Jaroslav Reichl, © 2010

VELIKOST TAHOVÉ SÍLY

Pomůcky:

LabQuest, sonda čidlo polohy (sonar), siloměr (Dual-Range Force Sensor)

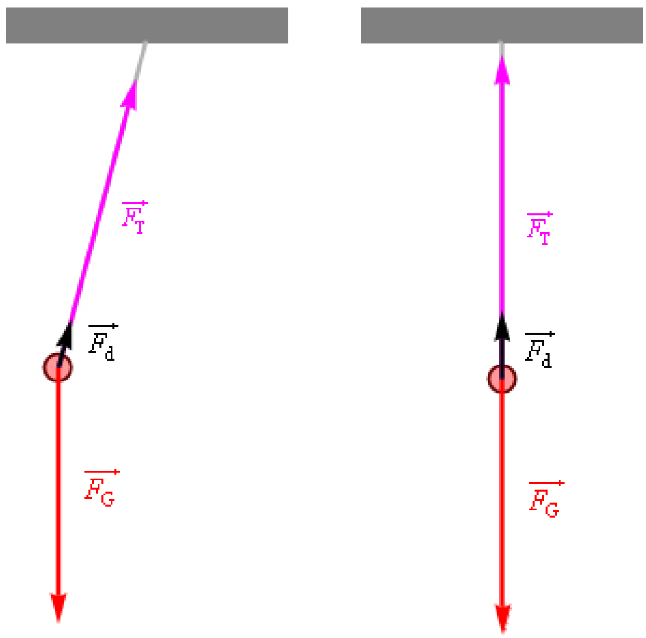
Motivace:

V mechanice se lze setkat s úlohami (viz odstavec Odkazy), které popisují těleso kmitající na vlákně (většinou je vlákno nedeformovatelné a zanedbatelné hmotnosti) dané délky. Těleso se tedy pohybuje po části kružnice. A cílem je najít velikost maximální tahové síly, kterou je vlákno napínáno, a určit, v jakém místě své trajektorie těleso touto maximální silou na vlákno působí.

S podobnou úlohou se lze setkat i v řadě situací v praxi (houpání se v houpačce na pouti, jízda na řetízkovém kolotoči, …), u nichž by měla být zajištěna dostatečná bezpečnost.

Rozbor problému:

Z teoretického rozboru situace vyplývá, že maximální tahovou silou bude vlákno napínáno tehdy, bude-li se nacházet v rovnovážné poloze, tj. bude-li vlákno svislé. Tíhová síla $\overrightarrow{F_\mathrm{G}}$ působící na těleso zavěšené na vlákně má vždy svislý směr. Dostředivá síla, která způsobuje pohyb tělesa po části kružnice, mění během pohybu tělesa svoji velikost i směr. Nejvyšší velikosti dosáhne v rovnovážné poloze, neboť (jak vyplývá ze zákona zachování energie) v tomto bodě má těleso maximální velikost rychlosti. Navíc jedině v tomto bodě má dostředivá síla $\overrightarrow{F_\mathrm{d}}$ stejný směr jako síla tíhová - proto je největší i velikost tahové síly $\overrightarrow{F_\mathrm{T}}$ (viz obr. 1).



obr. 1

Postup měření

Měření pomocí systému Vernier lze realizovat s tenisovým míčkem zavěšeným na tenké stuze (viz obr. 2). Stuhu, na níž je zavěšen míček, zavěsíme na siloměr systému Vernier a pod míček v rovnovážné poloze umístíme čidlo polohy. Čidlo polohy i siloměr připojíme k LabQuestu. Nastavíme čas měření na 6 s a frekvenci měření na 50 Hz a vychýlíme míček z rovnovážné polohy.

Je důležité dbát na to, aby:

1. čidlo polohy bylo přesně pod středem míčku v jeho rovnovážné poloze;
2. se míček pohyboval pouze v jedné rovině (tj. aby ve své nejnižší poloze procházel přesně nad čidlem polohy).

obr. 2

Po vychýlení míčku z rovnovážné polohy spustíme na LabQuestu měření. Naměřená data jsou zobrazená na obr. 3.

Ze zobrazených grafů je zřejmé, že největší tahovou silou, kterou měří siloměr, je vlákno, na kterém je míček zavěšen, namáháno v blízkosti rovnovážné polohy míčku. Průchod míčku rovnovážnou polohou (tj. nejnižším bodem své trajektorie) lze odečíst z prvního grafu na obr. 3. Ten zobrazuje časovou závislost vzdálenosti nejbližšího bodu, který je čidlo schopné detekovat, od čidla. Úseky grafu rovnoběžné s osou času odpovídají situaci, kdy se míček nachází mimo prostor nad čidlem a čidlo tedy detekuje nejbližší bod (hrana stolu, siloměr, …). Ostrá lokální minima tohoto grafu odpovídají přiblížení míčku nad čidlo polohy.

Z grafu závislosti velikosti síly na čase je možné odečíst periodu změny síly. Prostým odečtením z grafu vychází hodnota zhruba $T_1 = 0{,}96\ \mathrm{s}$. Zobrazíme-li aproximaci naměřené závislosti v programu LoggerPro pomocí funkce sinus, získáme rovnici

$$F = 0{,}083\sin\left(6{,}585t + 2{,}813\right) + 0{,}684\,. \qquad (1)$$

Z rovnice (1) je nyní důležitá úhlová frekvence $\omega = 6{,}585\ \mathrm{s}^{-1}$, z níž je možné na základě vztahu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (2)$$

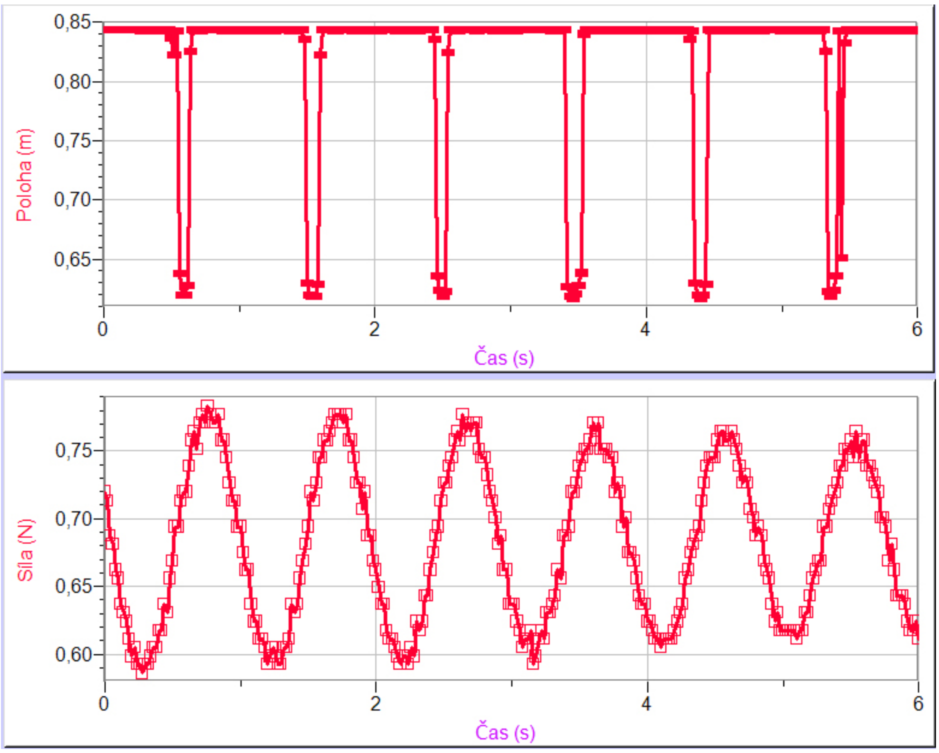
určit periodu $T = 0,95\ \mathrm{s}$, což je v dobré shodě s odhadem provedeným na základě prostého odečtení hodnot z grafu.

Tuto periodu je možné ovšem ověřit nezávislým měřením - a to s pomocí vlastností matematického kyvadla. Z teoretického popisu matematického kyvadla vyplývá, že perioda vlastních kmitů při malých výchylkách je dána vztahem

$$T_{\mathrm{kyvadla}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,, \tag{3}$$

kde *l* je délka závěsu kyvadla a *g* je velikost tíhového zrychlení.

Dosadíme-li do rovnice (3) naměřenou délku vlákna míčku $l = 0,875\ \mathrm{m}$, dostaneme periodu matematického kyvadla, za které lze kmitající míček na závěsu považovat, $T_{\mathrm{kyvadla}} = 1,88\ \mathrm{s}$.



obr. 3

Na první pohled se zdá, že perioda je dvakrát vyšší, než jsme očekávali. Je nutné si ale uvědomit, že graf závislosti velikosti tahové síly vlákna míčku zobrazený na obr. 3 má ve srovnání s kmitáním míčku poloviční periodu. Během jedné periody kmitání míčku prochází míček svojí rovnovážnou polohou dvakrát. Jeden kyv (polovina periody) kmitání míčku tedy je $\tau_{\mathrm{kyvadla}} = 0,94\ \mathrm{s}$. Tato doba je už srovnatelná s dobou, kterou jsme získali na základě práce s grafem naměřeným systémem Vernier.

Ze statistiky programu LoggerPro resp. z rovnice (1) lze vyčíst další charakteristiky: hmotnost míčku, maximální velikost tahové síly, maximální velikost dostředivé síly a na základě již zjištěných parametrů určit velikost maximální rychlosti pohybu míčku.

Velikost tíhové síly míčku udává absolutní člen v rovnici (1), tj. $F_{\mathrm{G}} = 0,684\ \mathrm{N}$, odkud lze určit hmotnost *m* míčku $m = \dfrac{F_{\mathrm{G}}}{g} = 69\ \mathrm{g}$. Maximální velikost tahové síly je rovna

$F_{\mathrm{T}} = F_{\max} + F_{\mathrm{G}} = 0,083 + 0,684\ \mathrm{N} = 0,767\ \mathrm{N}$. Velikost $F_{\max}$ přitom udává velikost maximální dostředivé síly, tj. $F_{\mathrm{dmax}} = 0,083\ \mathrm{N}$. Na základě teorie pro velikost této síly platí

$$F_{\mathrm{dmax}} = \frac{m v_{\max}^2}{l}, \tag{4}$$

kde $v_{\max}$ je maximální velikost rychlosti pohybu míčku. Na základě vztahu (4) můžeme odvodit

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{F_{\mathrm{dmax}} l}{m}} \tag{5}$$

a tedy dostáváme $v_{\max} = \sqrt{\frac{0,083.0.875}{0,069}}\ \mathrm{m.s^{-1}} = 1,03\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

Odkazy:

Zdrojový soubor dat naměřených při experimentu

Pohyb po kružnici, Dostředivá síla, Harmonické kmitání, Matematické kyvadlo - teoretický základ problematiky (Multimediální encyklopedie fyziky)

Osoby na houpačce, Tarzan na liáně - řešené úlohy, které se zabývají problémem popisovaným v tomto textu (Multimediální encyklopedie fyziky)