-1} se jí dělá špatně. Pozvrací dívka svého partnera při právě popsané taneční variaci?

V: ano, pozvrací

2.86 Jakou dráhu opíše koncový bod malé a velké ručičky věžních hodin za velkou přestávku ve škole? Délka malé ručičky je 1 m a délka velké ručičky 1,25 m. O jaký úhel se ručky otočí?

V: 0,17 m ; 2,62 m ; 10° ; 120°

2.87 Jak dlouhý vlasec je schopna natočit za 2 s vrtačka, která vykoná 1800 otáček za minutu, na vrták o průměru 4 mm ? Předpokládejme, že jakmile se vrtačka rozběhne, má okamžitě uvedený počet otáček.

V: 0,75 m

2.88 Vypočítejte obvodovou a úhlovou rychlost kola automobilu, který jede rychlostí o velikosti 108 km.h^{-1}. Kolik otáček vykonají kola automobilu za 1 s, jestliže při jednom otočení kola ujede automobil vzdálenost 2 m ?

V: 108 km.h^{-1} ; 94,2 s^{-1} ; 15 s^{-1}

2.89 Kolo o průměru 165 mm se otáčí s frekvencí 12,4 s^{-1} a pomocí řemenového převodu pohání kolo o průměru 850 mm. Určete: a) velikost rychlosti pohybu řemenu, b) převodový poměr, c) frekvenci hnaného kola.

V: 6,4 m.s^{-1} ; 5,15; 2,4 s^{-1}

2.90 Šroubovým vrtákem se má vyvrtat 10 děr o průměru $30\ \text{mm}$ a hloubce $50\ \text{mm}$. Vedlejší časy pro upínání součástí pro jednu díru jsou 2 minuty. Vrták je z rychlořezné oceli s frekvencí otáčení $4\ \text{s}^{-1}$ a posuvem $0{,}125\ \text{mm}$ na jednu otáčku. Vypočtěte dobu potřebnou na provedení úkolu.

V: 36 min 40 s

2.91 Vypočtěte, jak velkého odstředivého zrychlení se dosahuje u ultracentrifugy při frekvenci otáčení $500\ \text{s}^{-1}$ a průměru rotoru $12\ \text{mm}$.

V: $59158\ \text{m.s}^{-2}$

2.92 Centrifuga pro výcvik kosmonautů je tvořena otočným ramenem, na jehož konci je umístěno speciální křeslo. Těžiště kosmonauta sedícího v křesle se nachází ve vzdálenosti *r* od osy otáčení. Centrifuga se roztáčí z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem tak, že v čase t_k od počátku pohybu dosáhne konečné frekvence otáčení *f*, poté se otáčí rovnoměrným pohybem.
a) Určete velikost tečného zrychlení kosmonauta během roztáčení a maximální velikost dostředivého zrychlení.
b) Určete počet otáček centrifugy za čas t_k.
c) Určete dobu první otáčky.
d) Určete přetížení kosmonauta během rovnoměrného pohybu, tj. číslo, kolikrát se cítí kosmonaut na rotující centrifuze těžší než v klidu.
Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty: $r = 4{,}5\ \text{m}$, $f = 0{,}4\ \text{Hz}$, $t_\text{k} = 48\ \text{s}$ a $g = 9{,}81\ \text{m.s}^{-2}$.

V: a) $0{,}24\ \text{m.s}^{-2}$; $28{,}4\ \text{m.s}^{-2}$; b) 9,6; c) $15{,}5\ \text{s}$; d) 2,9

2.93 Řetězový převod jízdního kola FAVORIT je složen z dvojpřevodníku a čtyřkolečka. Dvojpřevodník je tvořen dvěma ozubenými koly s 51 a 47 zuby, čtyřkolečko pak čtyřmi ozubenými koly se 14, 16, 18 a 20 zuby. Určete pro všechny kombinace převodu převodový poměr a rychlost, jakou se bude pohybovat kolo, bude-li cyklista šlapat s frekvencí $2\ \text{s}^{-1}$. Poloměr kola je $0{,}34\ \text{m}$. Vypočtené hodnoty sestavte do tabulky a porovnejte navzájem jednotlivé kombinace převodu.

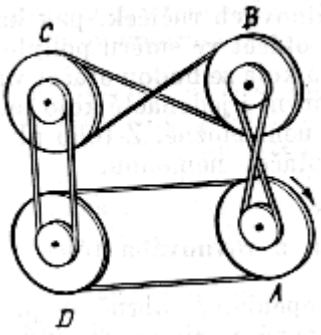
V: nejtěžší převod: 0,27; $15{,}56\ \text{m.s}^{-1}$; nejlehčí převod: 0,43; $10{,}04\ \text{m.s}^{-1}$

2.94 V rovině je rozloženo jedenáct ozubených kol tak, že první kolo je zuby (ozubením) spojeno s druhým, druhé se třetím, ... až jedenácté s prvním. Mohou se kola takovéto soustavy otáčet?

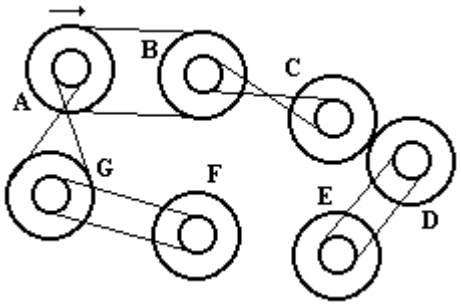
V: ne

2.95 Na obr. 34 je znázorněné soukolí tvořené sedmi koly *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* a *G*.
a) Určete smysl rotace jednotlivých kol, otáčí-li se kolo *A* ve směru šipky.
b) Navrhněte spojení kol *E* a *F* tak, aby se kola zobrazeného soukolí mohla otáčet.

2.96 Kladky (řemenice) *A*, *B*, *C*, *D* na obr. 33 jsou spojeny převodovými řemeny. Je-li při naznačeném spojení možný pohyb všech čtyř kladek, v jakém směru se budou jednotlivé kladky otáčet, jestliže kladka *A* se otáčí tak, jak ukazuje šipka? Je možný pohyb kladek, jsou-li všechny čtyři řemeny překříženy? Je možný pohyb, je-li překřížen jen jeden nebo tři řemeny?



obr. 33



obr. 34

V: ano; ano; ne

3. Dynamika hmotného bodu

3.1 Automobil má hmotnost $960\ \text{kg}$ a jeho motor má tažnou sílu $1{,}6\ \text{kN}$. Za jak dlouho může automobil dosáhnout rychlost o velikosti $54\ \text{km.h}^{-1}$?

V: 9 s

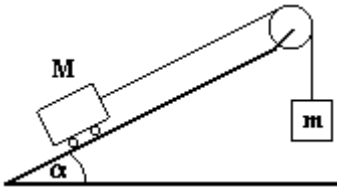
3.2 Koule o hmotnosti $1{,}5\ \text{kg}$ padá ve vakuu a má v daném okamžiku velikost rychlosti $30\ \text{m.s}^{-1}$. Jakou stálou silou je nutné na kouli působit, aby se zastavila a) za pět sekund, b) na dráze 1,5 metru?

V: a) 9 N; b) 450 N

3.3 Silvestrovská raketa o hmotnosti $100\ g$ startuje z lešenářské trubky dlouhé $0{,}5\ m$. Jak velká síla uvádí raketu do pohybu, proletí-li raketa trubku za dobu $0{,}05\ s$? Jak velkou silou narazila raketa na strom, jestliže náraz trval $0{,}01\ s$? Pohyb rakety v trubce považujte za rovnoměrně zrychlený, vnější vlivy neuvažujte.

V: $40\ N$; $200\ N$

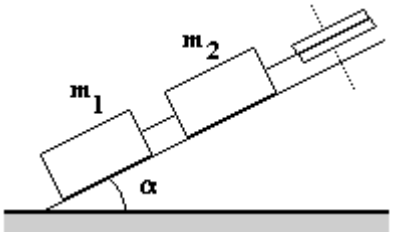
3.4 Vozík o hmotnosti M spojený pomocí vlákna a kladky se závažím o hmotnosti m vyjíždí vzhůru po nakloněné rovině s úhlem skonu α (viz obr. 35). Za jakou dobu projede vozík délku s nakloněné roviny? Počáteční rychlost vozíku byla nulová. Tření a moment setrvačnosti koleček a kladky zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $M = 0{,}5\ kg$, $m = 0{,}3\ kg$, $\alpha = 30\,°$, $s = 1\ m$, $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.



obr. 35

V: $1{,}8\ s$

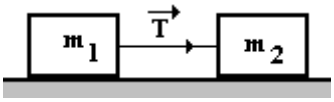
3.5 Na nakloněné rovině svírající s vodorovným směrem úhel $20\,°$ leží dvě tělesa o hmotnostech $m_1 = 2\ kg$ a $m_2 = 10\ kg$ (viz obr. 36). Tělesa jsou spojena lankem vedeným přes pevnou kladku. S jakým zrychlením se soustava těles bude pohybovat, jestliže zanedbáme tření? Hmotnost kladky a lanka zanedbejte. Jak se změní výpočet, předpokládáme-li součinitel tření mezi tělesy a nakloněnou rovinou $f = 0{,}4$?



obr. 36

V: $2{,}24\ m.s^{-2}$; nebude se pohybovat

3.6 Dvě krabice o hmotnostech m_1 a m_2 leží na hladké vodorovné podložce. Jsou spojeny provázkem, který vydrží maximální tahovou sílu $\vec{T}$. Řešte tyto úkoly: a) Určete, jakou největší silou F_1 lze táhnout za krabici o hmotnosti m_1, aby se provázek nepřetrhl. b) Potáhneme-li za krabici o hmotnosti m_2, bude maximální hodnota síly stejná? Pokud ne, určete ji. Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 100\ kg$, $m_2 = 50\ kg$, $T = 10\ N$.



obr. 37

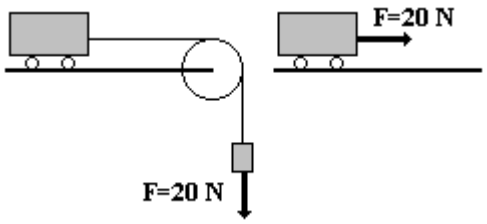
V: $30\ N$; $15\ N$

3.7 Motocyklistu pohybujícího se rychlostí o velikosti v_1 lze zastavit působením konstantní brzdící síly na dráha s_1. Jak velkou rychlostí se motocyklista pohyboval, jestliže se působením stejné síly zastavil na dráze s_2? Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $v_1 = 60\ \mathrm{km.h^{-1}}$, $s_1 = 400\ \mathrm{m}$, $s_2 = 100\ \mathrm{m}$.

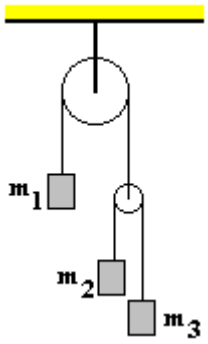
V: $30\ \mathrm{km.h^{-1}}$

3.8 Který z obou vozíčků znázorněných na obr. 38 dorazí dříve k okraji stolu? Na první vozíček působí síla o velikosti $20\ \mathrm{N}$, druhý je uváděn do pohybu závažím o tíze $20\ \mathrm{N}$. Hmotnosti m obou vozíků jsou stejné. Pohyb začíná u obou vozíků ve stejné vzdálenosti od okraje stolu.

V: vozíček na druhém obrázku



obr. 38



obr. 39

3.9 Malá kladka (viz obr. 39), jejíž hmotnost je $100\ g$, je zaklíněna (takže se nemůže pohybovat) a celá soustava je v rovnováze. Co se stane se závažími, jestliže odstraníme zaklínění malé kladky? Hmotnosti závaží jsou: $m_1 = 600\ \mathrm{g}$, $m_2 = 200\ \mathrm{g}$ a $m_3 = 300\ \mathrm{g}$.

V: závaží o hmotnosti m_1 bude klesat

3.10 Lokomotiva táhne po přímé vodorovné trati soupravu sestávající ze tří stejných vagónů, z nichž každý má hmotnost $4000\ kg$, stálou silou o velikosti $3000\ N$. Tření je zanedbatelné. Zakreslete všechny síly, které působí na první vagón. Dále určete:
a) výslednici všech sil, které působí na celou soupravu,
b) velikost zrychlení soupravy,
c) výsledné síly, které působí na první a třetí vagón.

V: $3000\ N$; $0,25\ m.s^{-2}$; $2000\ N$; $1000\ N$

3.11 Člověk o hmotnosti $80\ kg$ běží rychlostí o velikosti $8\ km.h^{-1}$ a dohání saně o hmotnosti $100\ kg$ jedoucí rychlostí o velikosti $3\ km.h^{-1}$ stejným směrem po vodorovné rovině. Jakmile saně doběhne, vskočí na ně. Jak velkou rychlostí se sáně budu pohybovat? Jak velkou rychlostí by se saně pohybovaly, pokud by člověk vskočil toutéž rychlostí na saně, které byly v klidu?

V: $5,2\ km.h^{-1}$; $3,6\ km.h^{-1}$

3.12 Železniční vagón o hmotnosti 10 tun se pohybuje rychlostí o velikosti $54\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Druhý vagón, který má hmotnost 30 tun, se pohybuje rychlostí o velikosti $4\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Oba vagóny se srazí a zůstanou do sebe zaklíněny. Jak velkou rychlostí se spojené vagóny pohybují, jestliže se před srážkou pohybovaly a) stejným, b) opačným směrem?

V: $24,3\ \mathrm{km.h^{-1}}$; $2,7\ \mathrm{km.h^{-1}}$

3.13 Ze všeho nejhorší je srážka s blbcem! To takhle jednou jede blbec o hmotnosti $100\ \mathrm{kg}$ na bruslích rychlostí o velikosti $5\ \mathrm{m.s^{-1}}$, nekouká po okolí a narazí do vás, přičemž se přezkou od bundy zahákne o vaší přezku. Vy jste stáli na bruslích a po nárazu blbce se začnete společně s ním pohybovat. Jak velkou rychlostí se budete společně pohybovat? Nyní si představte, že jedete rychlostí o velikosti $10\ \mathrm{m.s^{-1}}$ proti tomuto blbci, který se stále pohybuje rychlostí o velikosti $5\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Jakou hmotnost musíte mít, aby se blbec od vás odrazil stejně velkou rychlostí, jakou se dosud pohyboval, a vy přitom zůstali stát?

V: pro vaší hmotnost $80\ \mathrm{kg}$ vychází $2,78\ \mathrm{m.s^{-1}}$; $100\ \mathrm{kg}$

3.14 Malý Petřík o hmotnosti $48\ \mathrm{kg}$ sjíždí z kopce na saních o hmotnosti $7\ \mathrm{kg}$ tak, že těsně před koncem kopce se pohybuje rychlostí o velikosti $10\ \mathrm{m.s^{-1}}$. V tu chvíli se mu připlete do cesty Mařenka o hmotnosti $45\ \mathrm{kg}$, kterou Petřík podrazí a Mařenka mu padne do klína. Jak velkou rychlostí se budou sáňky s dětmi nyní pohybovat? Na jaké dráze sáňky zastaví svůj pohyb, je-li součinitel smykového tření mezi jejich skluznicí a sněhem 0,04? Viz též příklad 4.16 .

V: $5,5\ \mathrm{m.s^{-1}}$; $38,5\ \mathrm{m}$

3.15 Vlak o hmotnosti $4.10^5\ kg$, jedoucí rychlostí o velikosti $72\ km.h^{-1}$ po vodorovné přímé trati, začal brzdit a zastavil po 20 sekundách. Předpokládejte, že brzdící síla byla stálá. Určete:
a) vektor hybnosti na začátku a na konci pohybu vlaku,
b) vektor zrychlení vlaku,
c) určete celkovou dráhu, kterou urazil vlak během brzdění.

V: $8.10^6\ kg.m.s^{-1}$; 0; $-1\ m.s^{-2}$; $200\ m$

3.16 Těleso klouže po nakloněné rovině se sklonem $45°$ se zrychlením o velikosti $2,4\ m.s^{-2}$. Vypočtěte součinitel smykového tření tělesa s rovinou. Pod jakým úhlem je třeba sklonit tutéž rovinu, aby po ní těleso klouzalo s konstantní rychlostí? Předpokládejte, že součinitel smykového tření se v obou případech nezměnil. Odpor vzduchu zanedbejte.

V: $0,65$; $33,2°$

3.17 Těleso o hmotnosti $15\ kg$ bylo vymrštěno po nakloněné rovině, svírající s vodorovnou rovinou úhel $30°$, směrem vzhůru a ponecháno samo sobě. Tření je zanedbatelně malé. Velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$. Zakreslete všechny síly, které působí na těleso. Dále určete:
a) směr zrychlení tělesa a normálovou složku výslednice sil, které na těleso působí,
b) sílu, kterou na těleso působí nakloněná rovina,
c) výslednici sil, které působí na těleso,
d) zrychlení tělesa.

V: 0; $129,9\ N$; $75\ N$; $5\ m.s^{-2}$

3.18 Lokomotiva o hmotnosti 2 t se pohybuje stálou rychlostí o velikosti $54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Strojvedoucí spatří na kolejích překážku a za jednu minutu těsně před ní zastaví. Jak velkou silou brzdily brzdy lokomotivy a) v ideálním případě, b) v případě existence odporové síly vzduchu o průměrné velikosti 200 N?

V: 500 N; 300 N

3.19 Podvodný prodavač vánočních kaprů ve snaze vydělat více peněz vpravil do polomrtvých kaprů kameny. Takový kapr o hmotnosti 5 kg nejen, že přinesl prodavači více peněz, ale také rychle klesal ke dnu kádě. Po ponoření do vody kapr klesal tak, že za 3 s byl v hloubce 90 cm. Jak velká průměrná odporová síla vody na kapra působila?

V: 49 N

3.20 Železniční vůz se pohybuje po vodorovné přímé trati a brzdí působením síly, jejíž velikost se rovná desetině tíhy vozu a která míří proti směru pohybu vozu. Vypočítejte, za jak dlouho od začátku brzdění vůz zastaví a jakou dráhu během brzdění až do zastavení urazí. V okamžiku začátku brzdění měl vůz rychlost o velikosti $72\ \mathrm{km.h^{-1}}$.

V: $20,4\ \mathrm{s}$; $203,9\ \mathrm{m}$

3.21 Prodavač posunuje bednu s pračkou po podlaze stálou rychlostí působením konstantní síly o velikosti 400 N. Určete součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou, má-li bedna hmotnost 10 kg a pračka hmotnost 90 kg. Jak velkou silou musí prodavač na bednu s pračkou působit, aby se pohybovala se zrychlením o velikosti $0,1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$?

V: 0,4; 410 N

3.22 Sobi táhnou saně se Santa Klausem a dárky. Saně mají hmotnost 120 kg, Santa Klaus má hmotnost 90 kg a dárky mají hmotnost 100 kg. Sobi se sáněmi urazí rovnoměrně zrychleným pohybem dráhu 180 m za minutu. Jak velkou silou musejí sobi na sáně působit a) při nulovém tření mezi skluznicí saní a sněhem, b) při stálé třecí síle o velikosti 20 N?

V: 21 N; 41 N

3.23 V ruské filmové pohádce *Mrazík*, kterou v roce 1964 natočil režisér A. Rou, je scéna, kdy zlá macecha vyžene hodnou a krásnou Nastěnku o hmotnosti $40\ \mathrm{kg}$ z domu. Její vlastní otec o hmotnosti $60\ \mathrm{kg}$ jí veze na saních o hmotnosti $150\ \mathrm{kg}$ taženými koňmi do lesa. Koně na sáňky působili stálou silou o velikosti $150\ \mathrm{N}$, jejímž vlivem se sáně po dvaceti pěti sekundách rozjíždění pohybovaly rychlostí o velikosti $5\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Na této hodnotě se pak velikost rychlosti ustálila. Jaký je součinitel smykového tření mezi skluznicí sání a sněhem? Jak velkou silou udrží koně sáně v rovnoměrném pohybu? Jakou dráhu urazily sáně při rozjíždění? Odpor vzduchu zanedbejte.

V: 0,04; $100\ \mathrm{N}$; $62,5\ \mathrm{m}$

3.24 Na podlaze vagónu rozjíždějícího se metra leží balík. Určete, s jak velkým maximálním zrychlením se může metro rozjíždět, aby se balík nezačal pohybovat. S jak velkým zrychlením se bude pohybovat balík, má-li zrychlení metra velikost $4\ \mathrm{m.s^{-2}}$? Součinitel smykového tření mezi podlahou metra a balíkem je 0,3. Odpor vzduchu zanedbejte. Nakreslete obrázek s vyznačením všech sil, které na balík působí. Velikost tíhového zrychlení volte $10\ \mathrm{m.s^{-2}}$.

V: $3\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $1\ \mathrm{m.s^{-2}}$

3.25 Působením brzdící síly brzd se zastaví vlak o hmotnosti $240\ t$ jedoucí po vodorovné trati rychlostí o velikosti $54\ km.h^{-1}$ za dobu 2,5 minuty. Jak velká je tato brzdící síla? Ostatní trvale přítomné mechanické síly odporu působící proti pohybu je možné charakterizovat jako tření se součinitelem tření 0,007. Na jaké dráze se vlak zastaví?

V: $7,2\ kN$; $1125\ m$

3.26 Nákladní automobil stojí při vrcholu kopce. Po odbrzdění urazí automobil přímočarým rovnoměrně zrychleným pohybem s vypnutým motorem dráhu $100\ m$ za dobu $10,6\ s$. Úhel sklonu kopce je $15°$. Jaká je síla valivého odporu pneumatik, lze-li ji zde považovat za přímo úměrnou přítlačné síle pneumatik k vozovce? Jakou má automobil rychlost po uražení této dráhy? Jaká je rychlost automobilu u úpatí kopce dlouhého $160\ m$? Jak dlouho trvá nákladnímu automobilu uražení této dráhy? Vliv odporu vzduchu neuvažujte.

V: $0,0774G$ (G je tíha automobilu); $18,9\ m.s^{-1}$; $23,9\ m.s^{-1}$; $13,4\ m.s^{-1}$

3.27 Najděte nejkratší vzdálenost, na které může zastavit automobil, jedoucí rychlostí $130\ km.h^{-1}$ po vodorovné silnici, jsou-li pneumatiky schopny bez smyku přenést na vozovku síly tření do velikosti $0{,}7G$, kde G je velikost tíhy vozu. Za jakou dobu tuto vzdálenost automobil urazí? Odpor vzduchu zanedbejte.

V: $93\ m$; $5{,}16\ s$

3.28 Vozík o hmotnosti 15 kg je naložen nákladem o hmotnosti 135 kg a pohybuje se vlivem stálé síly o velikosti 20 N stálou rychlostí. Kola vozíku mají poloměr 15 cm. Určete hodnotu ramena valivého odporu kola vozíku na silnici.

V: 2 mm

3.29 Jarda táhne vodorovnou silou o velikosti 10 N vozík o hmotnosti 25 kg po vodorovné asfaltové silnici. Kola vozíku mají poloměr 20 cm a rameno valivého odporu kola na asfaltu je 2 mm. Určete, s jak velkým zrychlením se vozík pohybuje. Jak velkou silou by Jarda udržel vozík v rovnoměrném přímočarém pohybu?

V: $0{,}3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; 2,5 N

3.30 Balík o hmotnosti 100 kg je posouván stálou silou o velikosti 20 N po válečcích o průměru 10 cm. Určete rameno valivého odporu válečku na uvažované podložce. Jak velikou silou udržíme za uvedených podmínek ve zrychleném pohybu se zrychlením o velikosti $0{,}1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$?

V: 1 mm; 30 N

3.31 Dne 11. 7. 2002 uveřejnila televize Nova zprávu, že jistý litevský silák utáhl na svých vousech na vodorovné silnici džíp s pěti vojáky. Předpokládejte, že džíp má hmotnost $300\ kg$ a průměrná hmotnost vojáka je $80\ kg$. Lano, na němž byl džíp (i vousy) uvázán, svíralo se směrem pohybu džípu úhel $30°$. Jak velkou silou byly vousy namáhány, je-li rameno valivého odporu kola džípu na asfaltu $2\ mm$ a průměr kola je $62\ cm$? Pohyb džípu považujte za rovnoměrný.

V: $51{,}16\ N$

3.32 Jak velkou silou lze vytáhnout rovnoměrným pohybem po nakloněné rovině válec o hmotnosti $10\ kg$ a průměru $0{,}5\ m$, svírá-li nakloněná rovina s vodorovným směrem úhel $30°$? Rameno valivého odporu je $0{,}002\ m$. Proti pohybu válce působí navíc stálá odporová síla vzduchu o velikosti $20\ N$.

V: $69{,}73\ N$

3.33 Určete velikost síly, kterou udržíme na nakloněné rovině a) v klidu, b) v rovnoměrném pohybu směrem vzhůru vozík se čtyřmi koly o celkové hmotnosti 100 kg. Kola mají průměr 30 cm, rameno valivého odporu kola na nakloněné rovině je 1,5 mm. Nakloněná rovina svírá s vodorovnou rovinou úhel $30°$. Síla, kterou na vozík působíme, je rovnoběžná s nakloněnou rovinou.

V: a) 482 N; b) 498 N

3.34 Motor auta o celkové hmotnosti $960\ kg$ má tažnou sílu o velikosti $1590\ N$. Kola mají poloměr $32\ cm$ a rameno valivého odporu je $5\ mm$. Za jak dlouho dosáhne automobil rozjíždějící se rovnoměrně zrychleným pohybem z klidu rychlosti o velikosti $54\ km.h^{-1}$? Velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

V: $10\ s$

3.35 Na tenisovém kurtu se používá k jeho úpravě válec, který má vnější poloměr $20\ cm$ a délku $2\ m$. Tloušťka železa, z něhož je vyroben, je $2\ mm$. Hustota použitého železa je $7800\ kg.m^{-3}$. Pro větší účinnost válce je celý naplněn vodou. Správce kurtu jej uvedl do pohybu tak, že válec táhl za držadlo o hmotnosti $1\ kg$, přičemž držadlo svíralo s vodorovným směrem úhel $30°$. Jak velkou silou správce válec uvedl do pohybu, jestliže po uražení dráhy $1{,}5\ m$ se válec pohyboval rychlostí o velikosti $1{,}5\ m.s^{-1}$? Rameno valivého odporu válce na antuce je $20\ mm$.

V: $578{,}7\ N$

3.36 V americkém kresleném seriálu *Tom a Jerry*, který vypráví neuvěřitelné příběhy dvou nepřátel - kočky a myši - nedajících bez sebe ani ránu, vymýšlejí oba protagonisté co možná nejúčinnější způsob, jak zlikvidovat soupeře. Již nejednou se stalo, že se děj odehrával u prostřeného stolu či přímo na něm. Na takovém stole pak nechybí většinou šampaňské, které Jerry využívá k likvidaci svého protivníka. Jerry uvolní ze zavřeného šampaňského zátku o hmotnosti $20\ g$, která z láhve vyletí rychlostí o velikosti $5\ m.s^{-1}$ a narazí do Toma o hmotnosti $4\ kg$. Tom právě v té chvíli vymýšlel další brutální útok a tak stál

připraven na skate-boardu o hmotnosti $1\,kg$, jehož kolečka mají průměr $5\,cm$ a rameno valivého odporu je $2,2\,mm$. Z kolika lahví musí Jerry uvolnit zátky za jednotku času, aby se začal Tom pohybovat stálou rychlostí? Jak velkou rychlostí se v tom případě Tom pohybuje? Předpokládejte, že se zátka po nárazu do Toma odrazí zpět rychlostí o velikosti 10% původní. Velikost tíhového zrychlení volte $10\,m.s^{-2}$.

V: $40\,s^{-1}$; $0,88\,m.s^{-1}$

3.37 Na podlaze výtahu, který se pohybuje směrem dolů a brzdí se stálým zrychlením o velikosti $2\,m.s^{-2}$ (vzhledem k Zemi), leží bedna o hmotnosti $60\,kg$. Velikost tíhového zrychlení volte $10\,m.s^{-2}$. Určete:
a) vektor zrychlení bedny vzhledem k Zemi,
b) směr a velikost všech sil, které působí na bednu a určete jejich výslednici,
c) velikost síly, kterou působí bedna na podlahu.

V: $2\,m.s^{-2}$; $120\,N$; $720\,N$

3.38 Volejbalový míč o hmotnosti $400\,\mathrm{g}$ dopadl z výšky $1,25\,\mathrm{m}$ na hlavu hráče. Jak velkou silou působil míč na hlavu hráče, jestliže náraz trval $0,1\,\mathrm{s}$? Velikost tíhového zrychlení volte $10\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

V: 24 N

3.39 Kovová kulička o hmotnosti 200 gramů je přivázána na provázek délky 80 cm a pohybuje se na vodorovném stole po kružnici. Kolik oběhů za minutu může kulička maximálně vykonat, vydrží-li provázek maximální sílu o velikosti 0,4 kN?

V: $477\,\mathrm{min^{-1}}$

3.40 Automobil projíždí rychlostí o stálé velikosti $72\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ vodorovnou zatáčkou. Zakreslete všechny síly, které na automobil působí, a určete minimální poloměr zatáčky, při kterém automobil projede zatáčku bez smyku. Součinitel smykového tření mezi koly automobilu a silnicí je 0,4.

V: 100 m

3.41 Artista o hmotnosti $80\,kg$ jezdí na motocyklu o hmotnosti $20\,kg$ v kouli smrti o průměru $10\,m$. Vzdálenost těžiště artisty a motocyklu od koule je $1\,m$. S jakou minimální frekvencí musí jezdit po vnitřní stěně koule, aby nespadl? Určete velikost odstředivé síly, která na artistu působí.

V: $0,25\,Hz$; $785\,N$

3.42 Pilot o hmotnosti 90 kg letí v akrobatickém letadle rychlostí o velikosti $720\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ po kružnici o poloměru 500 m ležící ve svislé rovině. Jak velkou silou je pilot vtlačován do sedačky v nejvyšším a nejnižším bodě trajektorie?

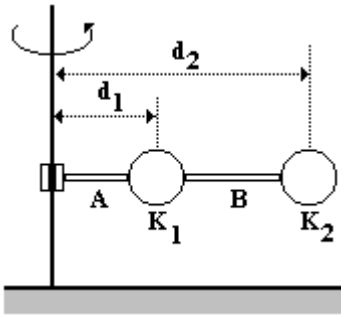
V: 6300 N; 8100 N

3.43 Kruhová ocelová konstrukce řetízkového kolotoče má poloměr $3\,\mathrm{m}$. Na obvodu jsou zavěšené sedačky na řetízku dlouhém $2\,\mathrm{m}$. Jak velkou rychlostí se pohybuje sedačka kolotoče, svírá-li řetízek se svislým směrem úhel $30\,°$?

V: $4,8\,\mathrm{m.s^{-1}}$

3.44 Malý Radovan o hmotnosti $40\,kg$ se šel podívat na pouť. V dobré víře nasedl na dětský kolotoč, který byl po chvíli uveden do pohybu. Kolotoč měl periodu oběhu $10\,s$ a na Radovana působila dostředivá síla o velikosti $205\,N$. K ovládání kolotoče se ale připletl zlý výrostek Hugo. Ten věděl, že se Radovanovi při obvodové rychlosti větší než $45\,km.h^{-1}$ dělá špatně, a proto zvětšil frekvenci otáčení kolotoče o 50 %. Jak velká byla po zvýšení frekvence obvodová rychlost sedátka kolotoče? Podařil se Hugovi jeho zákeřný plán?

V: $12,24\,m.s^{-1}$; ne



obr. 40

3.45 Letadlo letí rychlostí o velikosti $320\,km.h^{-1}$ zatáčkou o poloměru $500\,m$. Jaký úhel svírá rovina křídel s horizontální rovinou?

V: 31,8°

3.46 Závodní dráha v cyklistické hale je klopená a s vodorovným směrem svírá úhel $20°$. Pro jak velkou rychlost pohybu cyklisty je dráha určená, je-li poloměr zatáčky 60 m? Odporové síly působící při pohybu na cyklistu zanedbejte.

V: $14{,}6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

3.47 Na každém konci vodorovné tyče délky $2a$, která se může otáčet kolem svislé osy procházející jejím středem, je zavěšena tyče délky l a hmotnosti m. Spojení tyčí je takové, že zavěšená tyč se může vlivem rotace vodorovné tyče odklonit o libovolný úhel. Najděte závislost úhlové frekvence na úhlu, který svírá zavěšená tyč se svislým směrem. Při jaké úhlové frekvenci bude zavěšená tyč ve vodorovné poloze?

V: $\omega = \sqrt{\dfrac{2g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2a + l\sin\alpha}}$; nelze

3.48 Soustava zobrazená na obr. 40, sestávající ze dvou malých kuliček K_1 a K_2, které mají hmotnosti $m_1 = 0{,}30\ kg$ a $m_2 = 0{,}20\ kg$, a dvou tuhých tyčí A a B se zanedbatelnými hmotnostmi, se rovnoměrně otáčí úhlovou rychlostí $10\ rad.s^{-1}$ kolem svislé osy. Vzdálenosti kuliček od osy rotace jsou $d_1 = 200\ mm$ a $d_2 = 500\ mm$. Soustavu považujte za dokonale tuhou a předpokládejte, že nepůsobí tíhové síly a odpor vzduchu. Určete:
a) zrychlení obou kuliček,
b) výslednou sílu, sílu dostředivou a sílu od tyče působící na kuličku K_2,
c) výslednou sílu, sílu dostředivou a sílu od tyče A a sílu od tyče B působící na kuličku K_1.

V: $20\ m.s^{-2}$; $50\ m.s^{-2}$; $10\ N$; $10\ N$; $10\ N$; $6\ N$; $16\ N$; $-10\ N$

4. <u>Mechanická práce, energie, výkon</u>

4.1 Dělník naložil na nákladní auto písek o objemu $4\ m^3$. Na lopatu nabral průměrně písek o objemu $3\ dm^3$ a házel jej do výšky $2{,}4\ m$. Průměrná hustota písku je $2600\ kg.m^{-3}$. a) Jakou práci vykonal? b) Jakou práci by vykonal, kdyby pokaždé na lopatu průměrně nabral písek o objemu jen $2\ dm^3$?

V: $245\ kJ$; stejnou

4.2 Automobil o hmotnosti $0{,}5$ t urazil vzdálenost $0{,}5$ km. První pětinu dráhy se rozjížděl se stálým zrychlením o velikosti $2\ \mathrm{m.s^{-2}}$ a zbytek cesty se pohyboval stálou rychlostí. Během celého pohybu na něj působila průměrná odporová síla vzduchu o velikosti 200 N. Určete práci, kterou vykonal motor auta, a velikost rychlosti, kterou se pohyboval automobil na konci uvažované dráhy.

V: 200 kJ; $20\ \mathrm{m.s^{-1}}$

4.3 Zedník zvedá z přízemí do druhého patra, které je 5 m nad přízemím, kbelík malty o hmotnosti 20 kg. Určete, jakou práci zedník vykoná, pohybuje-li se kbelík: a) stálou rychlostí o velikosti $0{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; b) se zrychlením o velikosti $0{,}05\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

V: 1000 J; 1005 J

4.4 Po vodorovných přímých kolejích se pohyboval v jednom směru na dráze délky $20\ m$ vagón tažený vodorovným lanem, které svíralo se směrem pohybu úhel $30°$ a které bylo napínáno silou o velikosti $800\ N$. Síla valivého tření měla velikost $200\ N$. Zakreslete všechny síly působící na vagón. Jakou práci vykonala:
a) síla, kterou bylo napínáno lano,
b) síla valivého tření.
c) tíhová síla působící na vagón,
d) výslednice všech sil působících na vagón?

V: $13{,}9\ kJ$; $4\ kJ$; 0; $9{,}9\ kJ$

4.5 Jarda táhne po vodorovné podložce saně silou o velikosti 70 N tak, že provaz svírá se směrem pohybu úhel $60°$. Součet velikostí třecí a odporové síly vzduchu je 25 N. Jakou práci Jarda vykoná na dráze 100 m?

V: 6 kJ

4.6 Lokomotiva o hmotnosti 60 t se pohybuje po přímých vodorovných kolejích. Jakou práci vykoná, tažná síla lokomotivy na dráze 100 m, jestliže lokomotiva jede:
a) stálou rychlostí o velikosti $54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$;
b) se zrychlením o velikosti $0{,}05\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$;
c) stálou rychlosti o velikosti $54\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ za přítomnosti odporových sil o velikosti 500 N?

V: 0 J; 300 kJ; 50 kJ

4.7 Motor vozidla, které má hmotnost $1200\,kg$, vyvíjí v časovém intervalu $(t_1; t_2)$, kde $t_1 = 0\,s$ a $t_2 = 10\,s$, tažnou sílu o velikosti $1500\,N$. V okamžiku t_1 měla rychlost vozidla velikost $20\,m.s^{-1}$. Určete:
a) velikost zrychlení vozidla,
b) velikost rychlosti a uraženou dráhu během zrychlování jako funkci času,
c) velikost rychlosti a uraženou dráhu během zrychlování v čase t_2,
d) práci, kterou vykonala tažná síla motoru.
Odpor vzduchu a tření zanedbejte.

V: $1,25\,m.s^{-2}$; $32,5\,m.s^{-1}$; $262,5\,m$; $394\,kJ$

4.8 Osobní automobil o hmotnosti $1000\,kg$ se rozjíždí po vodorovné silnici z klidu se zrychlením o velikosti $2\,m.s^{-2}$. Jaká je tažná síla motoru automobilu, je-li součinitel smykového tření pneumatik na vozovce 0,06? Jak velkou práci vykoná motor automobilu za 10 sekund pohybu? Odpor vzduchu zanedbejte.

V: $2600\,N$; $260\,kJ$

4.9 Jak velkou práci vykoná tažná síla při přepravě břemene o hmotnosti $500\,kg$ po vodorovné rovině do vzdálenosti $15\,m$, je-li tření rovno 3 % tíhy břemene?

V: $2,2\,kJ$

4.10 Kabina výtahu má hmotnost 500 kg. Skupina lidí o celkové hmotnosti 250 kg vyjede v této kabině do výšky 12 m za minutu a čtvrt. Jaká je účinnost motoru výtahu, je-li jeho příkon 1500 W? Jaká energie se přemění na nemechanické formy za dobu 0,5 h?

V: 80 %; $150\,\mathrm{W \cdot h}$

4.11 Jaký výkon lze přenášet řemenem $60\,mm$ širokým, jestliže dovolené namáhání na $1\,mm$ šířky řemenu je $12\,N$? Průměr řemenice je $250\,mm$ a frekvence jejího otáčení $12\,\mathrm{s}^{-1}$.

V: $6,78\,kW$

4.12 Jaká je řezná síla nože soustruhu, jehož motor má výkon $6\,kW$, účinnost soustruhu je 86 %, průměr obráběného hřídele je $180\,mm$ a frekvence otáčení $7,5\,\mathrm{s}^{-1}$?

V: $1217\,N$

4.13 Bruslař o hmotnosti $50\,kg$ se pohybuje rovnoměrně po horizontální dráze. Od okamžiku, kdy se přestane odrážet, do zastavení urazí dráhu $60\,m$ za dobu $25\,s$ rovnoměrně zpomaleným pohybem. Určete součinitel smykového tření a výkon, který bruslař spotřebuje při rovnoměrném pohybu.

V: $46\,W$

4.14 Elektrická lokomotiva o hmotnosti $200\,t$ táhne vlak o hmotnosti $800\,t$. Po trati, která má stoupání $4\,m$ na každý $1\,km$ délky, projíždí konstantní rychlostí dráhu $3\,km$.Vypočtěte: a) práci vykonanou lokomotivou na této dráze; b) výkon lokomotivy, projede-li tuto trať za 5 minut. Součinitel smykového tření kol je 0,002. Odpor vzduchu zanedbejte.

V: a) $176,6\,MJ$; b) $0,58\,MW$

4.15 Auto s hmotností $1000\,kg$ má motor o výkonu $100\,kW$. V jakém největším stoupání je toto auto schopno udržet velikost rychlosti $72\,km.h^{-1}$?

V: $30,6°$

4.16 Jak vysoko nad vodorovným terénem se nacházel vrchol kopce, z něhož sjížděl Petřík na saních z příkladu 3.14 ? Odpor vzduchu zanedbejte. Velikost tíhového zrychlení volte $10\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

V: 5 m

4.17 Malý Jarda sedí na saních na vrcholu kopce, který svírá s vodorovnou rovinou úhel $30°$. Délka svahu přitom je 20 m. Jak velkou rychlostí se bude Jarda, který bez odrazu sjede z kopce, pohybovat na úpatí kopce? Odporové a třecí síly zanedbejte.

V: $14\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

4.18 Vystřelené torpédo je při pohybu pod vodní hladinou poháněno motorem na stlačený vzduch. Motor má výkon $60\,kW$ a jeho účinnost je 84 %. Určete tahovou sílu hnacího šroubu, jestliže torpédo urazí za $5\,min$ rovnoměrným pohybem dráhu $4500\,m$.

V: $3{,}36\,kN$

4.19 Rozloha pevninské části USA je asi $8.10^6\,km^2$, průměrná nadmořská výška je $500\,m$. Průměrné roční srážky činí $75\,cm$. Dvě třetiny dešťové vody se odpaří zpět do atmosféry, zbytek se dostává do oceánu. Představte si, že by odpovídající přírůstek tíhové potenciální energie vody mohl být plně využit pro výrobu elektrické energie. Jaký by byl průměrný výkon pomyslné elektrárny?

V: $317\,GW$

4.20 Niagarským vodopádem protéká přibližně $5{,}5.10^6\,kg$ vody za sekundu. K jakému poklesu tíhové potenciální energie vody každou sekundu dochází, padá-li voda z výšky $50\,m$? Představte si, i když je to nemožné, že by se této energie využilo pro výrobu elektřiny. Jak velký výkon by byl dodáván do sítě? Kolik bychom získali ročně, kdyby cena jedné kilowatthodiny elektrické energie byla 30 haléřů?

V: $2{,}75\,GJ$; $2{,}75\,GW$; $7{,}23.10^9\,Kč$

4.21 Auto o hmotnosti *m* se rozjíždí po dobu *t* na vodorovné silnici působením stálé síly motoru. Za uvedenou dobu auto získá rychlost o velikosti *v*. Třecí síla, jejíž velikost je F_t, je konstantní. Odpor vzduchu zanedbejte. Určete: a) kinetickou energii, kterou auto získá v čase *t*; b) práci motoru vykonanou za dobu *t*; c) průměrný výkon P_1 motoru při uvedeném rozjíždění auta; d) výkon P_2 motoru potřebný k udržení stálé rychlosti *v* rozjetého auta; e) podíl $P_2:P_1$; f) dráhu, kterou auto jedoucí rychlostí *v* urazí setrvačností po vypnutí motoru.
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $m = 1100\,\mathrm{kg}$, $t = 28\,\mathrm{s}$, $F_t = 0{,}31\,\mathrm{kN}$, $v = 72\,\mathrm{km.h^{-1}}$ a $g = 10\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

V: a) $220\,\mathrm{kJ}$; b) $306{,}8\,\mathrm{kJ}$; c) $10{,}96\,\mathrm{kW}$; d) $6{,}2\,\mathrm{kW}$; e) 0,566; f) $709{,}7\,\mathrm{m}$

4.22 Cyklista s kolem o celkové hmotnosti $90\,\mathrm{kg}$ jede rychlostí o velikosti $12\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Na úseku délky $50\,\mathrm{m}$ při rovnoměrně zrychleném pohybu zvýší velikost svojí rychlosti na $24\,\mathrm{km.h^{-1}}$ a na dalším úseku délky $100\,\mathrm{m}$ též při rovnoměrně zrychleném pohybu dále zvýší velikost svojí rychlosti na $36\,\mathrm{km.h^{-1}}$.

a) Určete zrychlení cyklisty na každém úseku a porovnejte je.
b) Určete průměrný výkon potřebný ke zrychlování cyklisty na každém úseku a porovnejte je. Odporové síly neuvažujte.
c) Určete okamžitý výkon potřebný ke zrychlování cyklisty na začátku prvního úseku a na konci druhého úseku. Odporové síly neuvažujte.
d) Při jízdě působí proti pohybu odporová síla, jejíž velikost je přímo úměrná druhé mocnině velikosti rychlosti. Při rychlosti $24\,\mathrm{km.h^{-1}}$ je velikost této síly $20\,\mathrm{N}$. Určete okamžitý výkon cyklisty na začátku prvního úseku a na konci druhého úseku.

V: a) $0{,}33\,\mathrm{m.s^{-2}}$; $0{,}28\,\mathrm{m.s^{-2}}$; b) $149{,}7\,\mathrm{W}$; $208{,}6\,\mathrm{W}$; c) $99{,}7\,\mathrm{W}$; $250{,}4\,\mathrm{W}$; d) $116{,}4\,\mathrm{W}$; $700{,}4\,\mathrm{W}$

4.23 Automobil o hmotnosti $1500\,kg$ se pohyboval po přímé trajektorie délky $100\,m$ se stálým zrychlením o velikosti $0{,}8\,m.s^{-2}$ mířícím ve směru pohybu. Jeho počáteční rychlost měla velikost $15\,m.s^{-1}$. Určete:
a) výslednici sil, které na automobil během pohybu působí,
b) práci, kterou vykonala výslednice sil z bodu a),
c) přírůstek kinetické energie automobilu,
d) výslednou kinetickou energii a výslednou velikost rychlosti automobilu.
Třecí síly a odpor vzduchu zanedbejte.

V: $1200\,N$; $120\,kJ$; $120\,kJ$; $289\,kJ$; $19{,}6\,m.s^{-1}$

4.24 Jedna z variant, jak může vězeň Krákora opustit vězení dřív, než dostane od prezidenta milost nebo trest sám vyprší, je prohrabat si ven tunel. Není to jednoduché, ale jde to. Při kopání tunelu, který nakonec musel mít délku $0{,}5\,km$, si Krákora všiml, že na každý metr hrabání spotřeboval energii $5\,kJ$. Když byl tunel hotov a on se konečně dostal ven, vzpomněl si na kamaráda o hmotnosti $80\,kg$, který s ním byl v cele. Kamarád byl ale strašně nemocný, takže ho krákora zabalil do deky a táhl ho tunelem ven. Potom si Krákora uvědomil, že v cele ještě zůstali jeho osobní věci o celkové hmotnosti $10\,kg$. I ty Krákora zabalil do deky a táhl je ven. Součinitel smykového tření mezi dekou a vykopaným tunelem

byl 0,8. Jakou celkovou energii musel Krákora do útěku vložit (tj. vykopání tunelu a odnošení všeho z cely)? Kolika čokoládami by bylo možné tuto energii nahradit? Využitelnou energii čokolády odhadněte.

V: $2,85\ MJ$; jedna a kousek čokolády

4.25 Vypočtěte, jakou silou a do jaké výše bylo zvednuto těleso o hmotnosti $10\ kg$, jestliže se jeho potenciální energie zvětšila o $98,06\ J$ a vykonala práci $400\ J$.

V: $1\ m$; $400\ N$

4.26 Brankář vyhodil míč rychlostí o velikosti $35\ m.s^{-1}$. Bezprostředně před tím, než míč zachytil ve stejné výšce útočník, byla velikost rychlosti míče $28\ m.s^{-1}$. Zjistěte, k jak velké ztrátě energie míče došlo vlivem odporu prostředí. Hmotnost míče je $0,3\ kg$.

V: $66,15\ J$

4.27 Výška peřejí na řece je $15\ m$. Velikost rychlosti toku řeky nad peřejemi je $3,2\ m.s^{-1}$, pod nimi $13\ m.s^{-1}$. Jaká část změny tíhové potenciální energie, k níž došlo při pádu vody, přispěla k přírůstku energie kinetické?

V: 53 %

4.28 Při oslavě uspořádané při příležitosti příchodu Nového roku otvíral Jarda láhev šampaňského. Láhev držel ve svislé poloze tak, že se konec zátky nacházel $3\ \mathrm{m}$ od stropu místnosti. Po otevření láhve z ní špunt o hmotnosti $20\ \mathrm{g}$ vyletěl rychlostí o velikosti $8\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Jak velkou silou narazila zátka na strop, jestliže její brždění o strop trvalo $0,01\ \mathrm{s}$?

V: $4,5\ \mathrm{N}$

4.29 Jarda vystřelí svisle vzhůru míč o hmotnosti 0,5 kg rychlostí o velikosti $4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ z výšky 1 m nad zemí. Do jaké výšky míč vyletí a) při zanedbání odporových sil vzduch, b) má-li odporová síla vzduchu průměrnou velikost 2,5 N?

V: a) 1,82 m; b) 1,54 m

4.30 Ve 22. dílu (s názvem *The Army - Navy Game*, který v roce 1972 natočil režisér Gene Reynolds) amerického seriálu M*A*S*H (byl natáčen v letech 1972 - 1983) dopadne do tábora bomba. O její zneškodnění se pokoušejí Hawkeye Pierce a Traper McIntyre. Bomba nakonec vybuchne a naštěstí jen zaplaví tábor propagačními letáky. Bomba měla hmotnost $50\ \mathrm{kg}$ a zaryla se do země do hloubky $50\ \mathrm{cm}$. Průměrná odporová síla vzduchu měla velikost $50\ \mathrm{N}$, průměrná odporová síla země měla velikost $1,5\ \mathrm{MN}$. Z jak velké výšky byla bomba vypuštěna? Jak velkou rychlostí se pohybovala těsně před dopadem na zem? Předpokládejte, že vertikální složka počáteční rychlosti byla nulová.

V: $1,7\ \mathrm{km}$; $173,2\ \mathrm{m.s^{-1}}$

4.31 Na vrcholu svahu, který svírá s vodorovnou rovinou úhel $10°$ a má délku 100 metrů, stojí automobil o hmotnosti 500 kg. Jak velkou rychlostí se bude automobil pohybovat na konci svahu, rozjede-li se bez působení sil motoru? Průměrná odporová síla působící na automobil během pohybu má velikost 400 N.

V: $13,4\ \mathrm{m.s^{-1}}$

4.32 Voda v řece proudí rychlostí o velikosti $7,2\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a každou sekundu proteče voda o hmotnosti 20 kg. Přes jez padá voda do hloubky 1,5 m, kde si kutil Jarda postavil turbínu, pomocí níž chce získávat elektrický proud. Jaký maximální výkon turbína poskytne, odhaduje-li Jarda ztráty na 30 %?

V: 234 W

4.33 Zemědělský stroj sbírá posekanou trávu a pomocí fukaru ji dopravuje na valník jedoucí vedle stroje. Stroj dopravuje trávu do výšky 2,5 m a nahoře ji vypouští rychlostí o velikosti $18\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Jaké množství trávy přepraví stroj s výkonem 75 W za dobu 2 s? Jaký je příkon stroje, je-li jeho účinnost 75 %?

V: 4 kg; 100 W

4.34 Nákladní automobil s vadnými brzdami sjíždí po svahu. V okamžiku, kdy jej řidič navádí na bezpečností nájezd o sklonu $15°$, ukazuje tachometr údaj $130\ km.h^{-1}$. Jakou nejmenší délku by musel mít nájezd, aby na něm automobil ještě dosáhl nulové okamžité rychlosti? Proč bývají bezpečnostní nájezdy obvykle pokryty silnou vrstvou písku nebo štěrku?

V: $252\ m$

4.35 Na vodorovný úsek silnice navazuje stoupání se stálým sklonem a pak opět navazuje vodorovný úsek. Automobil měl na dolní vodorovné rovině velikost okamžité rychlosti v_1 a při vypnutém motoru vyjel na horní vodorovnou rovinu, přičemž se velikost jeho okamžité rychlosti zmenšila na hodnotu v_2. Doba jízdy do kopce je Δt.
a) Určete minimální velikost okamžité rychlosti na vodorovné rovině, která postačuje k vyjetí svahu.

b) Určete dobu, po kterou se bude automobil pohybovat do svahu v úloze a).
c) Určete sklon svahu (tj. poměr výšky a délky svahu) v procentech.
d) Určete délku svahu.
Třecí a odporové síly zanedbejte. Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $v_1 = 50\ \mathrm{km.h^{-1}}$, $v_2 = 30\ \mathrm{km.h^{-1}}$, $\Delta t = 12\ \mathrm{s}$ a $g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$.

V: a) $40\ \mathrm{km.h^{-1}}$; b) $24\ \mathrm{s}$; c) 4,72 %; d) $133{,}3\ \mathrm{m}$

4.36 Románový hrdina Tarzan se zhoupne ze skalního výběžku na liáně dlouhé $18\ m$. Nejnižší bod jeho trajektorie leží $3{,}2\ m$ pod úrovní výběžku. Liána vydrží zátěž $950\ N$, Tarzan má tíhu $688\ N$. Jak velká je největší síla, která napíná liánu během Tarzanova zhoupnutí? Přetrhne se liána?

V: $932\ N$, liána nepraskne

4.37 Kyvadlo je tvořeno kuličkou o hmotnosti *m* připevněnou na konci tuhé tyče délky *L*. Hmotnost tyče je zanedbatelná. Kuličku zvedneme tak, aby tyčka mířila přímo vzhůru, a pak uvolníme. Jak velká je rychlost kuličky v nejnižším bodě její trajektorie? Jak velkou silou je namáhána tyč při průchodu kuličky tímto bodem? Kyvadlo nyní vychýlíme tak, aby tyč byla vodorovná, a opět uvolníme. Jaký úhel svírá tyč se svislým směrem v okamžiku, kdy jsou tíhová síla a tahová síla tyče působící na kuličku stejně velké?

V: $v_{max} = 2\sqrt{gL}$; $F = 5mg$; $\varphi = 60°$

5. Gravitační pole

5.1 Určete velikost gravitačního zrychlení na povrchu Měsíce. V jaké vzdálenosti od Země má gravitační zrychlení Země stejnou velikost jako gravitační zrychlení Měsíce na jeho povrchu? Hmotnost Měsíce je $7{,}35.10^{22}\ kg$, hmotnost Země je $6.10^{24}\ kg$, poloměr Měsíce je $1740\ km$ a poloměr Země je $6378\ km$.

V: $1{,}62\ m.s^{-2}$; $9343\ km$

5.2 Mars o hmotnosti $6{,}42\cdot10^{23}\ \mathrm{kg}$ působí na měsíc Phobos o hmotnosti $1{,}07\cdot10^{16}\ \mathrm{kg}$ silou o velikosti $5{,}21\cdot10^{15}\ \mathrm{N}$. Jak daleko od Marsu Phobos obíhá, obíhá-li přibližně po kružnici?

V: 9378 km

5.3 Na kosmickou loď o hmotnosti 10 tun působí gravitační síla Země o velikosti 95 kN. Jak daleko od povrchu Země se kosmická loď nachází? Jak velká je v tomto místě intenzita gravitačního pole Země?

V: $112{,}48\ km$; $9{,}5\ m.s^{-2}$

5.4 Korpulentní paní chce zažít ten krásný pocit, kdy poté, co se postaví na běžnou váhu, váha ukáže přijatelnou hmotnost. Proto si zaplatí cestu do vesmíru, protože ví, že větší vzdálenosti od Země by si mohla své přání splnit. Jak daleko od Země musí vyletět, aby: a) hmotnost paní klesla na čtvrtinu její hmotnosti na Zemi, b) běžná váha, na kterou si paní stoupne, ukázala čtvrtinu hodnoty, kterou ukazuje na Zemi?

V: nelze zrealizovat; do vzdálenosti rovné poloměru Země od povrchu Země

5.5 Určete velikost intenzity gravitačního pole na povrchu Jupitera, jehož hmotnost je $1{,}9\cdot10^{27}\ \mathrm{kg}$ a poloměr 69911 km. V jaké vzdálenosti od povrchu planety klesne velikost intenzity na devítinu původní hodnoty?

V: $25{,}9\ \mathrm{N\cdot kg^{-1}}$; dvojnásobek poloměru

5.6 Vypočtěte velikost intenzity gravitačního pole Slunce ve vzdálenosti, ve které kolem Slunce obíhá Země.

V: $6\cdot10^{-3}\ \mathrm{N\cdot kg^{-1}}$

5.7 Jaká tíhová síla působila na kabinu kosmické lodi Vostkok I. ve výši 300 km, jestliže její hmotnost byla $4725\ kg$?

V: $42{,}26\ kN$

5.8 Družice o hmotnosti 50 tun obíhá kolem Země ve vzdálenosti 400 km od jejího povrchu. Vypočtěte v místě, kde se nachází družice, velikost intenzity gravitačního pole Země. V jaké vzdálenosti od Země bude na družici působit gravitační síla Země o velikosti 100 kN?

V: $8{,}7\ \mathrm{N\cdot kg^{-1}}$; 7768 km

5.9 Ocelová kulička odskakuje od ocelové podložky v jednosekundových intervalech. Jak vysoko se kulička odráží, je-li odraz kuličky od podložky dokonale pružný?

V: $1{,}25\ m$

5.10 Z určité výšky byla současně hozena stejnou počáteční rychlostí o velikosti v_0 dvě tělesa: jedno svisle vzhůru, druhé svisle dolů. Jak závisí vzájemná vzdálenost *d* těchto dvou těles na čase?

V: $d = 2v_0t$

5.11 Z výšky h_1 nad zemí bylo volně spuštěno těleso. Ve stejném okamžiku bylo vrženo rychlostí $\vec{v}_0$ svisle vzhůru druhé těleso ve výšce h_2 . Na zem dopadla obě tělesa současně. Určete:

a) dobu pohybu,

b) velikost rychlosti v_0 .

Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty $h_1 = 20\ m$, $h_2 = 15\ m$, $g = 10\ m.s^{-2}$. Odpor prostředí zanedbejte.

V: $2\ s$; $2{,}5\ m.s^{-1}$

5.12 Z jámy o hloubce *h* pod povrchem země byla vystřelena střela rychlostí o velikosti v_0 pod elevačním úhlem α . Jaké maximální výšky dosáhne střela nad vodorovným povrchem země? Odpor vzduchu zanedbejte. Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty: $h = 1{,}5\ m$, $v_0 = 60\ m.s^{-1}$, $\alpha = 60°$ a $g = 10\ m.s^{-2}$.

V: $133{,}5\ m$

5.13 Těleso bylo vrženo svisle vzhůru rychlostí $\vec{v}_0$. V nejvyšším bodě dráhy se octlo po deseti sekundách pohybu. Do jaké výšky těleso vystoupilo? Jaká byla velikost jeho počáteční rychlosti v_0 ? V jaké výšce se nacházelo těleso v čase $15\ s$ od počátku pohybu? Odpor vzduchu zanedbejte.

V: $500\ m$; $100\ m.s^{-1}$; $375\ m$

5.14 Silvestrovská raketa je zapalována pomocí pět metrů dlouhé zápalné šňůry, která hoří rychlostí metr za pět sekund. Ke světelnému efektu dojde, jestliže raketa dosáhne své maximální výšky $45\ m$. Jak dlouho před půlnocí je třeba zapálit zápalnou šňůru, aby světelný efekt vypukl přesně o půlnoci? Jak velkou rychlostí raketa odstartovala? Velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

V: $28\ s$; $30\ m.s^{-1}$

5.15 Míč hozený svisle na zem z výšky jednoho metru vyskočí do výšky šesti metrů. Jak velkou rychlostí byl míč hozen? Odporové síly zanedbejte.

V: $9{,}9\ \mathrm{m.s^{-1}}$

5.16 Letadlo letící ve výšce $320\ m$ rychlostí o velikosti $75\ m.s^{-1}$ dohání člun pohybující se rychlostí o velikosti $25\ m.s^{-1}$ ve stejném směru jako letadlo. V jaké vzdálenosti za lodí musí být vypuštěna bomba, aby zasáhla člun? Jak velkou rychlostí bomba na člun dopadne? Odpor vzduchu zanedbejte.

V: $400\ m$; $94{,}3\ m.s^{-1}$

5.17 Zásoby potravin, určené skupině polárních badatelů, byly spuštěny bez padáku z letadla letícího vodorovným směrem rychlostí o velikosti $360\ km.h^{-1}$ ve výšce 845 *m*. Vítr foukal rychlostí o velikosti $10\ m.s^{-1}$ proti pohybu letadla. V jaké vzdálenosti od tábora musí být spuštěn balík, aby dopadl na určené místo? Jak dlouho se balík pohyboval vzduchem? Tíhové zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

V: $1170\ m$; $13\ s$

5.18 Jarda jede na kole rychlostí o velikosti $36\ \mathrm{km.h^{-1}}$ a přijede k terénní nerovnosti, v níž teče potok. Cesta pokračuje za potokem v hloubce 1,25 m. Jak může být potok maximálně široký, aby jej Jarda

(aniž by zastavil) přeskočil? Velikost stálé rychlosti protivětru je $2\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Jarda se při přeskakování potoka neodráží do výšky.

V: 4 m

5.19 Volejbalové hřiště je dlouhé $9\ m$. Hráč, který podává horem tak, že míč letí od ruky vodorovně, dá eso, přičemž míč dopadne na zadní čáru. Úder do míče vede hráč ve výšce $2,5\ m$ nad zemí. Jaká je velikost počáteční rychlosti míče? Jak vysoko nad zemí je horní část sítě?

V: $12,6\ m.s^{-1}$; $1,875\ m$

5.20 Osobní automobil jedoucí po vodorovné silnici má na zahrádce ve výšce $1,8\ m$ nad silnicí horizontálně připevněnou dřevěnou desku. Ve vzdálenosti $0,75\ m$ od předního okraje desky je na desce položen nepřivázaný balík. Díky aktuálnímu stavu silničního provozu byl řidič tohoto auto nucen náhle brzdit se zrychlením o velikosti $8\ m.s^{-2}$. S jak velkým zrychlením se začal pohybovat balík po dřevěné desce? Jak daleko od paty kolmice vedené z předního okraje dřevěné desky k vodorovné silnici dopadl balík na silnici? Součinitel smykového tření mezi balíkem a dřevěnou deskou je 0,2, velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

V: $6\ m.s^{-2}$; $1,8\ m$

5.21 Agent 007 James Bond při útěku z jedné, ne zrovna podařené akce, ujížděl svým pronásledovatelům na motocyklu rychlostí $198\ km.h^{-1}$. Ve spěchu při útěku si tento dokonalý hrdina neuvědomil, že ho cesta zavede k útesu, z něhož bude muset chtě nechtě i s motocyklem „sjet“. Ještě před skokem si neohrožený James Bond všiml, že fouká protivítr rychlostí o velikosti $5\ m.s^{-1}$. Do vody se Bondovým pronásledovatelům nechtělo, a tak stáli a sledovali Bondův kousek, kterým jim unikl a zachránil si tak život. Jak tak pronásledovatelé stáli na útesu, všimli si, že Bond dopadl do vody za 3 *s*. Jak vysoký byl útes, z něhož Bond skočil? Jak daleko od útesu dopadl?

V: $45\ m$; $150\ m$

5.22 Z výšky 3,2 *m* byl vržen kámen do vody vodorovným směrem rychlostí $20\ m.s^{-1}$. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti dopadne kámen do vody?

V: $0,8\ s$; $16\ m$

5.23 Dopravníkový pás na uhlí se pohybuje ve vodorovném směru. Za jakou dobu dopadne uhlí na zem, jestliže padá z výšky 180 *cm* nad úrovní podlahy a dopadá do vzdálenosti 120 *cm*? Jaká je velikost rychlosti dopravníkového pásu?

V: $0,6\ s$; $2\ m.s^{-1}$

5.24 Hráč fotbalu vykopl míč pod úhlem $30°$ a ten dopadl do vzdálenosti 40 metrů od místa výkopu. Jak dlouho se míč pohyboval vzduchem? Jaká byla velikost počáteční rychlosti pohybu míče? Do jaké maximální výšky míč vystoupil?

V: 2,17 s; $21,3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; 5,8 m

5.25 Jarda vykopl míč pod úhlem $60°$. Míč vystoupal až k Jardovu kamarádovi Martinovi, který trhal jablka na stromě ve výšce 3,75 m nad zemí. Jak velkou rychlostí Jarda míč vykopl? Jak daleko od místa výkopu míč dopadl?

V: $7,1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; 4,3 m

5.26 Míč byl vykopnut pod elevačním úhlem $30°$ rychlostí $16\ m.s^{-1}$ a dopadl do vzdálenosti $5\sqrt{3}\ m$. Do jaké maximální výšky míč vystoupil? Byl míč vykopnut z povrchu planety Země? Pokud se pohyb míče neodehrál na Zemi, kvalitativně určete, má-li těleso, na němž se pohyb odehrál, větší či menší hmotnost než Země. Odpor vzduchu při řešení zanedbejte.

V: $1,25\ m$, planeta s gravitačním zrychlením $25,6\ m.s^{-2}$

5.27 V tělocvičně vysoké $5\ m$ vykopne hráč míč rychlostí $15\ m.s^{-1}$ pod elevačním úhlem $60°$. Určete, zda míč narazí do stropu tělocvičny. Pokud ano, navrhněte, jak musí hráč změnit svůj výkop, aby strop nezasáhl. Do jaké vzdálenosti by míč doletěl, kdyby hráč vykopl míč na hřišti? Odpor vzduchu při řešení zanedbejte.

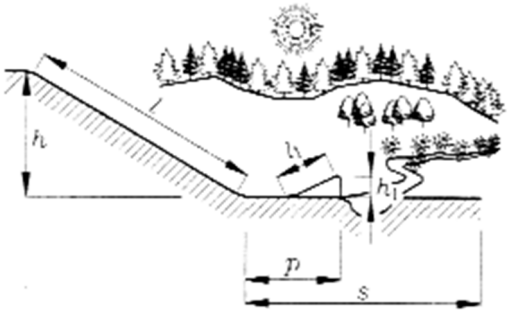
V: narazí; $19,86\ m$

5.28 Mezikontinentální střela s maximálním doletem *d* byla zjištěna protiraketovou obranou v nejvyšším bodě její dráhy. Vypočtěte:

a) kolik času zbývá na obranu před ničivými účinky střely;
b) jak velkou rychlostí se střela pohybovala v okamžiku, kdy byla zaregistrována;
c) jak velkou rychlost by měla střela v okamžiku dopadu na cíl;
d) jaké maximální výšky střela dosáhne.
Střela se pohybuje v homogenním tíhovém poli, odpor vzduchu a zakřivení zemského povrchu neuvažujte.

V: a) $t = \sqrt{\frac{d}{2g}}$; b) $v = \sqrt{\frac{dg}{2}}$; c) $v_d = \sqrt{dg}$; d) $h_m = \frac{d}{4}$

5.29 Chlapci chodili v zimě lyžovat na svah délky $l = 100\,\text{m}$ s převýšením $h = 30\,\text{m}$ (viz obr. 41). Ve vzdálenosti $p = 16\,\text{m}$ od úpatí svahu byla říčka, přes níž bylo možné za velkých mrazů přejet na druhý břeh. Chlapci jezdili zásadně „šusem" a zastavili se pokaždé přibližně ve vzdálenosti $s = 30\,\text{m}$ od úpatí kopce. Koncem února říčka částečně rozmrzla a aby ji mohli překonat, postavili si lyžaři malý nájezdový můstek o délce $l_1 = 7\,\text{m}$ a výšce $h_1 = 1{,}5\,\text{m}$. Jak může být říčka nejvíce široká, aby nikdo z chlapců nespadl do vody? Odpor vzduchu neuvažujte, koeficient smykového tření považujte za konstantní. Velikost tíhového zrychlení volte $g = 9{,}81\,\text{m.s}^{-2}$.



obr. 41

V: $4{,}01\,\text{m}$

5.30 Při atletických závodech dosáhl kladivář délky hodu *d*. Divák v hledišti na stopkách zjistil, že kladivo dopadlo na zem v čase t_1 od okamžiku vypuštění.
a) Určete maximální výšku kladiva nad zemí během letu.
b) Určete velikosti minimální a maximální rychlosti kladiva během letu.
c) Určete elevační úhel.
Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $d = 72\,\text{m}$, $t_1 = 3{,}9\,\text{s}$ a $g = 9{,}81\,\text{m.s}^{-2}$. Počáteční výšku kladiva nad zemí a odpor vzduchu zanedbejte.

V: a) $18{,}65\,\text{m}$; b) $18{,}46\,\text{m.s}^{-1}$; $26{,}6\,\text{m.s}^{-1}$; c) 46°

5.31 Družice Země se pohybuje po kružnici rychlostí o velikosti $7{,}5.10^3\ m.s^{-1}$. Vypočtěte její výšku nad zemským povrchem, oběžnou dobu a dostředivé zrychlení.

V: $712{,}9\ km$; $99{,}3\,\text{min}$; $7{,}9\ m.s^{-2}$

5.32 Družice navigačního systému GPS obíhá kolem Země ve vzdálenosti 500 km od jejího povrchu. Jaká je velikost rychlosti jejího pohybu? Jak dlouho trvá jeden její oběh?

V: $7{,}6\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$; 94 minut

5.33 Ve filmu *Gravitace*, který v roce 2013 natočil režisér Alfonso Cuarón, se hlavním hrdinům stanou osudné trosky družice, které obíhají kolem Země s periodou 90 minut. Určete, v jaké výšce nad povrchem Země trosky obíhají a jak velkou rychlostí obíhají.

V: 286 km; $7{,}75\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$

5.34 Poloměr Jupitera je $R = 71800\ km$. Jeho čtvrtá družice Kalisto je od středu planety vzdálena asi $26R$ a její oběžná doba je 16,7 dne. Vypočítejte gravitační zrychlení na povrchu Jupitera.

V: $23{,}9\ m.s^{-2}$

5.35 Jak velkou rychlostí se pohybuje Měsíc kolem Země?

V: $1021\,\text{m.s}^{-1}$

5.36 Jakou rychlost bychom museli udělit Zemi, aby unikla od Slunce?

V: $42\ km.s^{-1}$

5.37 Kdybychom Zemi zastavili, jak dlouho by padala do Slunce? (Návod: užijte 3. Keplerův zákon.)

V: 64,6 *dne*

5.38 Za jakou dobu bude obíhat kolem hvězdy se čtyřikrát větší hmotností než je Slunce planeta po dráze stejně velké jako je dráha Země?

V: 182,8 *dne*

5.39 Dvě planety Sluneční soustavy jsou v pozici, kdy se nacházejí na jedné přímce spolu se Sluncem. Periody oběhu planet kolem Slunce jsou T_1 a T_2. Za jak dlouho budou obě planety spolu se Sluncem ležet opět na jedné přímce?

V: $t = k\dfrac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}; k \in \mathbb{N}$

5.40 Vzdálenost Venuše od Slunce v přísluní je $0,718\ AU$, vzdálenost v odsluní je $0,728\ AU$. Určete periodu oběhu Venuše kolem Slunce a velikost rychlosti, kterou by se musela pohybovat, aby se trvale vzdalovala od Slunce.

V: $224,5\ dne$; $49,7\ km.s^{-1}$

5.41 Neptun oběhne kolem Slunce za 164,79 pozemského roku. Nejkratší vzdálenost Nepnutu od Slunce je 29,766 AU. Jaká je maximální vzdálenost Neptunu od Slunce?

V: 30,350 AU

5.42 Kometa se pohybuje kolem Slunce s periodou 1000 let. Na jakou nejmenší vzdálenost se kometa přiblíží ke Slunci, je-li její největší vzdálenost od Slunce 198 AU.

V: 2 AU

5.43 Planetka Ceres oběhne Slunce jednou za 1682 dní. V jaké střední vzdálenosti od Slunce obíhá? Jak velkou rychlostí se planetka pohybuje, pohybuje-li se přibližně po kružnici?

V: 2,77 AU; $17,9\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$

5.44 Dne 30. 6. 2003 byla z Ruského kosmodromu vynesena na oběžnou dráhu ve výšce $800\ km$ od povrchu Země česká družice *Mimosa*. Určete: a) velikost oběžné rychlosti družice kolem Země, b) periodu oběhu družice, c) kdy skončí svoji misi, plánuje-li se 24000 oběhů kolem Země, d) velikost rychlosti, kterou by musela družice získat, aby se trvale vzdalovala od Země. Předpokládejte, že se družice pohybuje po kruhové trajektorii, vliv atmosféry na její pohyb neuvažujte.

V: a) $7,47\ km.s^{-1}$; b) $1,68\ h$; c) 1. 2. 2008; d) $10,56\ km.s^{-1}$

5.45 Při možné kolonizaci Marsu by bylo třeba (kromě jiných potíží) zvyknout si na jiné gravitační zrychlení. Jaká je tedy vlastně jeho velikost? Z astronomických pozorování víme, že Mars oběhne Slunce za $687\ dní$. Při maximálním přiblížení k Zemi je kotouč Marsu vidět pod úhlem $0,087.10^{-3}\ rad$. Průměrná hustota Marsu je zhruba 1,4krát, nižší než je průměrná hustota Země. Oběžná doba Země kolem Slunce je $365,25\ dne$, vzdálenost Země od Slunce je $150.10^6\ km$ a poloměr Země je $6378\ km$. Předpokládejte, že oběžné dráhy planet jsou kruhové.

V: $3,75\ m.s^{-2}$

6. Mechanika tuhého tělesa

6.1 Určete výsledný moment sil, které působí na čtverec o straně délky *a* (viz obr. 42). Čtverec je otočný kolem osy *o* a síly leží v rovině čtverce. Pro velikosti sil platí $F_1 = F_2 = F_4$ a $F_3 = 2F_1$. Síla $\overrightarrow{F_4}$ je kolmá k úhlopříčce čtverce.

V: $M = \dfrac{7-\sqrt{2}}{4} F_1 a$

6.2 Deska ve tvaru rovnostranného trojúhelníka s délkou strany 10 cm je volně otočná kolem osy procházející kolmo těžištěm trojúhelníka. Na desku působí tři síly o velikostech $F_1 = 5\ \mathrm{N}$, $F_2 = 10\ \mathrm{N}$ a $F_3 = 7\ \mathrm{N}$ (viz obr. 43). Určete celkový moment těchto sil.

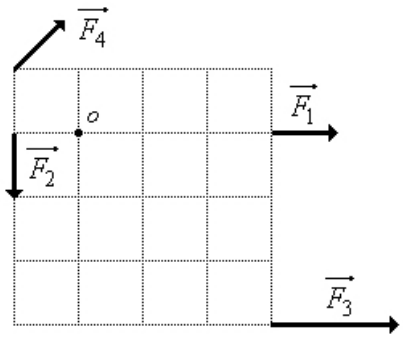
V: 0

6.3 Jednotka průzkumníků použila ke zdolání hluboké rokle lana napnutého mezi stromy přes rokli. Vzdálenost mezi stromy je $15\ \mathrm{m}$ a lano měří $17\ \mathrm{m}$. Jak velkou silou je napínáno lano, je-li voják o hmotnosti $80\ \mathrm{kg}$ přesně uprostřed?

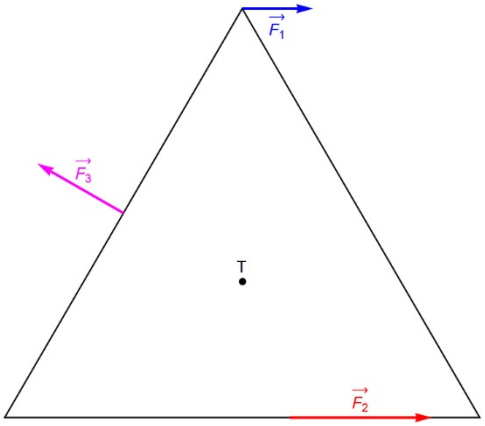
V: 833,8 N

6.4 Na dvou stejně dlouhých vláknech délky $75\ \mathrm{cm}$, která jsou připevněna ve stropu ve vzájemné vzdálenosti $1\ \mathrm{m}$, je zavěšena lampa o hmotnosti $5\ \mathrm{kg}$. Jak velkou silou je každé vlákno namáháno?

V: 32,9 N



obr. 42



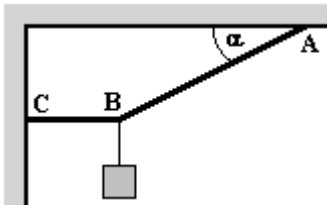
obr. 43

6.5 Na obr. 44 je znázorněno umístění dvou konzolí, na kterých je zavěšen ozdobný květináč. Konzole AB je namáhána silou o velikosti 50 N a $\alpha = 30°$. Určete hmotnost ozdobného květináče. Jak velkou silou je namáhána druhá konzole?

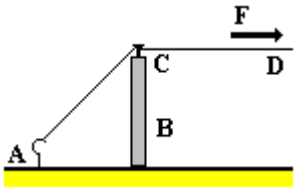
V: 2,55 kg ; 43,3 N

6.6 Do dřevěné desky znázorněné na obr. 45 je zašroubován hák *A* a v určité vzdálenosti od něho je postaven svislý sloupek *B*, do nějž je zatlučen hřebík *C*. Jeden konec niti je upevněn k háku *A*, nit je natažena a několikrát ovinuta kolem hřebíku *C* a za druhý konec je tažena ve vodorovném směru. Kde se nit přetrhne: na úseku *AC* nebo *CD*?

V: AC



obr. 44



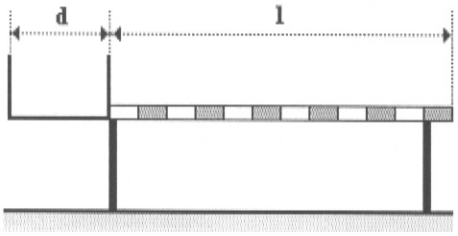
obr. 45

6.7 Na závoře o hmotnosti 5 kg otočné kolem krajního bodu je ve vzdálenosti 75 cm od místa otáčení přivázán balík o hmotnosti 2 kg. Jak velkou silou bude Jarda závoru o délce 3 m zvedat na opačném konci, než kolem kterého se závora otáčí?

V: 30 N

6.8 Polní cesta je uzavřena závorou o hmotnosti m_z, která má délku *l* a je podepřena na dvou koncích (viz obr. 46). Na jednom konci závory je navařena kovová klec o hmotnosti m_k a délce *d*, do které je možné umístit závaží pro snazší otevření závory. a) Jakou hmotnost musí mít závaží, které je nutné do klece položit, aby bylo možné závoru otevřít? b) Jakou hmotnost musí mít závaží, které je nutno pustit z výšky *h*, aby bylo dosaženo stejného výsledku? Náraz závaží na dno klece trvá dobu *t*. Odpor vzduchu zanedbejte.
Řešte nejdříve obecně, potom pro hodnoty: l=2,5 m , m_z=3 kg , m_k=4 kg , d=30 cm , h=1,25 m a t=0,1 s . Velikost tíhového zrychlení volte 10 $m.s^{-2}$.

V: 21 kg ; 3,5 kg



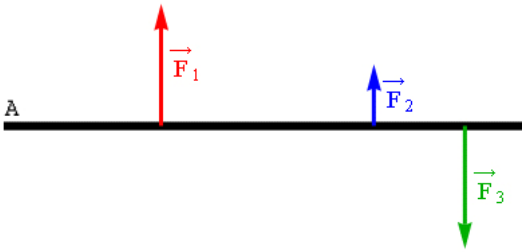
obr. 46

6.9 Tíha plně naloženého nákladního automobilu je 5.10^4 N . Automobil má být podepřen na předním okraji ve vzdálenosti 80 *cm* od přední nápravy. Jak velkou silou musí působit zvedák, jestliže tlaková síla na přední nápravu je $1{,}8.10^4$ *N* ? Vzdálenost středů náprav (rozvor náprav) je 420 *cm* .

V: $1{,}512.10^4$ *N*

6.10 Určete velikost, směr a působiště výslednice sil $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ a $\vec{F}_3$, které působí na trám podle obr. 47. Velikosti jednotlivých sil jsou: $F_1 = 40\ \mathrm{N}$, $F_2 = 20\ \mathrm{N}$ a $F_3 = 40\ \mathrm{N}$. Působiště sil leží postupně ve vzdálenosti 0,5 m, 1,2 m a 1,5 m od krajního bodu *A* trámu.

V: 20 N svisle vzhůru, 0,8 m od *A*



obr. 47

6.11 Na krajích vodorovné tyče působí dvě síly $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ kolmo na tyč, přičemž velikost síly $\vec{F}_1$ je 50 N. Výslednice těchto sil má působiště ve vzdálenosti 0,4 m od působiště síly $\vec{F}_1$ a její velikost je 70 N. Jak daleko od výslednice působí síla $\vec{F}_2$? Jaká je velikost této síly?

V: 1 m; 20 N nebo 0,17 m; 120 N

6.12 Na levém kraji homogenní dřevěné desky zanedbatelné hmotnosti a délky 2 metry je položeno závaží o hmotnosti 50 kg. Na pravém konci desky je závaží o hmotnosti 10 kg. Deska je podepřená ve čtvrtině své délky od levého konce. Jak daleko od místa podepření je nutné na desku položit závaží o hmotnosti 25 kg, aby byla deska v rovnováze?

V: 40 cm

6.13 Jarda zavěsil na krajní konce tyče o hmotnosti 1 kg závaží o hmotnosti 6 kg a 3 kg. Jak daleko od závaží s větší hmotností je třeba tyč podepřít, aby byla v rovnováze? Délka tyče je 2 m.

V: 0,7 m

6.14 Petr a Pavel si z prkna délky 2,5 m udělali houpačku tak, že prkno podepřeli ve vzdálenosti 1 m od jednoho konce. Na tento konec si sedl Petr o hmotnosti 80 kg. Dříve než Pavel o hmotnosti 50 kg určil, kam si má sednout, dorazil malý Jarda. Proto si Pavel sedl na konec prkna a Jardu si dal před sebe do vzdálenosti 0,25 m od místa podepření prkna. Jakou hmotnost má Jarda, je-li houpačka v rovnováze?

V: 20 kg

6.15 Kuchař chce přenést na prkně délky 1,5 m a hmotnosti 1 kg dva dorty. Každý z dortů umístí na jeden z konců prkna. Vpředu bude dort o hmotnosti 2,5 kg, vzadu dort o hmotnosti 1,5 kg. Jak daleko od předního konce prkna musí kuchař prkno podepřít, aby bylo v rovnovážné poloze?

V: 60 cm

6.16 Přes potok se jako lávka používá $5\,m$ dlouhá fošna podepřená na koncích kameny. Ve vzdálenosti $1\,m$ od jednoho konce stojí dítě o hmotnosti $50\,kg$ a $1\,m$ od něho (směrem ke středu fošny) stojí jeho otec o hmotnosti $80\,kg$. Jak velkými silami jsou zatěžovány kameny, na nichž fošna leží? Hmotnost fošny a) zanedbejte, b) uvažujte $10\,kg$. Velikost tíhového zrychlení volte $10\,m.s^{-2}$.

V: a) $420\,N$; $880\,N$; b) $470\,N$; $930\,N$

6.17 Na jednom konci police, která má délku 2 metry a jejíž hmotnost je vzhledem k zátěži zanedbatelná, je položena zátěž o hmotnosti 40 kg. Na druhém konci je položena zátěž o hmotnosti 50 kg. Ve vzdálenosti 1,2 m od prvního závaží je položena zátěž o hmotnosti 10 kg. Polici je nutné vyvážit na nosníku. Určete: a) zatížení nosníku, jestliže na něj položíme polici se zátěží, b) jak daleko od prvního konce je nutné polici podepřít, aby byla v rovnováze?

V: 981 N; 1,12 m

6.18 Dva artisté - Petr a Pavel - nesou na tyči o délce $3\ \mathrm{m}$ a hmotnosti $3\ \mathrm{kg}$ artistku Máňu o hmotnosti $60\ \mathrm{kg}$. Poměr velikostí sil, kterými na tyč s Máňou působí Petr a Pavel, je 3:4. Jak daleko od místa, kde podpírá tyč Petr, stojí na tyči Máňa? Jak velkou silou působí na tyč Pavel? Oba artisté podpírají tyč na jejích koncích. Velikost tíhového zrychlení volte $10\ \mathrm{m.s^{-2}}$.

V: 1,725 m; 360 N

6.19 Jarda o hmotnosti 90 kg a Martin o hmotnosti 45 kg si z prkna zanedbatelné hmotnosti a délky 180 cm vyrobili houpačku. Každý si sedl na jeden konec prkna. Jak daleko od Jardy musí být prkno podepřeno, aby se mohli oba kluci pohodlně houpat?

V: 60 cm

6.20 Na vodorovný (dostatečně dlouhý) trám zanedbatelné hmotnosti působí zleva po řadě síly o velikostech 200 N, 100 N a 400 N, přičemž první dvě síly působí směrem svisle vzhůru, třetí směrem svisle dolů. Působiště první síly je na levém konci trámu, působiště druhé síly je od tohoto konce vzdáleno 40 cm a působiště třetí síly je od působiště druhé síly vzdáleno 60 cm. Určete polohu působiště výslednice zadaných tří sil, její velikost a směr.

V: 2,6 m směrem vpravo od působiště třetí síly; 100 N; svisle dolů

6.21 Jakou silou bude přitažena matice M 48, jestliže na klíč dlouhý $0{,}6\ m$ působíme silou $120\ N$? Síla je kolmá na podélnou osu klíče a otvor klíče má vzdálenost čelistí $75\ mm$.

V: $1920\ N$

6.22 Ramena lomené páky svírají pravý úhel. Na konci prvého ramene o délce $0{,}4\ m$ působí síla o velikosti $50\ N$, na konci druhého ramene o délce $0{,}7\ m$ působí síla o velikosti $120\ N$. Obě síly působí ve stejném smyslu otáčení v kolmém směru na ramena páky i na osu otáčení. Určete výpočtem i graficky výslednici obou sil, její mechanický moment a délku ramene vzhledem k ose otáčení.

V: $130\ N$, $104\ N.m$, $0{,}8\ m$

6.23 Žebřík má délku *l*, hmotnost *m* a na svislou stěnu působí tlakovou silou o velikosti *F*. Vypočtěte, jaký úhel svírá žebřík se stěnou, je-li těžiště žebříku ve středu jeho délky.

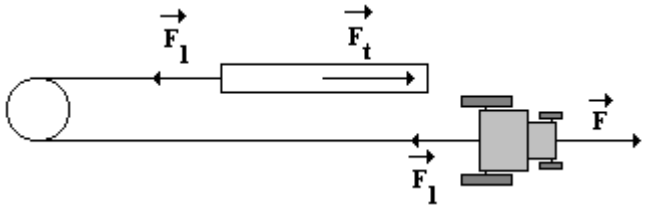
V: $tg\alpha = \dfrac{2F}{F_G} = \dfrac{2F}{mg}$

6.24 Na kladce pevné působí síla o velikosti $2500\ N$, která zvedá rovnoměrným pohybem těleso o tíze $2250\ N$ do výše $20\ m$. Určete účinnost kladky.

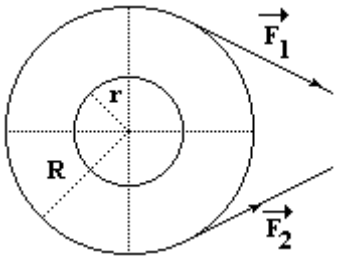
V: 90 %

6.25 Pokácené kmeny lesních stromů byly přibližovány k cestě traktorem. Vzhledem k lesnímu porostu bylo nutno použít pevné kladky podle obr. 48. Určete velikost tahové síly *F* traktoru, je-li hmotnost kmenu $200\ \mathrm{kg}$, hmotnost traktoru $1000\ \mathrm{kg}$ a při rozjíždění udělil traktor kmenu zrychlení o velikosti jedné čtvrtiny tíhového zrychlení. Součinitel tření mezi kmenem a lesní půdou je 0,4. Tření kladky zanedbáváme.

V: 4512,6 N



obr. 48



obr. 49

6.26 V tažné části řemene působí síla o velikosti $200\ \mathrm{N}$, v ochablé části pak síla o velikosti $80\ \mathrm{N}$. Určete tíhu tělesa, které lze zvedat rovnoměrným pohybem pomocí kola na hřídeli, je-li poloměr řemenice $45\ \mathrm{cm}$ a poloměr hřídele $6\ \mathrm{cm}$ (viz obr. 49).

V: 1050 N

6.27 Na bubnovém zdvihadle otáčí dělník klikou o délce $80\ \mathrm{cm}$. Na kliku působí silou o velikosti $210\ N$. Na hřídeli kliky je ozubené kolo o průměru $120\ mm$. Toto kolo otáčí ozubeným kolem o průměru $480\ mm$ upevněným na hřídeli bubnu. Na bubnu o průměru $390\ mm$ se navíjí lano.

a) Vypočítejte převod soustavy.

b) Určete tíhu tělesa, které je možno uvedenou silou zvednout.

V: $\dfrac{3}{32}$, $2240\ N$

6.28 Určete tíhu vozíku, který udržíme v klidu na svahu se stoupáním 17,6 % ve směru jízdy silou $80\ N$. Součinitel klidového smykového tření je 0,08. Jaký by musel být součinitel klidového smykového tření, aby se vozík udržel v klidu pouze třením?

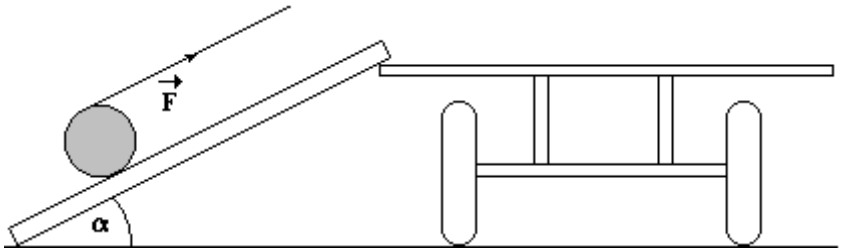
V: $843\ N$; 0,1

6.29 Bednu vlečeme po vodorovné podlaze rovnoměrným pohybem pomocí lana napjatého rovnoběžně s podlahou ve výšce $80\,cm$. Součinitel smykového tření je 0,6. Jakou nejmenší délku ve směru pohybu musí mít bedna, aby se nepřevrátila?

V: $0{,}96\,m$

6.30 Těžké kmeny stromů jsou nakládány na vůz pomocí nakloněné roviny a ocelového lana (viz obr. 50). Jak velká síla F udrží kmen o hmotnosti m v rovnovážné poloze na nakloněné rovině?

V: $F = 0{,}5mg\sin\alpha$



obr. 50

6.31 Bedna je dopravována klouzavým pohybem po nakloněné rovině. Délka bedny ve směru pohybu je a. Jakou výšku může mít bedna, aby se nepřevrátila za předpokladu, že:
a) klouže dřevo po dřevě (součinitel smykového tření je 0,6),
b) klouže ocel po oceli (součinitel smykového tření je 0,2),
c) klouže ocel po oceli s použitím vazelíny (součinitel smykového tření je 0,1)?

V: $\frac{5}{3}a$, $5a$, $10a$

6.32 Drážka stolu vodorovné hoblovky má tvar klínu o úhlu $120°$. Na čelo klínu působí tlaková síla o velikosti $8\,kN$. Vypočtěte velikost síly potřebné k rovnoměrnému pohybu stolu hoblovky, jestliže se stůl pohybuje ve dvou drážkách a součinitel smykového tření je 0,07.

V: $1290\,N$

6.33 Klín, jehož poměr délky čela k délce boku je 1:100, má vyvinout tlakovou sílu o velikosti $3500\,N$. Součinitel smykového tření je 0,2. Jak velké síly je třeba k zaražení klínu? Jak velké síly je třeba k jeho vytažení?

V: $1435\,N$, $1365\,N$

6.34 Jak velkou silou je třeba působit na konec páky šroubového lisu, jejíž délka je $40\,cm$, abychom při výšce závitů $8\,mm$ vyvinuli tlakovou sílu o velikosti $10^4\,N$.

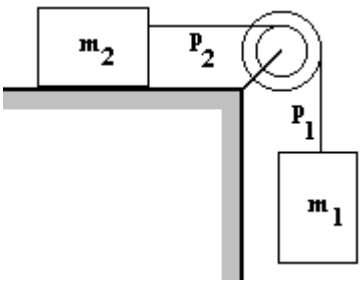
V: $31{,}8\,N$

6.35 Jak velkou silou působí rovnoběžně se pohybující čelisti svěráku, jestliže klikou o délce $18\,cm$ otáčíme silou $40\,N$. Stoupání závitů svěráku je $5\,mm$.

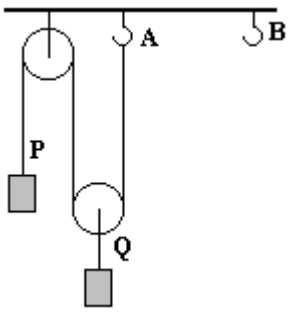
V: $9043\,N$

6.36 Za starých časů vytahovali horníci z dolu uhlí pomocí jednoduchého zařízení. Čtyři koně otáčeli rumpálem o poloměru bubnu $1\,m$ pomocí ramen délky $3{,}5\,m$. Na rumpál se navíjelo lano s pevností v tahu $5\,kN$, na kterém byl pomocí volné kladky zavěšen náklad uhlí. Jaký největší náklad uhlí bylo možné pomocí tohoto kladkostroje vytáhnout z šachty, jestliže každý kůň byl schopen vyvinout sílu $1\,kN$?

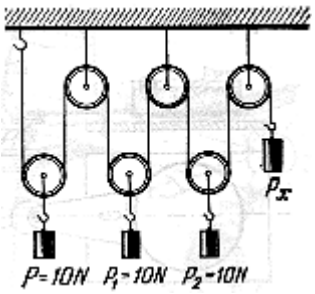
V: $1019\,kg$



obr. 51



obr. 52



obr. 53

6.37 Kladka sestává ze dvou pevně spojených kotoučů o poloměrech $60\,mm$ a $40\,mm$. Na kotoučích jsou navinuta dokonale ohebná vlákna p_1 a p_2, na jejichž koncích jsou připevněna tělesa o hmotnostech

$m_1 = 0{,}40\ kg$ a $m_2 = 1{,}10\ kg$ (viz obr. 51). Určete zrychlení těles a tahy ve vláknech. Hmotnost vláken a kladky a odporové síly zanedbejte.

V: $4{,}5\ m.s^{-2}$; $3\ m.s^{-2}$; $2{,}2\ N$; $3{,}3\ N$

6.38 Soustava kladek je sestavena podle obr. 52. Závaží *P* udržuje v rovnováze závaží *Q*. Zachová se rovnováha, přemístíme-li konec niti z háčku *A* na háček *B*?

V: rovnováha se poruší - závaží *P* bude stoupat

6.39 Na obr. 53 je znázorněna soustava kladek, která je v rovnováze. Udejte tíhu závaží *X*. Tíhu kladek zanedbejte.

V: $5\ N$

6.40 Závaží o hmotnostech $\mathrm{m} = 2\ \mathrm{kg}$, $\mathrm{m_1} = 3\ \mathrm{kg}$ a $\mathrm{m_2} = 4\ \mathrm{kg}$ jsou součástí soustavy dvou pevných a dvou volných kladek (viz obr. 54). Úseky niti, které se neovíjejí kolem kladek, jsou svislé. Jak se změní vzdálenost *h* mezi krajními závažími, ponecháme-li soustavu „samu sobě“. Hmotnost kladek zanedbáváme.

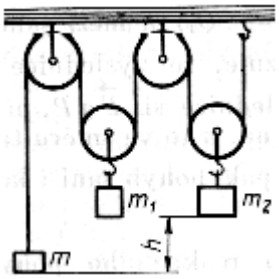
V: nijak

6.41 Člověk stojící na desce (viz obr. 55) působí na provaz silou $150\ N$, aby udržel desku v rovnováze. Jaká je tíha člověka? Tíhu desky zanedbejte.

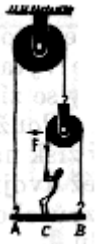
V: $600\ N$

6.42 Na homogenní tyči délky $1\ \mathrm{m}$ a hmotnosti $5\ \mathrm{kg}$, která má stálý průřez, je z každé strany symetricky vůči podélné ose tyče připevněno závaží. Menší má ve směru tyče délku $20\ \mathrm{cm}$ a hmotnost $15\ \mathrm{kg}$, druhé má délku i hmotnost ve srovnání s prvním dvojnásobnou. Určete vzdálenost těžiště této činky od středu tyče.

V: 24 cm



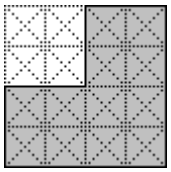
obr. 54



obr. 55

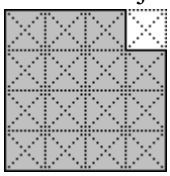
V příkladech 6.43 až 6.83 je třeba určit polohu těžiště homogenního plošného útvaru, který vznikl ze základního čtverce o straně *a*, který je složen ze 4 x 4 malých čtverečků. Výsledky jsou udány v jednotné podobě: těžiště všech útvarů leží na ose symetrie daného útvaru a vzdálenost je udána od těžiště původního čtverce o straně *a* (není-li uvedeno jinak).

6.43



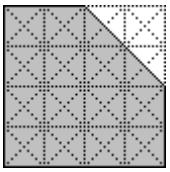
V: $\frac{u}{12} = \frac{a.\sqrt{2}}{12}$

6.44



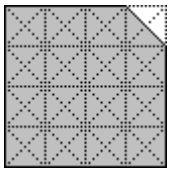
V: $\frac{u}{40} = \frac{\sqrt{2}a}{40}$

6.45



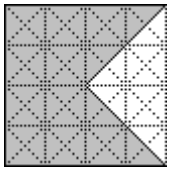
V: $\frac{1}{21}u = \frac{\sqrt{2}}{21}a$

6.46



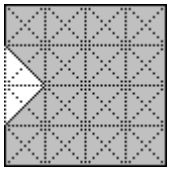
V: $\frac{5u}{372} = \frac{5\sqrt{2}a}{372}$

6.47



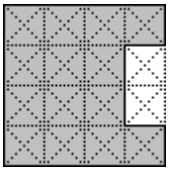
V: $\frac{a}{9}$

6.48



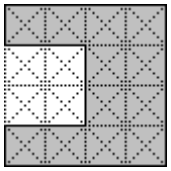
V: $\frac{1}{36}a$

6.49



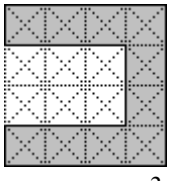
V: $\frac{3}{56}a$

6.50



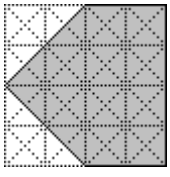
V: $\frac{a}{12}$

6.51



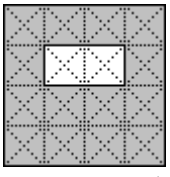
V: $\frac{3}{40}a$

6.52



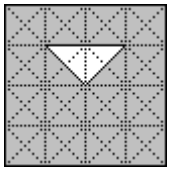
V: $\frac{5}{36}a$

6.53



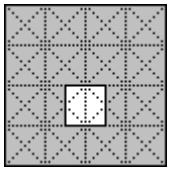
V: $\frac{1}{56}a$

6.54

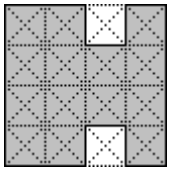


V: $\frac{a}{90}$

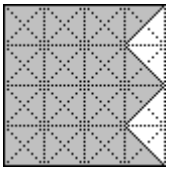
6.55



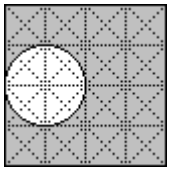
6.56



6.57



6.58



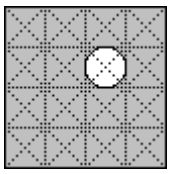
V: $\frac{a}{120}$

V: $\frac{a}{56}$

V: $\frac{5}{84}a$

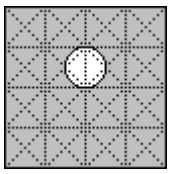
V: $\frac{\pi}{4.(16-\pi)}a$

6.59



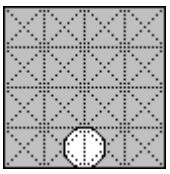
V: $\frac{\pi u}{8.(64-\pi)} = \frac{\pi a.\sqrt{2}}{8.(64-\pi)}$

6.60



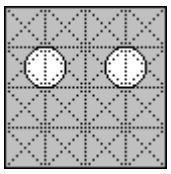
V: $\frac{\pi}{8.(64-\pi)}a$

6.61



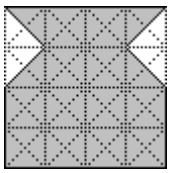
V: $\frac{3\pi}{8.(64-\pi)}a$

6.62



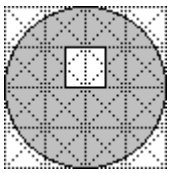
V: $\frac{\pi}{8.(32-\pi)}a$

6.63



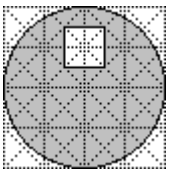
V: $\frac{a}{28}$

6.64



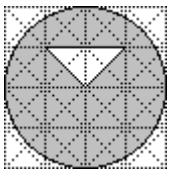
V: $\frac{a}{8.(4\pi-1)}$

6.65



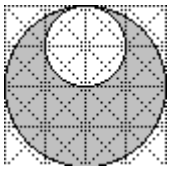
V: $\frac{a}{4.(4\pi-1)}$

6.66



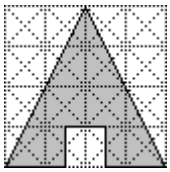
V: $\frac{a}{6.(4\pi-1)}$

6.67



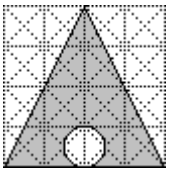
V: $\frac{1}{12}a$

6.68



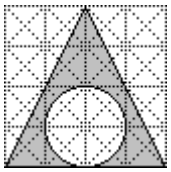
V: $\frac{5}{168}a$

6.69



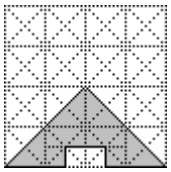
V: $\frac{5\pi}{24.(32-\pi)}a$

6.70



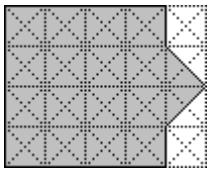
V: $\frac{\pi}{12.(8-\pi)}a$

6.71



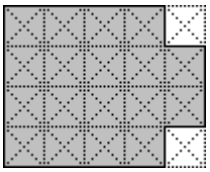
V: $\frac{5}{336}a$ (od těžiště trojúhelníka)

6.72



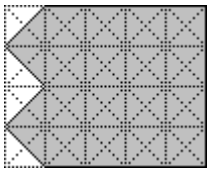
V: $\frac{7}{204}a$

6.73



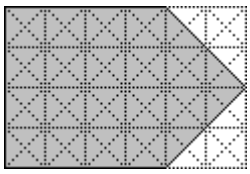
V: $\frac{5}{72}a$

6.74



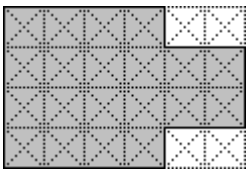
V: $\frac{7}{108}a$

6.75



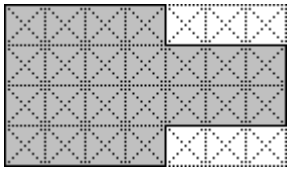
V: $\frac{2}{15}a$

6.76



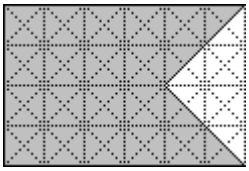
V: $\frac{3}{20}a$

6.77



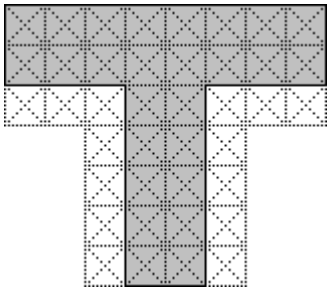
V: $\frac{21}{88}a$

6.78



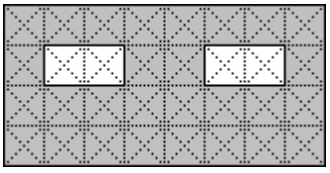
V: $\frac{7}{60}a$

6.79



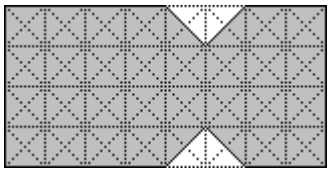
V: $\frac{7}{13}a$ (od těžiště obdélníka, který tvoří svislou „nožičku“ písmene *T*)

6.80



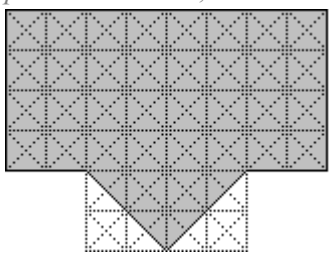
V: $\frac{a}{56}$ (od těžiště celého obdélníka)

6.81



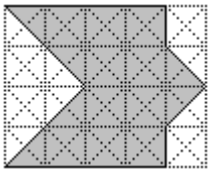
V: $\frac{a}{60}$ (od těžiště celého obdélníka)

6.82



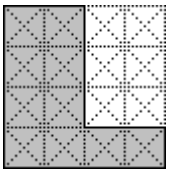
V: $\frac{2}{27}a$ (od těžiště obdélníka)

6.83



V: $\frac{23}{156}a$

6.84 Určete polohu těžiště homogenního plošného útvaru (zobrazeného na obrázku obr. 56), který vznikl ze základního čtverce o straně *a*, který je složen ze 4 x 4 malých čtverečků.



obr. 56

V: $x_T = \frac{7}{20}a$; $y_T = \frac{17}{40}a$ (od levého dolního rohu původního čtverce)

6.85 Vzpěrač chce protrénovat postupně všechny svaly a proto si činku upraví tak, že na jednu stranu si naloží válcové závaží o hmotnosti $20\ \text{kg}$ a výšce $6\ \text{cm}$ a na druhou stranu závaží o hmotnosti $30\ \text{kg}$ a výšce $9\ \text{cm}$. Samotná tyč o délce $150\ \text{cm}$ má hmotnost $5\ \text{kg}$. Jak daleko od konce tyče s těžším válcem se nachází těžiště celé činky? Závaží i tyč jsou vyrobeny z homogenního materiálu.

V: $62,7\ \text{cm}$

6.86 Tři koule o poloměrech 20 cm, 10 cm a 5 cm mají po řadě hmotnost 5 kg, 3 kg a 2 kg. Tyto koule jsou soustředně navlečeny na pevném drátu zanedbatelné hmotnosti. V jaké vzdálenosti od krajního otvoru, kterým je do největší koule zasunut drát, je těžiště této sestavy?

V: 38 cm

6.87 Určete početně polohu těžiště soustavy Země - Měsíc. Má nějaký vliv poloha těžiště na děje probíhající na Zemi? Pokud ano, vysvětlete na jaké. Vzdálenost středu Země od středu Měsíce uvažujte rovnou 60ti poloměrům Země, hmotnost Země uvažujte rovnou 81násobku hmotnosti Měsíce.

V: $\frac{30}{41}$ poloměru Země od jejího středu

6.88 Aby bylo možné hlavní děla snadno otáčet, musí být upevněna tak, aby osa, kolem níž se otáčí, procházela těžištěm. Určete polohu těžiště, jestliže je hlaveň vyrobena ze tří ocelových trub, navlečených za horka na sebe, jejichž délky jsou po řadě $5\ m$, $3\ m$ a $2\ m$ a vnější průměry jednotlivých trub jsou po řadě $120\ mm$, $160\ mm$ a $200\ mm$. Ráže děla je $80\ mm$.

V: $175\ cm$

6.89 Automobil o hmotnosti $1\ t$ jede po cestě se zatáčkou o poloměru $120\ m$. Kola jsou vzdálena $1\ m$ a těžiště vozu je uprostřed mezi koly ve vzdálenosti $1,5\ m$ nad zemí. Jak velkou maximální rychlostí se může automobil pohybovat, aby se ještě nepřevrátil?

V: $19,8\ m.s^{-1}$

6.90 Auto má průměr zadních kol $80\ cm$. Tato kola jsou na svahu založena cihlou o výšce $6,5\ cm$. Při jakém úhlu stoupání přejedou kola auta přes překážku? Tření a deformaci pneumatik neuvažujte.

V: $33,12°$

6.91 Jakou práci vykoná Jarda, aby uvedl do pohybu kouli o hmotnosti 50 kg tak, aby se pohybovala po vodorovné rovině rychlostí o velikosti $7,2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$? Moment setrvačnosti koule o hmotnosti *m* a poloměru *r* je $J = \frac{2}{5}mr^2$.

V: 140 J

6.92 Z kopce, který svírá s vodorovným terénem úhel $15°$ a jehož vrchol je ve výšce 20 m nad úpatím, se začne z klidu valit válec o hmotnosti 50 kg. Jak velkou práci musí vykonat Jarda stojící na úpatí kopce, aby válec zastavil?

V: 15 kJ

6.93 Vánoční stromek o výšce $180\ cm$ a hmotnosti $8{,}4\ kg$ je nasazen do stojanu, který stojí na třech symetricky umístěných nožičkách o délce $25\ cm$ tak, že střed stojanu je ve výšce $10\ cm$ nad zemí. Určete minimální práci, kterou je třeba k převržení stromku. Stromek považujte za kužel, jehož těžiště se nachází v jedné třetině výšky.

V: $767{,}4\ mJ$

6.94 Malý Vašík je takové čuně, že se mu na všech zubech vytvořila nečistota stejné tloušťky $0{,}5\ mm$. Vzhledem k tomu, že se mu to nechce čistit klasickým kartáčkem na ruční pohon, použije moderní techniku: rotační zubní kartáček, jehož moment setrvačnosti je $0{,}02\ kg.m^2$ a může se točit s frekvencí $20\ Hz$. Jakou energii potřebujeme k jeho roztočení? Uvažovaným kartáčkem bude Vašík pracovat tak, že za 10 sekund odstraní z jednoho zubu vrstvu tloušťky $100\ \mu m$. Jak dlouho mu bude trvat odstranění nečistoty na všech 30 zubech, které má v puse? Kolik energie celkem „sežere“ kartáček, jestliže během čištění bude každou sekundu potřebovat energii $100\ J$?

V: $157{,}8\ J$; $1500\ s$; $150\ kJ$

6.95 Karel o hmotnosti $80\ kg$ je lehce společensky unavený tanečník, který se chystá na sólový tanec uprostřed sálu. Jako partnera si (v rámci nálady ve společnosti) vybral svého mohutného kamaráda Jardu, který Karla roztočil tak, že se otáčel s frekvencí $2\ Hz$. Jakou energii do toho musel Jarda dát? Karla považujte za plný homogenní válec, jehož moment setrvačnosti je dán vztahem $J = \frac{1}{2} r^2 m$, kde za r dosazujte poloměr Karla v pase, tj. $16\ cm$. Poté Jarda Karla pustil a ten dorotoval rychlostí o velikosti $1\ m.s^{-1}$ ke stolu o hmotnosti $5\ kg$. O kolik Karel stůl posunul nárazem, na který se využilo 60 % jeho pohybové energie, je-li součinitel smykového tření mezi stolem a podlahou 0,2?

V: $80{,}8\ J$; $7{,}4\ m$

6.96 Je-li zapotřebí uvolnit velké množství elektrické energie v relativně krátkém čase, používá se pro krátkodobou akumulaci této energie obřích setrvačníků. Uvažujme tedy setrvačník ve tvaru disku o hmotnosti $50\ t$ a poloměru $2\ m$, rotující frekvencí 1000 otáček za minutu. K hřídeli setrvačníku je připojeno dynamo o účinnosti 80 %. Jaké množství elektrické energie dynamo vyrobí při úplném zabrždění setrvačníku?

V: $122\ kW.h$

6.97 Koule na zorbing o hmotnosti 25 kg sjela z kopce tak, že se pod kopcem pohybovala rychlostí o velikosti $72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Z jaké výšky nad touto úrovní byla vypuštěna? Moment setrvačnosti koule o hmotnosti m a poloměru r je $J = \frac{2}{5} m r^2$.

V: 28,5 m

6.98 Z vrcholu nakloněné roviny délky 5,4 m, která svírá s vodorovnou rovinou úhel $30°$, je spouštěn plný válec. Jak velkou rychlostí projede koncovým bodem nakloněné roviny a) nepůsobí-li na něj žádné odporové síly, b) působí-li na něj odporová síla s průměrnou velikostí 8 N? Hmotnost válce je 2 kg.

V: a) $5{,}94\ m.s^{-1}$; b) $2{,}55\ m.s^{-1}$

6.99 S jakým zrychlením bude klesat do studny okov o hmotnosti m zavěšený na laně, které se odvíjí z rumpálu o poloměru R a hmotnosti M? Jakou silou je namáháno lano, na němž se okov do studny spouští?

V: $\frac{2m}{M+2m} g$; $\frac{M}{M+2m} mg$

7. <u>Mechanika kapalin a plynů</u>

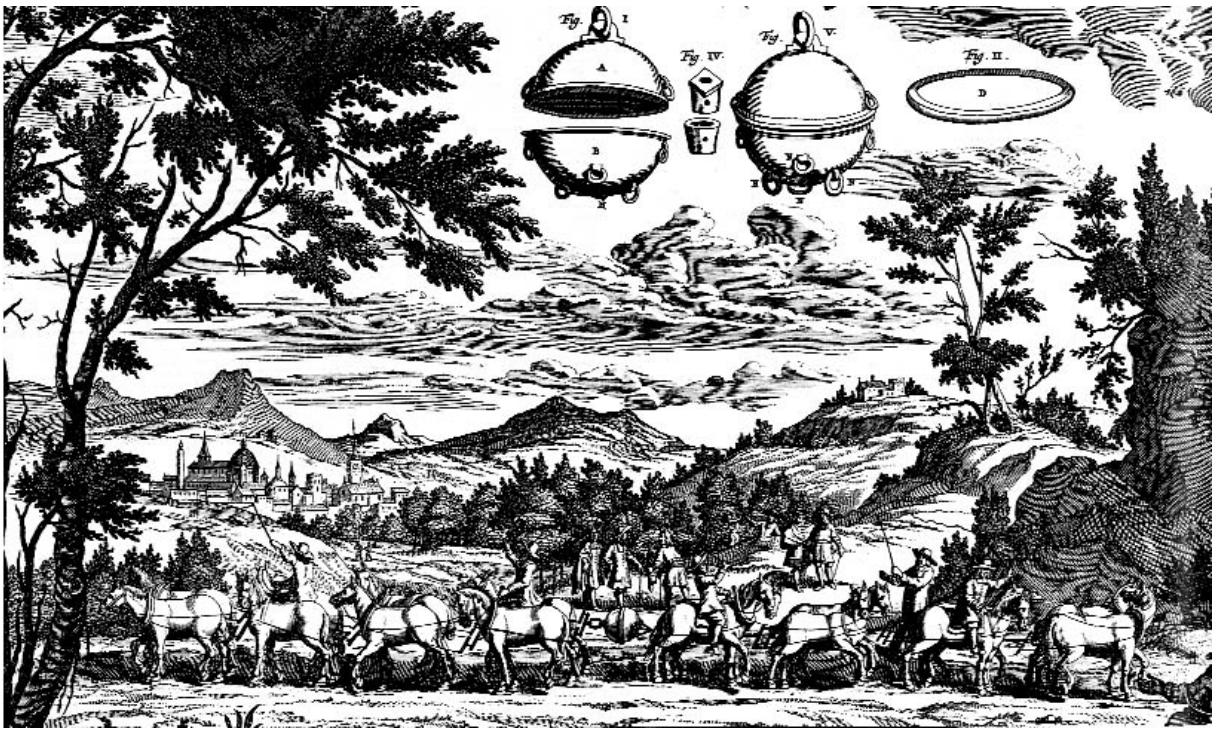
7.1 V roce 1654 předvedl magdeburský purkmistr (starosta) Otto Guericke vévodovi Fridrichu Vilémovi přesvědčivý pokus o existenci vakua. Do té doby se totiž předpokládalo, že vakuum nemá fyzikální opodstatnění a že ho nelze dokázat, že prostě neexistuje. Otto Guericke ke svému experimentu

nakonec (po mnoha nezdařených variantách) použil dvě duté měděné polokoule o vnějším průměru $60\ \text{cm}$ a tloušťce $2\ \text{mm}$, které přiklopil k sobě, utěsnil je a z prostoru mezi nimi vyčerpal vzduch. Jaká je hmotnost obou polokoulí a) se vzduchem, b) bez vzduchu, zanedbáme-li hmotnost těsnění a kohoutku pro připojení Guerickem zkonstruované tlakové pumpy na vyčerpání vzduchu? Jak velkou silou polokoule držely u sebe, jestliže je nemohlo odtrhnout ani osm párů koní, jak ukazuje dobová malba znázorněná na obr. 57? Předpokládejte, že uvnitř spojených polokoulí byl c) nulový tlak, d) tlak, který je roven 10 % normálního atmosférického tlaku. Hustota vzduchu je $1{,}2\ \text{kg.m}^{-3}$, hustota mědi $8930\ \text{kg.m}^{-3}$.

V: a) $20{,}20\ \text{kg}$; b) $20{,}05\ \text{kg}$; c) $28{,}26\ \text{kN}$; d) $25{,}4\ \text{kN}$

7.2 Horst nabízí ve svém televizním reklamním pořadu různé domácí spotřebiče, které mají ušetřit zejména ženám práci při přípravě různých pokrmů, při uklízení, čištění sklenic, nádobí, koberců, … Kromě jiného nabízí i úžasný PowerWac - silný vysavač, jehož sílu demonstruje na čtyřech bowlingových koulích. Každá koule má přitom hmotnost $7\ \text{kg}$ a koule jsou umístěné v krabici o hmotnosti $1\ \text{kg}$. Průměr nástavce, pomocí kterého Horst krabici s koulemi zvedá, je $15\ \text{cm}$. Jaký podtlak musí vysavač vyvinout, aby krabici s koulemi udržel? Kolik je to procent z normálního atmosférického tlaku?

V: $16{,}1\ \text{kPa}$; 16,1 %



obr. 57

7.3 Spiderman byl vášnivý divák oblíbeného dětského kresleného Disneyovského seriálu „Rychlá rota“. Neobdivoval jen super Zipa, stále po sýru toužícího Montyho Jacka či věčně ve při jsoucího Chipa a Dalea. Ze všech nejvíc se mu líbila Gedžitka. Byla nejen ženského rodu (proto se mu asi líbila nejvíc), ale byla i nesmírně vynalézavá a chytrá. Jedním z jejích vynálezů byly i přísavky, pomocí nichž chodila po stropě, stěně, … Spidermana natolik nadchly, že si je pořídil. A udělal dobře! Jednou totiž prchal před šíleným Dioptrickým Jardou, před kterým zapadl do skladiště. Prázdného!!! (Debil jeden - nejdřív se podívám, mám-li se kam schovat a pak tam teprve vlítnu). Naštěstí měl ale přísavky, a proto se mohl pověsit nohama s přísavkami na strop. Jak velký průměr musí mít jedna přísavka, aby Spiderman nespadl Dioptrickému Jardovi na hlavu? Hmotnost Spidermana je $75\ \text{kg}$ a v přísavkách je schopen vytvořit podtlak rovný 10% atmosférického tlaku. Tlak vzduchu ve skladišti byl přesně $100\ \text{kPa}$.

<u>Poznámka:</u> Příklad byl vymyšlen ještě dříve, než měl v roce 2002 premiéru americký film, s nímž tudíž nemá naprosto nic společného.

V: $7{,}2\ \text{cm}$

7.4 Princip funkce barometru je tento: úzká skleněná, na jednom konci zatavená trubice délky $1\ \text{m}$ je částečně naplněna rtutí a ponořena svisle do misky rovněž naplněné rtutí. Ráno, při teplotě $0\ °C$, sahá sloupec rtuti v barometru do výšky *h*. V předpovědi počasí bylo právě uvedeno, že atmosférický tlak je $99{,}7\ kPa$ a tlaková tendence je setrvalá (tj. atmosférický tlak se během experimentu nemění). Později

sluníčko ohřeje povrch země, od něhož se následně ohřeje i vzduch (a tedy i rtuť) na $30\ °C$. Jak se změní výška rtuťového sloupce v barometru? Hustota rtuti při $0\ °C$ je $13595\ kg.m^{-3}$ a při $30\ °C$ je $13521\ kg.m^{-3}$.

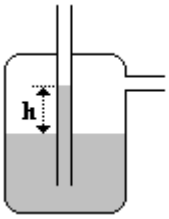
V: $4{,}1\ mm$

7.5 Do nádoby s vodou na obr. 58 je přiváděn z kompresoru vzduch, přičemž voda v manometrické trubici vystoupí do výšky $20\ cm$. Jaký je v nádobě přetlak vůči atmosférickému tlaku? Jaký tlak má vzduch v horní části nádoby? Velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

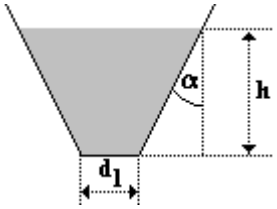
V: $2\ kPa$; $102\ kPa$

7.6 Otevřená cisterna, která má tvar komolého rotačního kužele s průměrem dolní podstavy $d_1 = 1{,}2\ m$ a úhlem mezi boční stěnou a svislicí $\alpha = 30°$, je naplněna vodou do výšky $h = 3\ m$ (viz obr. 59). Nad hladinou vody je tlak 0,1 MPa. Určete:
a) objem a hmotnost vody v cisterně,
b) tlak vody u dna a velikost síly, kterou působí voda na dno,
c) výslednou sílu, kterou působí voda na kuželovou stěnu.
Velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

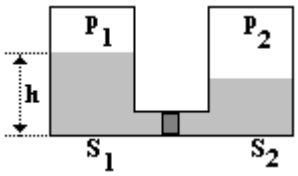
V: $22{,}6\ m^3$; $22{,}6\ t$; $1{,}3.10^5\ Pa$; $1{,}47.10^5\ N$; $7{,}9.10^4\ N$



obr. 58



obr. 59



obr. 60

7.7 V U-trubici, jejíž trubice má obsah příčného řezu $5\ cm^2$, je v jednom rameni nalita voda a ve druhém líh s hustotou $900\ kg \cdot m^{-3}$. Hladina lihu je 18 cm nad společným rozhraním obou kapalin. Jak vysoko je hladina vody nad společným rozhraním? Jak velkou silou je nutné působit na příslušnou kapalinu, aby se hladiny v obou ramenech U-trubice vyrovnaly?

V: 16,2 cm; 85,5 mN

7.8 Do otevřené U-trubice jsou nality dvě kapaliny. Hladina vody je 126 mm nad společným rozhraním obou kapalin, druhá kapalina má hladinu 100 mm nad společným rozhraním obou kapalin. Určete hustotu druhé kapaliny. Jakou silou je nutné působit na hladinu neznámé kapaliny, aby se obě kapaliny v trubici o průřezu $2\ cm^2$ posunuly o 50 mm?

V: $1260\ kg \cdot m^{-3}$; 226 mN

7.9 Jarda bydlí ve 4. patře domu. Voda z kohoutku nad umyvadlem ve výšce 1,2 m nad podlahou vytéká pod tlakem 780 kPa. Výška jednoho patra je 2,7 m. Jak vysoký je vodojem stojící za vesnicí, ze kterého je voda do domu přiváděna?

V: 90 m

7.10 Dno rezervoáru zahradního vodovodu je ve výšce 4 m nad zemí. Pod jakým tlakem bude voda v kohoutku ve výšce 150 cm nad zemí? Jak se změní tlak vytékající vody, jestliže na kohoutek nasadíme hadici a její ústí zvedneme do výšky 1,8 m nad zem? Ztráty v potrubí a v hadici zanedbejte.

V: 25 kPa; 3 kPa

7.11 Dvě kapaliny o hustotách $\rho_1 = 1000\ kg.m^{-3}$ a $\rho_2 = 1800\ kg.m^{-3}$ jsou v rovnováze v uzavřených válcových nádobách o průřezech $S_1 = 0{,}5\ m^2$ a $S_2 = 0{,}3\ m^2$ spojených krátkou trubicí o průřezu $4.10^{-4}\ m^2$ (viz obr. 60). Nad hladinou kapalin je vzduch, který má v první nádobě tlak $p_1 = 2.10^5\ Pa$ a v druhé nádobě tlak $p_2 = 1{,}5.10^5\ Pa$. Výška hladiny v první nádobě je $2\ m$. Ve spojovací trubici je volně pohyblivá zátka, zabraňující promísení kapalin. Určete velikost tlakové síly, která působí na zátku zleva a objem kapaliny ve druhé nádobě. Velikost tíhového zrychlení volte $10\ m.s^{-2}$.

V: $88\ N$; $1{,}17\ m^3$

7.12 Cigareta o hmotnosti $0{,}5\ g$ hoří Felixovi u úst a šíleně vadí nekuřákovi, který je s ním v místnosti. Vzhledem k tomu, že se jedná o pěknou slečnu, o kterou má Felix zájem, cigaretu vhodí do

hrnce s vodou. Aby Felix před dívkou ukázal, že je nejen pěkný a ohleduplný, ale též i inteligentní mladý muž, spočítá dívce okamžitě, o kolik se musí zvětšit hustota cigarety, aby klesla definitivně na dno. O kolik tedy? Rozměry (tj. délku a průměr cigarety) odhadněte sami.

V: zhruba o $750\ kg.m^{-3}$

7.13 Koule o hmotnosti $5,67\ kg$ je ponořena do vody a napíná lano, na kterém visí, silou o velikosti $50,7\ N$. Určete hustotu koule.

V: $11299\ kg.m^{-3}$

7.14 Zlatý předmět má na vzduchu hmotnost $96,25\ g$. Ponořen ve vodě o hustotě $1\ \mathrm{g.cm^{-3}}$ je vyvážen závažím o hmotnosti $90,25\ g$. Rozhodněte, zda je předmět dutý. Pokud ano, určete objem dutiny. Hustota zlata je $19,25\ \mathrm{g.cm^{-3}}$.

V: předmět je dutý a dutina má objem $1\ cm^3$

7.15 Malý Jarda vyrazil poprvé na ryby. Prut si udělal ze $195\ cm$ dlouhého klacku, na jehož užší konec přivázal vlasec s návnadou na háčku. Když ryba zabrala, zasekl a dlouhou dobu se pokoušel rybu vytáhnout. Nakonec rybu unavil, takže jen visela na konci vlasce a čekala, smířena s osudem, co bude dál. Aby si Jarda odpočinul, podepřel prut ve vzdálenosti $15\ cm$ od silnějšího konce a v rovnováze jej udržoval silou $60\ N$. Když si odpočinul, vytáhl rybu na břeh a odnesl domů. Tam zjistil, že ryba váží $3\ kg$. Kolik litrů vody ryba vytlačila, když jí Jarda hodil do vany s vodou?

V: $2,5\ l$

7.16 Dřevěný válec je ponořený ve vodě do dvou třetin své výšky. Jakou práci je třeba vykonat při vytáhnutí válce z vody, je-li jeho poloměr $10\ \mathrm{cm}$ a jeho výška $60\ \mathrm{cm}$?

V: $24,6\ \mathrm{J}$

7.17 „Lidský mozek má v průměru objem 1600 kubických centimetrů. U dospělých lidí spotřebovává 20 až 25% energie, kterou tělo spálí. U dětí je to až 60% veškeré energie. Mozek mužů má asi o 4% více buněk, což představuje asi 100 gramů nervové tkáně.
Mozek je chráněn tzv. mozkomíšním mokem, kterého lidské tělo vyprodukuje denně kolem 0,5 litru. Celkem se nachází v lidském těle asi 150 kubických centimetrů mozkomíšního moku a z něj je jen 15% v nitru mozku v tzv. mozkových komorách. Zbytek mozkomíšního moku slouží mozku jako „vodní lázeň“. To má celkem zajímavý důsledek. Mozek se totiž chová jako „těleso ponořené do kapaliny“ a jako takové se řídí Archimédovým zákonem, kdy je nadlehčován silou, která se rovná tíze mozkomíšního moku vytlačeného mozkem. Ta síla rozhodně není zanedbatelná. I když na suchu váží lidský mozek kolem 1,5 kilogramu, v naší lebce v lázni z mozkomíšního moku váží pouhých 50 gramů.“
Časopis *21. století*, červen 2007, str. 12
Na základě textu určete průměrnou hustotu lidského mozku, velikost vztlakové síly, kterou je mozek v lebce nadnášen, a průměrnou hustotu mozkomíšního moku.

V: $937,5\ \mathrm{kg.m^{-3}}$; $14,22\ \mathrm{N}$; $906,25\ \mathrm{kg.m^{-3}}$

7.18 V oleji s hustotou $920\ kg.m^{-3}$ je zavěšena na vlákně ocelová krychle o hraně délky $150\ mm$ a hustotě $7700\ kg.m^{-3}$. Vzdálenost horní podstavy od volné hladiny je $100\ mm$, atmosférický tlak je $0,1\ MPa$. Určete:

a) velikost sil, kterými působí olej na horní a dolní stěnu krychle,
b) výslednici sil, kterými působí olej na svislou část povrchu krychle, a výslednici všech sil, kterými působí olej na krychli,
c) velikost síly, kterou působí krychle na vlákno.

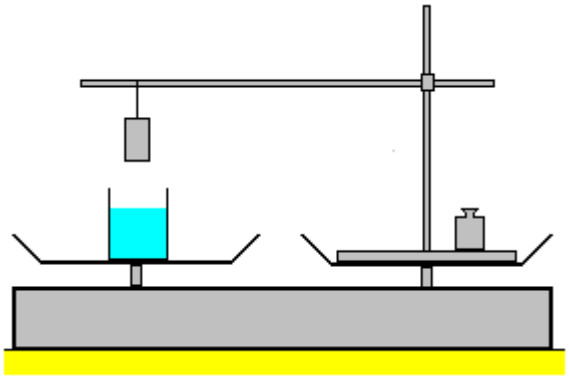
V: $2270,7\ N$; $2301,8\ N$; $31,1\ N$; $0\ N$; $228,8\ N$

7.19 Na jedné misce vah je postavena nádoba s vodou a na druhé je umístěn stojan, na jehož příčném rameni je zavěšeno těleso (viz obr. 61). Zachová se rovnováha, prodloužíme-li nit tak, aby se celé těleso ponořilo do vody? Pokud ne, která miska převáží?

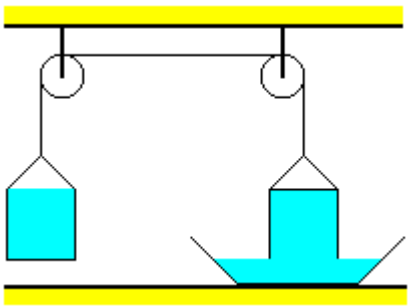
V: ne, převáží miska se sklenicí vody

7.20 Dvě stejné vodou naplněné sklenice jsou zavěšeny na niti (jedna dnem vzhůru - viz obr. 62). Která sklenice převáží, rovná-li se hmotnost vody v levé sklenici hmotnosti vody uvnitř pravé sklenice od jejího dna do povrchu vody ve sklenici?

V: soustava je v rovnováze



obr. 61



obr. 62

7.21 V nádobě s vodou plave kádinka, v níž je závaží. Jak se změní výška hladiny vody v nádobě, vyjmeme-li závaží z kádinky a postavíme je na dno nádoby?

V: hladina vody poklesne

7.22 V zahnuté skleněné trubici naplněné vodou jsou dvě kuličky - kovová a korková - stejného objemu. Trubice je uvedena do rotačního pohybu s frekvencí $2\ \mathrm{s}^{-1}$ a potom prudce zastavena. Určete, ve kterých místech trubice se budou nacházet jednotlivé kuličky a) před uvedením trubice do rotačního pohybu, b) poté, co se trubice otáčela.

V: v klidu: kovová klesá ke dnu; rotace: kovová stoupá, korková klesá

7.23 Skleněná trubice ve tvaru dutého válce o vnějším průměru $40\ mm$ má délku $1\ m$. Trubice je naplněna vzduchem a na obou koncích uzavřena zátkami. Určete, jak velký je vnitřní průměr trubice, je-li trubice sestrojena tak, že se ve vodě volně vznáší. Hustota použitého skla je $2500\ kg.m^{-3}$, hmotnost zátek a vzduchu uvnitř trubice zanedbejte.

V: $31\ mm$

7.24 Obří tanker převážející ropu vytlačí při maximálním naložení $2.10^5\ m^3$ mořské vody. Hmotnost prázdného tankeru je $5.10^4\ t$. Jaký je objem ropy, který je schopen tanker přepravit během jedné plavby? Hustota mořské vody je $1300\ kg.m^{-3}$, hustota ropy $1064\ kg.m^{-3}$.

V: $1{,}97.10^5\ m^3$

7.25 Záchranářská nafukovací matrace má rozměry $180\ cm \times 90\ cm \times 10\ cm$ a průměrnou hustotu $5\ kg.m^{-3}$. Jaká je její maximální nosnost ve vodě?

V: $161{,}19\ kg$

7.26 Dřevěná tyč o průřezu $1\ \mathrm{cm}^2$ a délce 1,5 m je zatížena závažím o hmotnosti 40 g a je ponořena ve svislé poloze do dostatečně hlubokého rybníka s vodou. Určete, zda se tyč se závažím ponoří na dno rybníka nebo ne. Pokud ne, určete, jaká část tyče bude vyčnívat nad hladinu. Hustota dřeva tyče je $600\ \mathrm{kg.m}^{-3}$ a hustota materiálu závaží je $7800\ \mathrm{kg.m}^{-3}$.

V: 0,25 m

7.27 Člověk o hmotnosti m a průměrné hustotě ρ skáče z výšky h do bazénu s vodou o hustotě ρ_k. Jaká je velikost jeho zrychlení pod vodou během jeho pohybu do maximální hloubky? Do jaké hloubky se potopí? Odporovou sílu vzduchu a vody zanedbejte.

V: $a = g\left(1 - \dfrac{\rho_\mathrm{k}}{\rho}\right)$; $h_1 = h\dfrac{\rho}{\rho - \rho_\mathrm{k}}$

7.28 V učebnicích dějepisu se píše o památné koruně syrakuského krále Hierona, která byla z čistého zlata a stříbra. Vážila 20 liber, při ponoření do vody byla o 1,25 libry lehčí. Podle toho je možné vypočítat, kolik zlata a kolik stříbra obsahovala koruna. Hustota čistého zlata je $19{,}64\ \mathrm{g.cm}^{-3}$, hustota stříbra $10{,}5\ \mathrm{g.cm}^{-3}$.

V: 5,23 libry stříbra a 14,77 libry zlata

7.29 Ve vrtu válcového tvaru dosahuje voda do výšky $22\ m$. Při vnoření válcového tělesa o průměru $4\ cm$ až ke dnu stoupla voda o $440\ cm$. Vypočtěte průměr vrtu. Výška vnořovaného válcového tělesa je větší než nová výška hladiny.

V: $9{,}79\ cm$

7.30 Těleso o objemu $0{,}1\,l$ a hmotnosti $0{,}5\,kg$ je ponořeno v nádobě s vodou. Jaká bude velikost jeho rychlosti při dopadu na dno nádoby, bude-li padat v kapalině volným pádem z výšky $1\,m$? Odpor, který klade voda pohybujícímu se tělesu, zanedbejte.

V: $3{,}96\,m.s^{-1}$

7.31 Rotační kužel s průměrem podstavy $D = 20\,cm$ a výškou $u = 30\,cm$ je vyroben z materiálu o hustotě $\rho_T = 800\,kg.m^{-3}$. Určete, do jaké výšky *h* bude ponořen, potopíme-li jej do vody tak, aby byl ve stabilní poloze.

V: 12,5 cm

7.32 V úseku, ve kterém má koryto řeky tvar obdélníka o šířce 30 m, sahá voda do výšky 1,5 m. Testovací těleso urazí sledovaný úsek délky 40 m za dobu 25 s. Určete objemový průtok vody korytem řeky.

V: $72\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$

7.33 Ve vodorovné trubici proudí voda rychlostí o velikosti $2{,}24\,m.s^{-1}$. Tlak v tomto místě je $0{,}1\,MPa$. Určete velikost rychlosti proudění vody v místě trubice, kde je tlak $0{,}09\,MPa$.

V: $5\,m.s^{-1}$

7.34 Ve vodorovném potrubí, jehož průřez se rozšiřuje z $10\ \mathrm{cm^2}$ na $12\ \mathrm{cm^2}$, proudí voda. V užší části potrubí voda proudí rychlostí o velikosti $6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a tlak v této části potrubí je dán hladinou vody v manometrické trubici ve výšce 5 cm. Určete velikost rychlosti vody v širší části potrubí. V jaké výšce je hladina vody v manometrické trubici v širší části potrubí?

V: $5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; 60 cm

7.35 Injekční stříkačka má plošný obsah pístu $1{,}2\ \mathrm{cm^2}$ a její otvor má průřez $1\ \mathrm{mm^2}$. Jak dlouho bude vytékat voda ze stříkačky položené na vodorovné rovině, bude-li na píst působit sila o velikosti $4{,}9\ \mathrm{N}$ a jestliže se píst posune o vzdálenost $4\ \mathrm{cm}$? Vnitřní tření zanedbejte.

V: $0{,}53\ \mathrm{s}$

7.36 Ze zahradní hadice stříká voda rychlostí o velikosti $3\,m.s^{-1}$. Jaká bude velikost rychlosti výtoku vody z hadice, ucpe-li zahradník polovinu výstupního otvoru prstem? Do jaké vzdálenosti tímto způsobem dostříkne voda, drží-li zahradník konec hadice vodorovně ve výšce $1{,}25\,m$ nad zemí?

V: $6\,m.s^{-1}$; $3\,m$

7.37 Jaký je tlak v potrubí, kterým se přivádí voda do Gagarinova pramenu v Karlových Varech, stříká-li voda do výšky $12{,}5\,m$? Jak velkou rychlostí opouští voda trysku?

V: $2{,}25.10^5\ Pa$; $15{,}8\,m.s^{-1}$

7.38 Termální bazén v Liptovském Jáně nedaleko Liptovského Mikuláše na Slovensku má rozměry $50\,m \times 20\,m$, přičemž jeho hloubka po délce bazénu rovnoměrně narůstá od $80\,cm$ až po $180\,cm$. Bazén se plní z vrtu hlubokého $95\,m$. Jaký tlak má voda ve vrtu, jestliže na povrchu stříká rychlostí o velikosti $6\,m.s^{-1}$? Do jaké výšky voda nad zemský povrch stříká? Jak dlouho se bude bazén plnit, má-li tryska u povrchu země průřez $260\,mm^2$?

V: $1{,}05\,MPa$; $1{,}83\,m$; $9{,}64\,dne$

7.39 V přehradní zdi je v hloubce $20\,m$ pod hladinou výtokový otvor. Atmosférický tlak je $10^5\ Pa$ a hustota vody $1000\,kg.m^{-3}$. Určete tlak u uzavřeného výtokového otvoru a velikost rychlosti, se kterou by proudila voda z výtokového otvoru, kdyby se všechna potenciální energie vody přeměnila v energii kinetickou. Velikost tíhového zrychlení volte $10\,m.s^{-2}$.

V: $3.10^5\ Pa$; $20\,m.s^{-1}$

7.40 Voda proudí trubicí nestejného průřezu. V nejširší části trubice má rychlost o velikosti $0{,}5\ \mathrm{m.s^{-1}}$ a tlak $1{,}5.10^5\ \mathrm{Pa}$, v užší části má tlak $2{,}04.10^4\ \mathrm{Pa}$. Jak velkou rychlost má voda v této užší části potrubí, zanedbáváme-li vnitřní tření?

V: $16{,}1\,m.s^{-1}$

7.41 Nádoba válcového tvaru má ve stěně nad sebou dva otvory ve výšce h_1 a h_2 ode dna. V jaké výšce má být hladina kapaliny nade dnem nádoby, aby kapalina stříkala z obou otvorů do stejné vzdálenosti na vodorovnou rovinu, na které je nádoba položená?

V: $h_1 + h_2$

7.42 Na vodní hladině plave měděná miska tvaru polokoule o vnějším průměru $5{,}3\ cm$ a tloušťce $0{,}8\ mm$. U dna je ale prasklá a dovnitř prosakuje voda rychlostí $2{,}5\ g.min^{-1}$. Za jakou dobu se miska potopí? Hustota vody je $998\ kg.m^{-3}$, hustota mědi je $8960\ kg.m^{-3}$.

V: $196{,}9\ s$

7.43 Ve filmu „Poplach v oblacích" režiséra Jindřicha Poláka a scénáristy Oty Hofmana z roku 1979 se znenadání objeví Pan Tau na křídle letícího letadla. Jak velkou odporovou silou na něj okolní vzduch působí? Předpokládejte, že letadlo letí ve výšce $10095\ m$, okolní vzduch má teplotu $-50°\ C$ a hustotu $0{,}76\ kg.m^{-3}$, letadlo se pohybuje rychlostí o velikosti $850\ km.h^{-1}$, obsah příčného průřezu Pana Tau je $0{,}7\ m^2$ a součinitel odporu je 1,1.

V: 16,3 kN

7.44 Parašutista, jehož hmotnost i s padákem je 80 kg, se pohybuje v daný okamžik rychlostí o velikosti $72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Jak velká síla na něj působí? Součinitel odporu je 1,2, hustota vzduchu $1{,}25\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ a průměr padáku je 10 m.

V: 22,75 kN

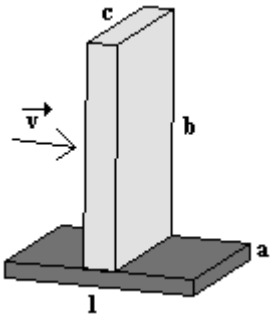
7.45 V letních měsících často při bouřkách padají i kroupy. Představte si ledovou kroupu ve tvaru koule o poloměru $3\ mm$ s hustotou $900\ kg.m^{-3}$, která padá na povrch Země z výšky $5\ km$. Jak velkou rychlostí se bude kroupa pohybovat těsně nad povrchem Země a) při zanedbání odporových sil vzduchu, b) se započtením odporových sil vzduchu? Pro případ b) zjistěte, jestli je kroupa schopna prorazit sklo na parkovišti stojícího automobilu, k jehož rozbití stačí působení nárazové síly o velikosti $50\ N$. Sklo vydrží průhyb $0{,}1\ mm$. Hustotu vzduchu považujte za konstantní a rovnou $1{,}3\ kg.m^{-3}$, součinitel odporu pro kouli je 0,48.

V: a) $313{,}2\ m.s^{-1}$; b) $10{,}6\ m.s^{-1}$; prorazí

7.46 Na silnici stojí reklamní poutač o hmotnosti m_1 umístěný v podstavci o hmotnosti m_2. Jak velkou rychlostí může maximálně foukat vítr ve směru kolmém na plochu poutače, aby se poutač nepřevrátil? Poutač a podstavec považujte za homogenní kvádry, jejichž rozměry jsou patrné z obr. 63. Součinitel odporu pro poutač je C, hustota vzduchu ρ.

Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 1\ \mathrm{kg}$, $m_2 = 3\ \mathrm{kg}$, $a = 10\ \mathrm{cm}$, $b = 1{,}2\ \mathrm{m}$, $c = 60\ \mathrm{cm}$, $l = 80\ \mathrm{cm}$, $C = 1{,}1$ a $\rho = 1{,}2\ \mathrm{kg.m^{-3}}$.

V: $6{,}9\ \mathrm{m.s^{-1}}$



obr. 63

Zdroje a inspirace příkladů:

[1] M. Kružík: „Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol“, SPN Praha 1969

[2] Z. Kluiber: „Nápaditá fyzika“, nakladatelství ARSCI, Praha 2000

[3] P. Příhoda, H. Holovská: „Průvodce astronomií“, Hvězdárna a planetárium hl. města Prahy, 1997

[4] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: „Fyzika“, Vysoké učení technické v Brně, Nakladatelství VUTIUM a Nakladatelství Prometheus, Brno 2000

[5] příklady z přijímacích zkoušek na vysoké školy technického směru z minulých let

[6] učitelé SPŠST (hlavně fyzikáři)

[7] život a fantazie Jaroslava Reichla

[8] třídy 00M a 03K ze SPŠST Panská

Sbírka neprošla jazykovou úpravou. Za případné chyby se omlouvám a prosím na jejich upozornění.