



STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA SDĚLOVACÍ TECHNIKY

110 00 Praha 1, Panská 856/3
☎ 221 002 111, 📠 221 002 666

URL: www.panska.cz
e-Mail: sekretariat@panska.cz

MATURITNÍ ZKOUŠKA

PRAKTICKÁ ZKOUŠKA Z ODBORNÝCH PŘEDMĚTŮ

Kmitavý pohyb ve fyzice

Studijní obor: **78-42-M/001
Technické lyceum**

Třída: **4.L**

Školní rok: **2008/2009**

Marek Procházka
jméno a příjmení

Anotace

Práce je zaměřena na kmitavý pohyb ve fyzice. Obsahuje základní přehled mechanických oscilátorů (pružina, různé druhy kyvadel), zvukové vlnění a jeho využití v praxi, základní principy elektromagnetického kmitání a vlnění.

Annotation

Work is sight on flutter in physics. Contain fundamental view mechanical oscillator (spring, different sorts of pendulum), sound wave and its-utilize practically, fundamental principles electromagnetic oscillation and wave.

Ukázková práce

Úvod

Právě začínáte číst dlouhodobou maturitní práci na téma kmitavý pohyb. Toto téma jsem si vybral, jelikož mi přišlo velice zajímavé. Kmitání – nemluvě o vlnění – nás provází běžným životem na každém kroku. Většina z nás si ani neuvědomuje, jak nám ovlivňuje život. Nebýt elektromagnetického vlnění, neexistovaly by dnes mobilní telefony, neohřáli bychom si jídlo v mikrovlnné troubě, nepřepnuli kanál na televizoru dálkovým ovládáním, ba dokonce bychom se ani nemohli dívat na televizor.

Každý člověk v sobě nosí mechanický oscilátor – srdce. Nebýt jeho periodického pohybu, nežili bychom. Mnoho pouťových atrakcí jsou pouze „velké“ mechanické oscilátory, které nám přinášejí spoustu zábavy.

Z těchto a mnoha dalších důvodů jsem si kmitavý pohyb oblíbil již od chvíle, kdy jsem se o něm začal učit na hodinách fyziky. V práci naleznete odvození vztahů period a frekvencí různých oscilátorů. Myslím si, že jsou podané jednoduchou a srozumitelnou formou, tudíž je pochopí každý bystrý středoškolák. Avšak, práce není pojata jako učebnice. Je to spíš souhrn zajímavostí z oblasti kmitání a vlnění. Ne všechny vztahy jsou v práci odvozeny. K jejímu přečtení a hlavně pochopení jsou třeba alespoň základní znalosti fyziky.

Mým cílem bylo, aby práce posloužila k uvědomění si, jak moc nám kmitání a vlnění zasahuje do života.

Mechanické oscilátory

Mechanický oscilátor je zařízení, které může volně kmitat, tzn. vykonávat mechanický kmitavý pohyb. Mechanickým oscilátorem může být lidské srdce, dítě na houpačce, člověk houpající se na laně, atd. Existují dva „speciální“ druhy mechanických oscilátorů, které jsou jednoduché na popis, jsou to:

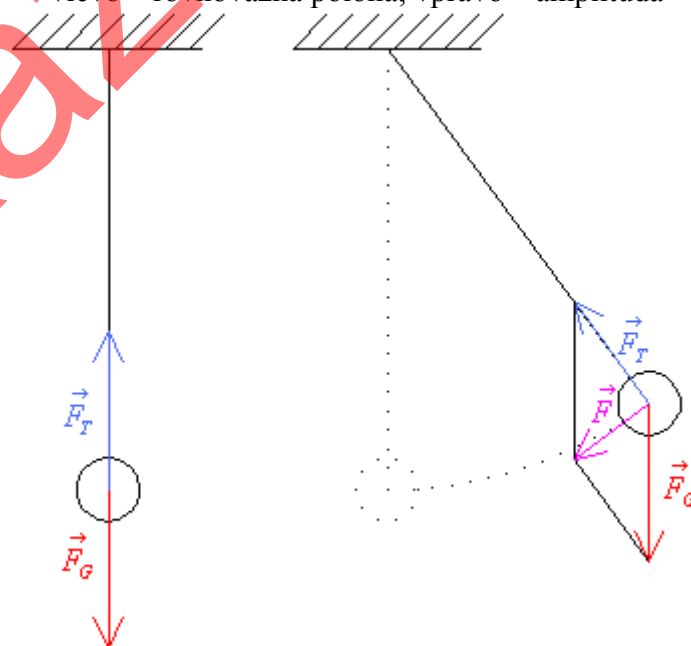
1. Kyvadlo
2. Těleso zavěšené na pružině

Kyvadlo

Kyvadlo je mechanický oscilátor. Kyvadlem může být každé těleso, zavěšené nad svým těžištěm, které se může volně otáčet kolem své osy, jenž prochází bodem závěsu.

Volně zavěšené kyvadlo je v klidu, jestliže síly na něj působící jsou v rovnováze. Tomuto stavu se říká rovnovážná poloha. Když kyvadlo vychýlíme z rovnovážné polohy, vznikne složením sil \vec{F}_G a \vec{F}_T výslednice \vec{F} . Síla \vec{F} se snaží uvést kyvadlo opět do rovnovážné polohy (obrázek 1).

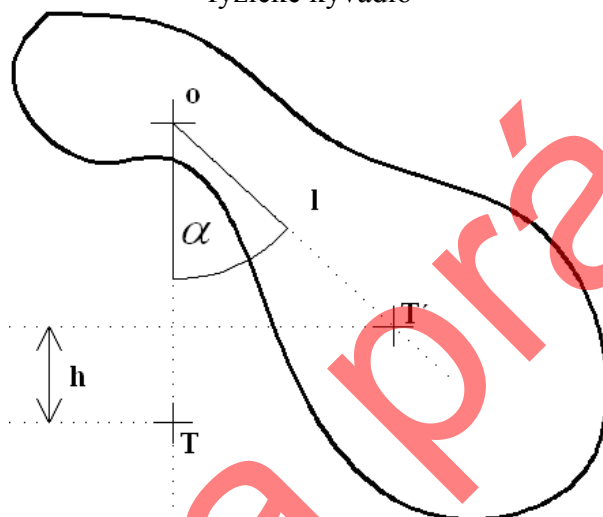
Obr. 1
vlevo – rovnovážná poloha; vpravo – amplituda



Fyzické kyvadlo

Fyzické kyvadlo je tuhé těleso otočné bez tření kolem vodorovné osy, jenž neprochází jeho těžištěm. Na rozdíl od matematického kyvadla to již není bod zavěšený na provázku, ale těleso s různým rozložením hmotnosti. Proto je třeba počítat již s momentem setrvačnosti (obrázek 8).

Obr. 8
fyzické kyvadlo



Při vychýlení kyvadla o úhel α (který je malý) do výšky h získá kyvadlo potenciální energii E_p (vzhledem k rovnovážné poloze). Výšku h můžeme vyjádřit pomocí goniometrické funkce:

$$\cos \alpha = \frac{l-h}{l} \quad (14)$$

$$h = l(1 - \cos \alpha) \quad (15)$$

Potenciální energii fyzického kyvadla můžeme tedy psát ve tvaru:

$$E_p = mgh \quad (16)$$

$$E_p = mgl(1 - \cos \alpha) \quad (17)$$

Zajímají jen mále rozkyvy kyvadla, můžeme použít přibližný vztah:

$$1 - \cos \alpha \doteq \frac{\alpha^2}{2} \quad (18)$$

Ověření vztahu (18) pro malé úhly můžeme provést limitou, za předpokladu že si vztah přepíšeme do tvaru:

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\alpha^2} \doteq \frac{1}{2} \quad (19)$$

Vztah platí pro malé úhly, proto hledáme limitu z výrazu (19), kde se α blíží k nule:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha^2} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha^2} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\alpha^2(1 + \cos \alpha)} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2(1 + \cos \alpha)} = \frac{1}{2} \quad (20)$$

Potenciální energii kyvadla vyjádříme tedy pomocí vztahů (17) a (18):

$$E_p = mgl \frac{\alpha^2}{2} \quad (21)$$

Po uvolnění kyvadla se bude měnit potenciální energie na kinetickou energii rotačního pohybu:

$$E_k = \frac{1}{2} J \Omega^2 \quad (22)$$

Potenciální energie v amplitudě (kde je maximální) se musí rovnat kinetické energii při průchodu rovnovážnou polohou vyplývá ze zákona zachování mechanické energie:

$$E_p = E_k \quad (23)$$

$$mgl \frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{2} J \Omega^2 \quad (24)$$

zde je velmi důležité si uvědomit, že úhlová rychlost Ω se během kmitání mění. Při průchodu rovnovážnou polohou je maximální a v amplitudě je minimální (nulová). Zatímco úhlová frekvence ω je během kmitání konstantní a je dána vztahy (10) a (11), pro úhlovou rychlost Ω platí:

$$\Omega = \Omega_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (25)$$

$$\Omega_m = \omega \alpha_m, \quad (26)$$

vztah (26) dosadíme do vztahu (24) a upravíme:

$$mgl \alpha^2 = J \omega^2 \alpha^2 \quad (27)$$

$$mgl = J \omega^2 \quad (28)$$

Vyjádřením úhlové frekvence zjistíme vlastní kmitání fyzického kyvadla:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \quad (29)$$

Ze vztahu (29) již snadno odvodíme periodu a frekvenci vlastního kmitání fyzického kyvadla pomocí vztahů (10) a (11):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (30)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{J}}, \quad (31)$$

kde J je moment setrvačnosti tuhého tělesa vzhledem k dané.

Přibližně do rozkyvu do 5° (jako u matematického kyvadla) nezáleží na počáteční amplitudě, avšak u většího rozkyvu již dochází při použití odvozených vztahů (32) respektive (31) k nepřesnostem.

Foucaltovo kyvadlo

Jde o druh matematického kyvadla. Foucaltovo kyvadlo bylo použito k demonstraci rotace Země, aniž bychom museli opouštět její povrch. Nejznámější pokus provedl J. Foucalt v roce 1851. V pařížském Pantheonu nechal kývat kyvadlo o délce závěsu 67 m a se závažím o hmotnosti 40 kg. Kyvadlo mělo periodu 16 s.

Pro správnou funkci Foucaltova kyvadla je potřeba dlouhý závěs o co nejmenší hmotnosti a těžké závaží – nejlepší je ve tvaru koule, aby bylo obtékání vzduchu kolem rovnoměrné, poněvadž při nerovnoměrném obtékání vznikají rušivé síly, které mohou způsobovat stáčení roviny kyvu. Způsob zavěšení je také velmi důležitý, nesmí ani napomáhat a ani bránit otáčení roviny, v níž kyvadlo kýve. Pohyb kyvadla by měl být minimálně tlumen, aby kyvadlo kývalo co nejdelší dobu.

Při kmitání Foucaltova kyvadla se stáčí jeho rovna kyvu. Za to může Coriolisova síla, jež vzniká v rotujících soustavách. Můžeme ale také říci, že rovina kyvu se nestáčí, ale že Země se pod kyvadlem otáčí. Ve skutečnosti se zachovává rovina kyvu vůči hvězdám. Z této skutečnosti plyne, že vztahná soustava Země - kyvadlo není inerciální.

Obr. 10

Foucaltovo kyvadlo, jež je vystaveno v Deutsches Museum v Mnichově



Foucaltovo kyvadlo se nestáčí na všech místech Země stejně rychle, nejrychleji se stáčí na pólech kde je to rychlostí 15° za hodinu (360° za 24 hodin) a nejpomalejší na rovníku (zde se nestáčí). Rychlost stáčení v různých zeměpisných šířkách můžeme zjistit:

$$\frac{360 \sin \omega}{24}, \quad (43)$$

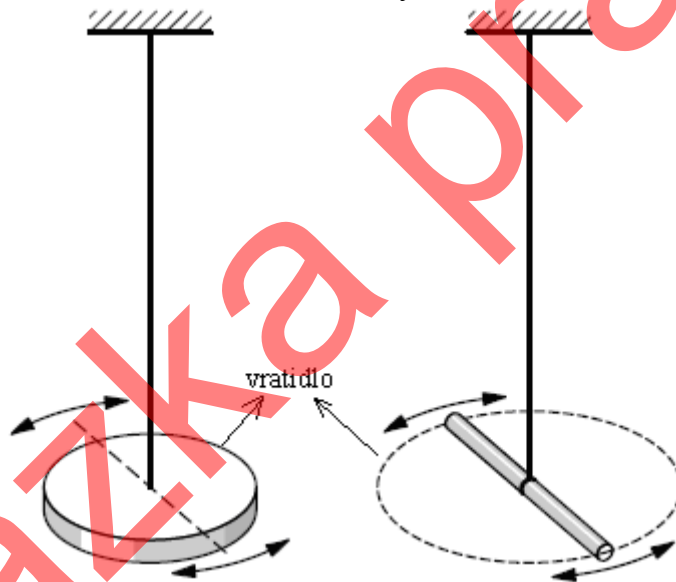
kde ω je zeměpisná šířka. Výsledná rychlost stáčení roviny kyvu vyjde ve stupních za hodinu.

V Praze se Foucaltovo kyvadlo stáčí rychlostí $11,5^\circ$ za hodinu. Na severní polokouli se rovina kyvu stáčí ve směru hodinových ručiček (pozorováno z místa závěsu), na jižní polokouli opačně.

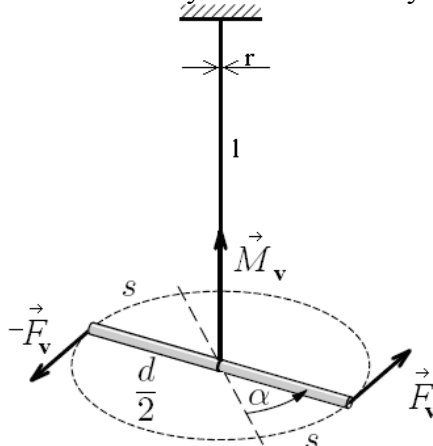
Torzni kyvadlo

Torzni kyvadlo je takové kyvadlo, které může vykonávat torzni kmity. Torzí je ve fyzice je označováno kroucení, (zkrut), tj. vzájemné posunutí rovnoběžných vrstev o určitý úhel).

Obr. 13
vlastní torzni kyvadlo



Obr. 14
vlastní torzni kyvadlo s momenty sil



Torzni kyvadlo je souměrné tuhé těleso, zavěšené na pružném závěsu, které může kmitat ve vodorovné rovině kolem podélné svíslé osy vlákna. Pohyb torzního kyvadla je

možné definovat jako periodický pohyb kolem pevné osy, který je způsoben tečnými silami. Pokud tyto síly vznikají kroucením závěsu (tyče), pak mluvíme o vlastním torzním kyvadle. Vznikají-li jako důsledek tíhové síly, hovoříme o gravitačním torzním kyvadle.

K odvození periody a frekvence kmitání vlastního torzního kyvadla použijeme, obdobně jako u fyzického kyvadla, zákon zachování energie. Stejně jako u matematického či fyzického kyvadla se omezíme jen na malé úhly α (abychom mohli použít vztah (1) a oblouk s mohli považovat za úsečku). Chceme-li drát délky l o poloměru r , který je vyroben z materiálu o modulu pružnosti ve smyku G , držet zkroucený o úhel α , musíme na konec drátu působit dvojicí vnějších sil, jejichž moment \vec{M}_v , je přímo úměrný úhlové výchylce α (obrázek 14). Pak platí:

$$M_v = \frac{\pi Gr^4}{2l} \alpha = D\alpha \quad (44)$$

Konstanta úměrnosti D se nazývá direkční moment. Moment vnějších sil \vec{M}_v je v rovnováze s momentem \vec{M} pružných sil drátu působících proti deformaci, proto platí:

$$M = -D\alpha \quad (45)$$

Působí-li dvojice vnějších sil \vec{F}_v a $-\vec{F}_v$ kolmo na konce vratidla délky d , mají síly velikost:

$$F_v = \frac{M_v}{d} \quad (46)$$

$$F_v = \frac{D\alpha}{d} \quad (47)$$

Během pootočení o úhel α se velikost sil postupně zvětšuje. Vnější síly \vec{F}_v a $-\vec{F}_v$ vykonávají práci a zkroucený závěs získává potenciální i elastickou energii:

$$E_p = \Delta W \quad (48)$$

$$W = F_v s \quad (49)$$

Na základě výše uvedených podmínek a vztahu (2) platí:

$$\sin \alpha = \frac{s}{\frac{d}{2}} \quad (50)$$

$$s = \sin \alpha \frac{d}{2} \quad (51)$$

$$s = \alpha \frac{d}{2} \quad (52)$$

Dosadíme-li do vztahu (49) za \vec{F}_v vztah (47) a za s vztah (52), dostaneme:

$$W = \frac{D\alpha}{d} \alpha \frac{d}{2} \quad (53)$$

$$W = \frac{1}{2} D\alpha^2 \quad (54)$$

Ze vztahu (45) a (51) určíme potenciální energii zkrouceného závěsu:

$$E_p = \frac{1}{2} D\alpha^2 \quad (55)$$

Přestaneme-li na vratidlo působit vnější dvojici sil \vec{F}_v a $-\vec{F}_v$, rozkmitá se působením momentu pružných sil \vec{M} okolo rovnovážné polohy. Potenciální energie se bude měnit na kinetickou energii rotačního pohybu vztah (22). Ze zákona zachování mechanické energie (vztah (23)) platí:

$$\frac{1}{2} D\alpha^2 = \frac{1}{2} J\Omega^2 \quad (56)$$

$$\frac{1}{2} D\alpha^2 = \frac{1}{2} J\omega^2 \alpha^2 \quad (57)$$

$$D = J\omega^2 \quad (58)$$

Vztah (56) jsme upravili stejným způsobem, jak již bylo popsáno výše u fyzického kyvadla.

Vyjádřením úhlové frekvence zjistíme vlastní kmitání vlastního torzního kyvadla:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}} \quad (59)$$

Ze vztahu (59) již snadno odvodíme periodu a frekvenci vlastního kmitání vlastního torzního kyvadla pomocí vztahů (10) a (11):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (60)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{J}}, \quad (61)$$

kde J je moment setrvačnosti tuhého tělesa vzhledem k dané a D je direkční moment, jenž se spočítá:

$$D = \frac{\pi Gr^4}{2l}, \quad (62)$$

kde r je poloměr krouceného závěsu a l je délka krouceného závěsu.

Obr. 15
Pohlovo torzní kyvadlo



Torzní kyvadlo může mít řadu podob např.: na Pohlově torzním kyvadle zajišťuje kmitavý pohyb pružina, po vychýlení kyvadla generuje mnohem větší sílu, než je síla tíhová. Zde jde o nucené harmonické kmitání.

Blackburnovo kyvadlo

Blackburnovo kyvadlo (obrázek 17) je zařízení sloužící k demonstraci Lissajousových obrazců (obrázek 18), které vznikají při skládání dvou na sebe kolmých kmitů. Toto kyvadlo lze přibližně považovat za dvě matematická kyvadla, jejichž délky závěsů lze měnit pomocí společného třmenu. Roviny kyvů obou kyvadel jsou na sebe vzájemně kolmé. Délky kyvadel nastavíme tak, aby poměry period $T_1 : T_2$ byly v poměru celých čísel. Za tohoto předpokladu opisuje hmotný bod poměrně jednoduché křivky (Lissajousovy obrazce). Trajektorie se opakuje ve výsledné periodě danou nejmenším společným násobkem period obou kmitání.

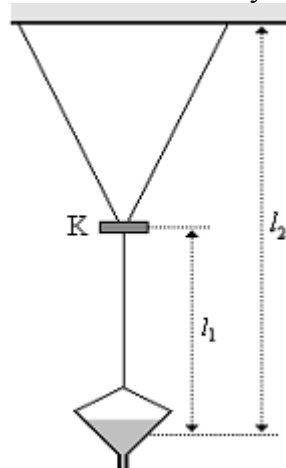
Ke zviditelnění Lissajousových obrazců dáme do dolní části kyvadla písek (je tak upravená) a necháme ho padat na. Po rozkmitání kyvadla začne padající písek vykreslovat Lissajousovy obrazce.

Ze vzorce pro periodu kmitání matematického kyvadla (12) plyne pro poměry délek kyvadel a poměry jejich period rovnice:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \quad (70)$$

Tedy např.: má-li poměr $T_1 : T_2$ být 2:3, musí být délky kyvadel v poměru 4:9.

Obr. 17
závěs Blackburnova kyvadlo



Obr. 18
Lissajousovy obrazce pro jednoduché poměry kmitočtů a při různých fázových rozdílech

Poměr frekvencí	Fázové posunutí				
	0°	45°	90°	135°	180°
1:1					
1:2					
1:3					
2:3					
3:4					
3:5					

Mechanické vlnění

Každý mechanický oscilátor je zdrojem mechanického vlnění (kmitá-li ve hmotném prostředí). Mechanické vlnění jistě patří k jednomu z velmi rozšířených jevů v přírodě, se kterým se setkáváme, aniž bychom si to uvědomovali. Nejrozšířenějším mechanickým vlněním je šíření zvuku ve vzduchu, což není nic jiného než podélné postupné mechanické vlnění, jenž nám rozehvívá ušní bubínky. Jako se zdroji zvuku se neseťkáváme s oscilátory výše popsanými. Nejčastěji se setkáváme se zvukem vydávaným hlasivkami či různými reproduktory. Avšak stále se jedná o mechanické oscilátory, jejichž činnost lze pomocí výše uvedených oscilátorů modelovat.

Zvuk

Zvuk je mechanické vlnění. Nejčastěji se šíří jako podélné mechanické vlnění (šíření ve vzduchu), ale může se šířit i jako příčné mechanické vlnění (například v některých pevných látkách). Zdrojem zvuku je chvění pružných těles, které se přenáší do okolního prostředí a vzbuzuje v něm zvukové vlnění.

Akustika a její dělení

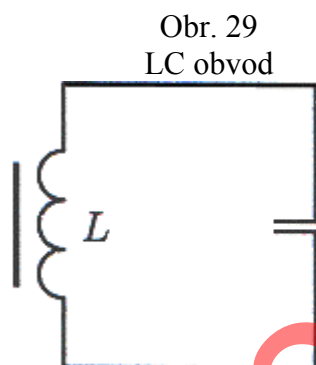
Fyzikálními ději, které jsou spojeny se vznikem zvukového vlnění, jeho šířením a vnímáním zvuku sluchem se zabývá akustika. Ta se dělí na:

1. fyzikální akustika - studuje způsob vzniku a šíření zvuku; zabývá se jeho odrazem a způsobem pohlcování v různých druzích materiálu;
2. hudební akustika - zkoumá zvuky a jejich kombinace se zřetelem na potřeby hudby;
3. fyziologická akustika - zabývá se jeho vznikem zvuku v hlasovém orgánu člověka a jeho vnímáním v uchu;
4. stavební akustika - zkoumá dobré a nerušené podmínky pro poslech hudby a řeči v obytných místnostech a sálech;
5. elektroakustika - zabývá se záznamem, reprodukcí a šířením zvuku pomocí elektrického proudu;

Elektromagnetický oscilátor

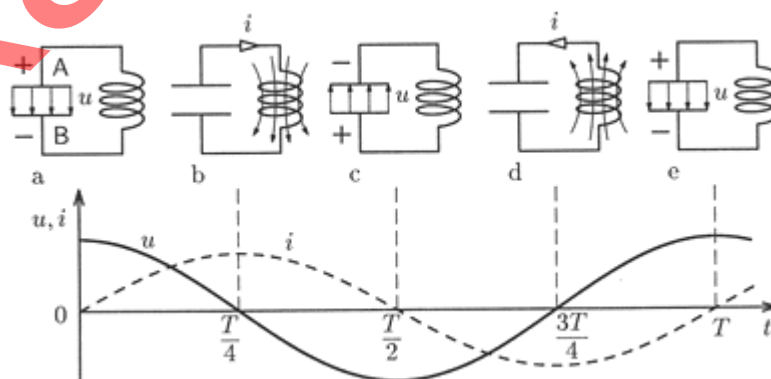
(LC obvod)

Nejjednodušším elektromagnetickým oscilátorem je obvod tvořený cívkou a kondenzátorem – LC obvod (oscilační obvod) obrázek 29. Parametry oscilačního obvodu jsou: indukčnost cívky L a kapacita kondenzátoru C .



Nabijeme-li kondenzátor, vytvoří se mezi jeho deskami elektrické pole. Jeho energie představuje energii oscilátoru v počátečním okamžiku. Když kondenzátor připojíme k cívce, začíná oscilačním obvodem procházet proud, kondenzátor se vybíjí a energie elektrického pole se zmenšuje. Současně se zvětšuje proud procházející cívkou a kolem ní se vytváří magnetické pole. Energie elektrického pole kondenzátoru se mění na energii magnetického pole cívky.

Obr. 30
Fázový rozdíl napětí a proudu



Elektromagnetické vlnění

Elektromagnetické vlnění má dvě navzájem neoddělitelné složky: elektrickou a magnetickou složku. Elektrickou složku charakterizuje vektor intenzity elektrického pole \vec{E} a magnetickou složku vektor magnetické indukce \vec{B} . Nejrozšířenější elektromagnetické vlnění, ačkoli si to mnoho lidí neuvědomuje, je světlo.

Vektory \vec{E} a \vec{B} jsou navzájem kolmé, mají souhlasnou fázi a kmitají kolmo ke směru šíření vlny (jde o příčné vlnění). Vakuem se šíří rychlostí o velikosti:

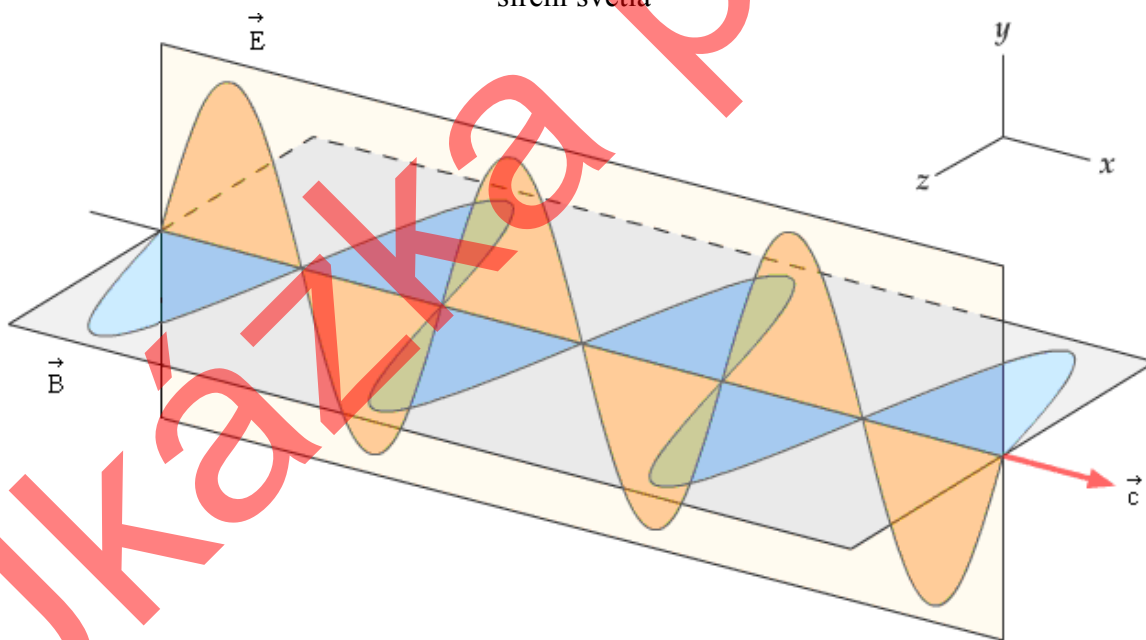
$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}, \quad (115)$$

toto je maximální rychlost, kterou se lze pohybovat ve vesmíru.

Mezi frekvencí kmitání, vlnovou délkou a velikostí rychlosti šíření je vztah:

$$c = f\lambda \quad (116)$$

Obr. 33
šíření světla



Vznik elektromagnetického vlnění

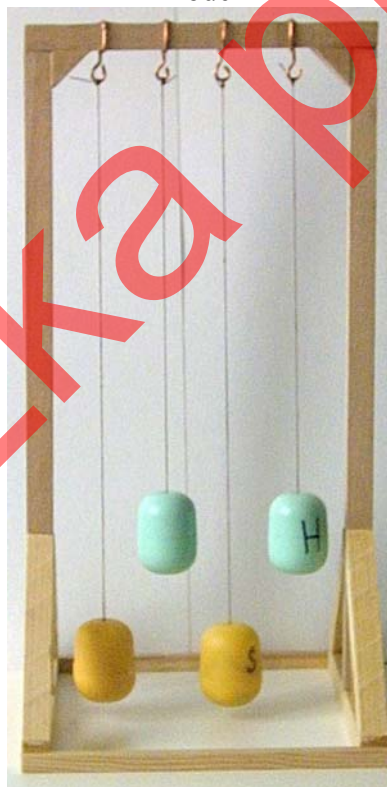
Obdobně jako je mechanický oscilátor zdrojem mechanického vlnění je i elektromagnetický oscilátor zdrojem elektromagnetického vlnění. Kmitá-li elektromagnetický oscilátor, probíhají v něm periodické změny energie, která ale nepřechází do okolí oscilátoru (stále se udržuje např. v oscilačním obvodu). V praxi je ale nutné energii z oscilátoru přenášet.

Praktická část

Jako praktickou část práce jsem se rozhodl vyrobit dva modely kyvadel. Jedním z nich je kyvadlo, jež by se svými vlastnostmi mělo blížit vlastnostem matematického kyvadla. Druhý model je Blackburnovo kyvadlo, kterým jsem chtěl demonstrovat Lissajousovy obrazce.

První model je vidět na obrázku 47. Rám je ze dřeva. Na závěs jsem použil reznou nit a měděný drát na háček. Jako závaží jsem se rozhodl použít Kinder vajíčko. A to hned ze dvou důvodů. Prvním z nich je ten, že mají stejný tvar, tedy na ně budou působit stejné odporové síly. Druhým důvodem je fakt, že Kinder vajíčka jsou dutá a lze do nich vložit materiál o různé hmotnosti.

Obr. 47
model

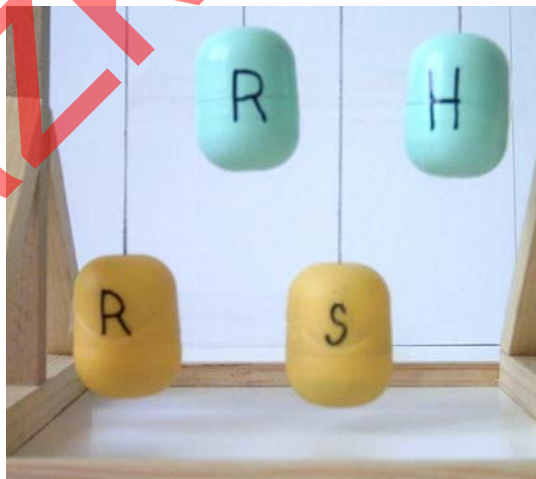


Nyní se přesuňme k účelu modelu. Pomocí modelu, který je sestaven ze čtyř matematických kyvadel, jsem chtěl dokázat, že teoretické vztahy, jež byly odvozeny na základě znalostí matematiky a fyziky jsou platné i pro praxi. Díky jednoduchým pokusům a pozorování, jsem si ověřil, že dané vztahy opravdu platí.

Praktickým měřením jsem se rozhodl, ověřit platnost vztahu pro dobu periody matematického kyvadla - vztah (12). Ověření jsem provedl na mnou sestrojeném modelu. Délka závěsu byla $l = 34 \text{ cm}$. Dosazením délky závěsu do vzorce (12) vychází teoretická doba periody $T = 1,1697 \text{ s}$. Pro co největší přesnost mého výsledku, jsem měření provedl desetkrát a kyvadlo jsem vždy nechal desetkrát kmitnout. Z naměřených hodnot jsem určil průměrnou dobu periody $T_p = 1,1654 \text{ s}$. Dále jsem na základě svých výsledků určil průměrnou odchylku $\Delta T_p = 0,00772 \text{ s}$ a relativní odchylku $\delta T = 0,66\%$. Dosadím-li své výsledky do vztahu (12) vychází délka závěsu $l = (33,7 \pm 0,45) \text{ cm}$. Výsledky naměřené a vypočítané se liší jen nepatrně, čímž jsem prokázal, že vztah (12) platí. Rozdíl naměřených a spočítaných hodnot je dán skutečností, že na kyvadlo v praxi působí odporové síly, které nejsou ve vztahu (12) započítané. Dané měření bylo provedeno za předpokládané velikosti tíhového zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Myslím si, že největší předností modelu je fakt, který prokazuje nezávislost délky periody na hmotnosti závaží zavěšeném na závěsu. Závaží zde představují Kinder vajíčka naplněna rybářskými olůvkami. Každé vajíčko má jinou hmotnost. Na obrázku 48 je vidět, že dva závěsy jsou vždy stejně dlouhé.

Obr. 48
 $m_s > m_r > m_h$



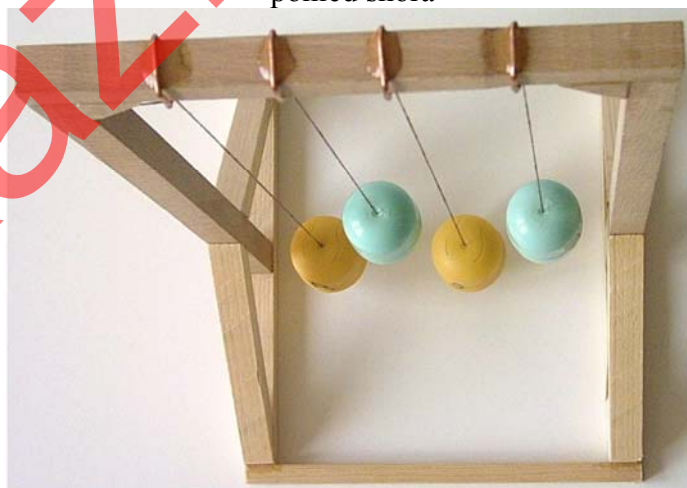
Největší hmotnost má Kinder vajíčko označené písmenem S. Naopak nejlehčí je vajíčko H. Rozhoupeme-li kyvadla současně, zjistíme, že perioda kyvadel s delším závěsem je stejná, přestože mají rozdílnou hmotnost závaží. To samé platí i u kyvadel s kratším závěsem. Zároveň kyvadla s kratším závěsem mají kratší periodu než kyvadla s delším závěsem. Tyto vlastnosti vyplývají ze vzorců pro periodu a frekvenci

matematického kyvadla – vztahy (12) a (13). Na obrázcích 49 a 52 je model vyfotografován z různých pohledů.

Obr. 49
model z různých pohledů

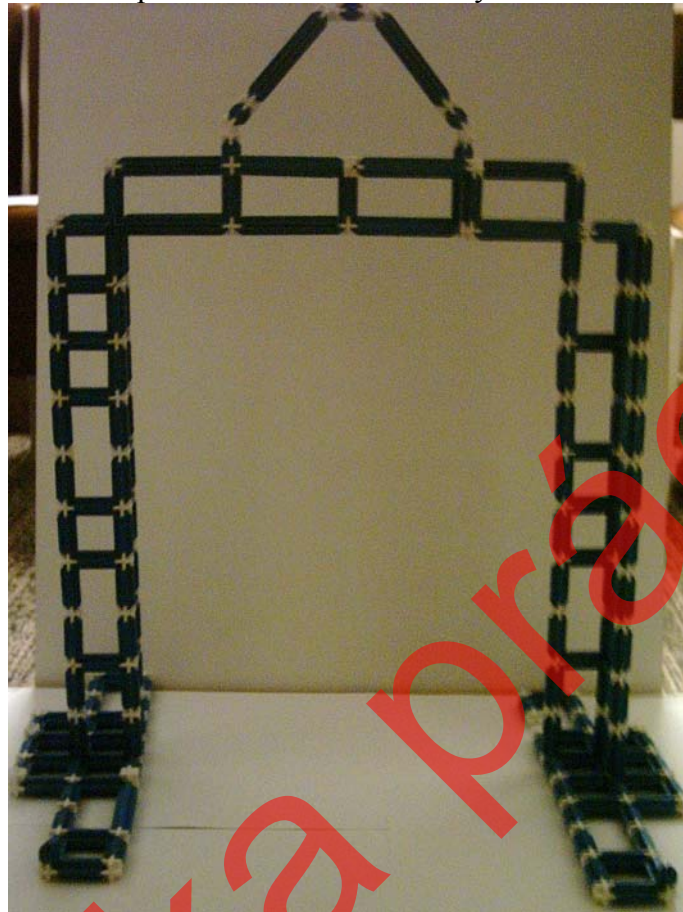


Obr. 50
pohled shora



Druhý model, který jsem si vybral na výrobu, je model Blacburnova kyvadla. Rám jsem nejdříve zkonstruoval se stavebnice *Seva* - obrázek 51.

Obr. 51
první rám Blackburnova kyvadla



Očekával jsem, že dostanu zkreslené Lissajousovy obrazce. Popřípadě, že si na něm vyzkouším jak nastavit poměry délek závěsů. K mé velké lítosti musím podotknout, že se mi ani jedna z věcí nepodařila. Kyvadlo sice „něco“ vykreslovalo, ale bohužel Lissajousovy obrazce to nebyly. Jelikož jsem nebyl schopen dosáhnout ani přibližných obrazců, nemohl jsem si ověřit, zda nastavuji poměry délek správně.

Nicméně již na tomto modelu jsem pochopil, že jako závěs, ze kterého se má sypat písek nemohu použít Kinder vajíčko. Otvor, kterým se písek sypal na zem, byl příliš malý a písek vypadával v malém množství. Tento fakt měl za důsledek, že čára, kterou za sebou kyvadlo zanechávalo, byla velmi nevýrazná. Jako náhradní řešení jsem našel seříznutý vršek od PET láhve. Avšak uzávěr jsem nepoužil klasický šroubovací, ale obdobný jako používají jezdci na kole (viz obr. 52).

Obr. 52
závěsy kyvadla



Po těchto zkušenostech, jsem se rozhodl vyrobit rám ze dřeva. Konstrukce byla něco složitější než u předchozího modelu, ale to bylo způsobeno jen většími rozměry kyvadla. Zatímco první model má na výšku 35 cm, druhý model je téměř dvakrát tak velký (63 cm – obrázek 53).

Obr. 53
rám Blackburnova kyvadla



Prakticky jediná další věc, ve které se rámy od sebe odlišují, je řešení způsobu zavěšení. U prvního modelu byl použit k zavěšení závěsu měděný háček, ale u Blackburnova kyvadla je třeba mít pro závěs háčky dva. Samozřejmě čím dál od sebe háčky budou, tím lépe bude kyvadlo vykreslovat Lissajousovy obrazce.

Takto upravené kyvadlo již bylo schopno částečně vykreslit Lissajousovy obrazce. Avšak jednalo se pouze o poměry frekvencí 2:3 a 3:4, navíc obrazce nebyly moc čisté. Příčinou byly odporové síly, které se projevily při snižování hmotnosti závěsu. Důsledkem

toho, bylo výsledné kmitání značně tlumené. Amplitudy obou kyvů se zmenšovaly velice rychle a výsledný obrazec nebyla uzavřená křivka.

Bylo zapotřebí zvýšit na konci závěsu co nejvíce hmotnost. Po chvíli přemýšlení jsem na závěs přidal závaží, které jsem vyrobil pomocí modelíny, tužkových baterií a víčka od plastové nádoby. S přidaným závažím se hmotnost kyvadla na konci závěsu rapidně zvýšila.

Obr. 54
přídavné závaží



Obr. 58
Blackburnovo kyvadlo



Nynější model lze nastavit pomocí závěsů na poměry frekvencí 2:3 a 3:4. Model dokáže vykreslit Lissajousovy obrazce dle mého názoru celkem obstojně. Bohužel nejsem schopen nakreslit obrazce jiné, než při fázovém posunutí 0° (180°), avšak zde nebude chyba v modelu, ale ve způsobu uvedení kyvadla do pohybu, respektive docílení fázového posunu. Ačkoli oproti předchozím variantám je tlumení sníženo zvětšenou hmotností i zde se projevuje. Proto je vhodné nechat kyvadlo kmitat jen jednu periodu a poté jej zastavit, pokud chceme relativně čistý obrazec. Necháme-li kyvadlo kmitat delší dobu, výsledné křivky jsou dvojité a vícenásobné. Na obrázku 60 a 61 jsou znázorněny Lissajousovy obrazce vytvořené modelem. Na obrázku 62 je vidět jak vypadá obrazec, pokud necháme kyvadlo kývat po dobu několika period.

Obr. 60
poměr frekvencí 2:3



Po několika pokusech (s krupicí, solí, pískem) jsem zjistil, že obrazce se nejlépe vysypávají polohrubou moukou, jelikož při kmitání kyvadla zanechává za sebou nejkompaktnější čáru. Její nevýhodou byla však bílá barva. Ta nebyla na bílém povrchu příliš viditelná. Proto jsem se vrátil k černému písku. Nechal jsem jej ale dopadat na papírovou utěrku. Papírová utěrka tlumila tvrdost dopadu písku a ten proto neodskakoval do okolí, jako se tomu dělo u čistého papíru, či alobalu.

Obr. 61
poměr frekvencí 3:4



Obr. 62
„Lissajousův obrazce,“ který vznikne při tlumeném kmitání



Závěr

V tuto chvíli jste již nejspíš dočetli mou práci. Mohu jen doufat, že to pro Vás nebylo pouze holé akceptování faktů v ní napsaných, ale že posloužila i jako pojítka různých částí fyziky, že Vám alespoň trochu rozšířila obzory. Jestli ve Vás vzbudila zájem o fyziku, myslím si, že je to ten největší úspěch, kterého jsem mohl dosáhnout. Ačkoli zde bylo pojednáno jen o malé části fyziky, myslím si, že alespoň při povrchních znalostech jiných oborů, jste si uvědomili krásu fyziky. Krásu v tom, že vše souvisí se vším. Mně se dnes například nestane, že bych se nepozastavil nad tím, proč mi v metru nehraje rádio. Samozřejmě v práci je mnoho míst, která by se dala vylepšit. Například odvození vztahů mechanických oscilátoru, by šlo udělat jednotným stylem pomocí přeměny mechanických energií. Vyniklo by tím ještě více, jak jednotlivé veličiny spolu souvisí, a jak si je i odvození vztahů podobné. Některé části práce mohly být možná obsáhlejší. Na začátku mechanického vlnění mohlo být podstatně více všeobecných informací, to samé platí i v případě části o elektromagnetickém vlnění. Avšak již v úvodu jsem avizoval, že mým cílem nebylo vytvořit učebnici. Chce-li se někdo dozvědět o daném tématu více, není problém si informace vyhledat na internetu či v knihovně.

Někdo by si možná mohl myslet, že zařazovat do praktické části model matematického kyvadla je úplně zbytečné, že věci, které se na něm dají demonstrovat jsou tak jednoduché a zřejmé, že je to práce zbytečná. Musím mu ale oponovat. Jevů, které na tomto modelu lze demonstrovat je spousta. Závisí jen na znalostech fyziky a lidské představivosti. Já jsem jej využil k ověření platnosti vzorce pro vlastní periodu matematického kyvadla (vztah (12)) a k důkazu nezávislosti doby kmitu kyvadla na hmotnosti kývajícího se tělesa. Myslím si, že je to největší neznalost fyzikálně nepřilíš vzdělaných lidí. Většina by jich řekla, čím je to těžší, tím se to bude rychleji houpat. Přitom to není pravda. Jen namátkou pár dalších jevů, jež by bylo možné na takovémto modelu demonstrovat – sprzęžená kyvadla; závislost délky periody na délce závěsu; nezávislost doby kmitu na počáteční amplitudě, respektive jak závisí délka periody kyvadla, když je rozkyv větší než 5° . Kyvadlo je zkonstruované tak, že se dají lehce vyměnit závěsy. Může se tedy změnit jejich tvar a pak lze pozorovat účinky odporových sil na kmitavý pohyb. Obdobným způsobem (změnou závěsu) lze model převést na kyvadlo fyzické či torzní. Z těchto důvodů si myslím, že model je užitečný a rozhodně do takovéto práce patří. Co se týče druhého modelu, musím se přiznat, že jsem z něj lehce zklamaný.

Představoval jsem si, že se mi podaří jej zkonstruovat, tak aby vykreslovalo všechny Lissajousovy obrazce do poměru frekvencí 3:4. Bohužel z technických důvodů jsem toho nebyl schopen dosáhnout. Model je schopen vykreslit jen poměry blízkých frekvencí (2:3, 3:4). Tento fakt je způsoben velkými rozměry závaží, které je na konci závěsu. Možným řešením by bylo vyrobit model ještě větších rozměrů, avšak již mnou vyrobeným modelem se špatně manipuluje. Dalším možným řešením by bylo tedy vyměnit závěs. Závěs, který sype písek, vyměnit za laser. Laser by měl mnohem menší rozměry a bylo by možné realizovat i větší poměry frekvencí. Takto by se vyřešil problém se sypáním písku. Nevýhod se sypáním písku je hned několik. První z nich je jeho rychlost, se kterou se s ním dá pracovat. Po vykreslení obrazce je třeba jej uklidit a znova nasypat do nádoby při závěsu. Při větším počtu opakování měření se čas rapidně prodlužuje čas nutný na opětovné nastavení počátečního stavu. Druhou jeho nevýhodou je, že čitelnost vykreslené křivky je závislá na rychlosti, se kterou se závěs momentálně pohyboval. Proto je obrazec vysypaný pískem mnohem výraznější v krajích než uprostřed. Bohužel obrovskou nevýhodou zaznamenávání laserovým paprskem je samotné řešení, jak zaznamenat trajektorii paprsku.